جمهورية العراق
وزارة التربية
المديرية العامة للمناهج

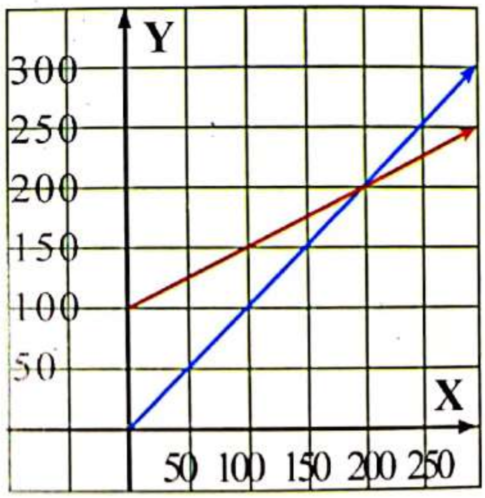
9

الرياضيات

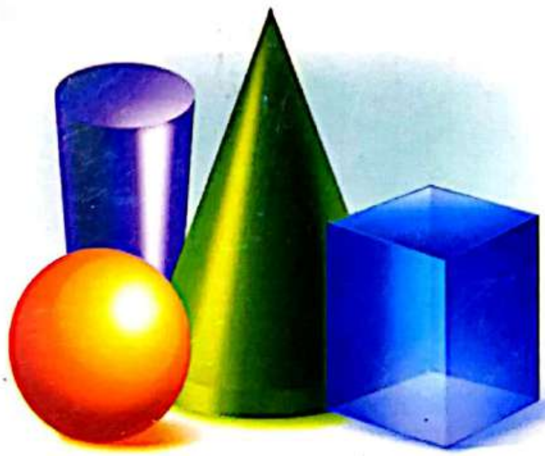
MATHEMATICS

دليل المدرس

للصف الثالث المتوسط







سلسلة كتب الرياضيات للمرحلة المتوسطة

Scanned with CamScanner

أهمية دليل المدرس

اولاً: توضيح منهجية التدريس وأساليبه وطرائقه.
ثانياً: معرفة أسلوب التعامل مع المفردات والتدريبات والتمرينات .
ثالثاً: يوضح كيفية التعامل مع الطالب في عملية التدريس.
رابعاً: المساعدة على تطبيق الإستراتيجيات الحديثة للتدريس.
خامساً: فتح آفاق واسعة أمام المدرس للمراجعة والتطوير باستمرار.
سادساً: وسيلة لسدّ الفجوة بين المدرس الجديد والمدرس ذي الخبرة الطويلة في التدريس.

الهدف العامُ لتدريس مادة الرياضيات

تهدفُ الرياضياتُ إلى تنمية التفكير الرياضي، وتطوير قدراتِ /كفاياتِ الطالبِ الرياضياتيةِ على الفهم الدقيق والتفسير والتبرير والاستدلال والتخمين والتنبؤ واتخاذِ القرارات الشخصيةِ والعامة، والتواصل ونقل المعلومات، مما يمكّن الطالب من التعاملِ مع مواقف مألوفةٍ وغير مألوفةٍ بتوظيفِ خطة حلّ المسألة، والبحثِ والتجريب، ليكونوا منتجين و قادرين على وصفِ العالم من حولهم وتحليلِه والتأثير فيه. وتنميةِ قدراتهم على إستيعابِ التقنيات العلمية والرقميةِ وابراز دورها في التوسع ومواصلة الاستكشاف وإستشراف المستقبل.
توضحُ الرياضياتُ الصلاتِ بين مختلف محاورها والعلاقاتِ مع المباحث الأخرى المختلفة مثل : العلومِ والهندسةِ والطبِّ والجغرافية والفلك...، وتعمل على تنمية قضايا المواطنةِ، والمساواةِ، وتقبل الرأي والرأي الآخر، والديمقراطيةِ، وحقوقِ الإنسان، والجندرةِ.... .

المحاورُ الأساسيةُ للرياضيات

- الأعداد والعملياتُ.
- الجبرُ.
- الهندسةُ والقياسُ.
- الإحصاءُ والاحتمالاتُ.
- حلُّ المسائل عن طريق (الإستدلال - البرهان والتواصل) لكّل هذه المحاور.

أهدافُ المحاور

- **الأعدادُ والعملياتُ** :يتعلمُ الطالبُ الحسابَ والتقديرَ من خلالِ الاستخدام المرن للطرائق المناسبة في الحسابِ الذهني او الكتابي او التقني، كما يهدفُ إلى ان يعرفَ الطالبُ متى يستعمل التقديرَ ويتبين معقولية النتائج.
- **الجبرُ**:يتعلمُ الطالبُ التعميمَ وتمثيل الانماطِ والعلاقات في الأعدادِ والأشكالِ والقياسات، ويطبقُ القوانين الجبرية ويوظفها في حلّ مشكلاتٍ حياتيةٍ.
- **الهندسةُ والقياسُ**: يميزُالطالبُ خصائص الأشكالِ والتماثلِ فيها ويستخدمُها، ويصفُ مواقع هذهِ الأشكال وحركتها، ويطبق الصيغ وإستراتيجيات حلِّ المسألة والبرهانِ الهندسي، ويتعلمُ القياس الكميّ للأجسام، ويقيسُ الزمن باستعمال الوحداتِ والادوات المناسبةِ، ويحسبُ معدلاتِ التغير ويوظفها في الحياةِ.
- الإحصاءُ والاحتمالاتُ: يجمعُ الطالبُ البيانات ويمثلُها ويحللُها ويفسرها ويقيُمها، ويحددُ الاحتمالاتِ ويستعملُها ويصدرُالاحكامَ السليمةَ، ويختبرُ الفرضياتِ ويتعاملُ مع حالاتِ عدم اليقين.
- **حلّ المسألة**:يستعمل الطالبُ الاستدلالَ والبرهانَ الرياضيّ والتفسير والتبريرَ في حلّ المسألةِ، ويتبع إستراتيجيات حلّ المسألة المتنوعة، مثل: تمثيل المسألةِ، وبناء جدولِ، والاستدلالِ المنطقي، الخطوات الأربع والحلّ عكسياً، وحلّ مسألةٍ أبسطَ، والتخمين والتقدير، وهكذا.

أهدافُ تدريس الرياضيات للصفِّ الثالث المتوسط

١) يجري العمليات الأربع على الأعداد الحقيقية ، و يستعمل ترتيب العمليات عليها ، ويتعرف التطبيق وأنواعه وكيفية تمثيله بيانياً ويتعرف تركيب التطبيقات وايجادها.
٢) يتعرف المتتابعات وخواصها وكيفية ايجاد حدود المتتابعة لمعرفة اساسها وحدها الأول .
٣) يتعرف المتباينات المركبة والمطلقة وكيفية حلها وتمثيلها على مستقيم الأعداد .
٤) يحلل المقادير الجبرية بصورة عامة ويحل نظام من معادلتين خطيتين بمتغيرين .

Scanned with CamScanner

٥) يحل المعادلات التربيعية بمتغير واحد بالتجربة وبالمربع الكامل وبالقانون العام .
٦) يمثل المعادلة الخطية والتربيعية في المستوى الاحداثي ، ويجد ميل المستقيم ومعادلته ويجد المسافة بين نقطتين.
٧) يتعرف النسب المثلثية ويجد قيم الزوايا الخاصة .
٨) يتعرف الهرم والمخروط وكيفية ايجاد محيطهما ومساحتهما.
٩) يتعرف المثلثات والتناسب والقياس فيها ويتعرف الدائرة والقطع المستقيمة فيها والمماس للدائرة والزاوية المحيطية والمركزية والمماسية لها.
١٠) يميز بين البيانات المضللة والاحصاءات المضللة ، ويتعرف مفهوم التباديل والتوافيق ويحسب الاحتمال التجريبي والنظري ،احتمال الاحداث المستقلة والمترابطة .

تَقديمُ الفَصلِ

١) الصفحةُ الأولى من الفَصل تحتوي على صورةٍ تعبيريةٍ عن الفصل وفي أعلاها اسم الفصل وما سوف يتعلّمه فيه وفي الأسفل سؤال حول الصورة، أُطلب إلى الطلاب النظر إلى صورة الفصل بإمعان والإجابة عن السؤال.
٢) الاختبارُ القبلي: يتضمن أسئلة حول المواضيع التي تعلّمها سابقا والتي لها علاقة بموضوع الفصل، أُطلب إلى الطلاب حلّ هذه التمرينات وفي ضوئها عالج احتياجات الطلاب بشكل فردي وذلك بالاعتماد على المخطّط الموجود في صفحة الدليل (المعالجة).
٣) التزمْ بالحصصِ المخصصة لكلّ فقرة موجودةٍ في مُخطّط الفصل في الدليلِ ،فهذا يساعدك على إنجاز المهمة في الوقتِ المحددِ.

تقديمُ الدرس

١) نتاجاتُ التعلم: وتشتملُ على النتاجات التعليمية الخاصة بالدرس.
٢) المواد والوسائل: تتضمن الوسائل التعليمية التي يستعملها المدرس في عرض المادة التعليمية للدرس.
٣) التهيئة: وتتضمن تهيئة الطلاب لموضوع الدرس وذلك عن طريق إعطاء مثال حركي يشارك فيه الطلاب ويكون مدخلاً جيداً لفكّـرة الدرس.
٤) الشرحُ والتفسير: ويتضمنُ استعمال فقرة تعلم من خلالِ توجيه انتباه الطلابِ إلى الصور أو المخططاتِ الموجودة في الفقرةِ والإجابة عن الأسئلة ،ثم تقديم المثال الموجود في الدليلَ ومشاركة الطلاب في حلّ المثال، ثم أُطلب إلى الطلاب حلّ التدريبات في فقرة تأكد من فهمك وراقب إجاباتهم، قدم صفحة إعادة التعليم للطلاب الذين لم يتمكنوا من حلّ تمرينات تأكد من فهمك بشكل صحيح، وأخيراً أُطلب إلى الطلاب حلّ التدريبات المشار اليها كواجب بيتي.
٥) خطأ متوقعٌ: يعالج هذا الموضوع الأخطاء الشائعة لدى الطلاب في كل موضوع.
٦) التدريب: بداية الحصة الثانية تحقق من الواجب البيتي لهم، وقُمْ بفرز الطلبة الذين لم يستطيعوا حلّ التمرينات بشكل صحيح وقدم لهم إعادة التعليم المرافقة في الدليل لتمكينهم من فهم الموضوع بشكل جيد وإمتلاكهم القدرة على حلّ التمرينات، أُطلب إلى الطلاب بعد ذلك حلّ تمارين تدرب وحلّ التمرينات وتدرب وحلّ مسائل حياتية وتابع إجاباتهم.
٧) أُطلبُ إلى الطلابِ حلّ اسئلة فكّـر وتابع إجاباتهم وقد لايستطيع جميع الطلاب حلّ هذة الاسئلة فقدم المساعدةِ اللازمةِ لهم كما وردت في دليل المدرس.
٨) التقويم: إستعمل المسألة المعطاة في دليل المدرس لغرض التقويم الختامي للطلاب بعد انتهاء الدرس (الحصة الثانية).
٩) التَوسِعَة: قدّم التدريبات الإثرائية المرافقةِ في الدليل للطلاب وتابع إجابتهم وقدم المساعدة لهم لأنّها قد تحتوي على مسائلَ غيرِ مألوفة لهم، وخذ بنظر بأنه الإعتبار قد لايتمكن بعض الطلاب من حلّ هذه المسائل.

بعض الإرشادات العامة حول كيفية اِستعمال الدليل

- قراءةُ دليل المدرس مرات عدة: مسحيةُ، تصفحية، ناقدة.
- التخطيطُ للدروس التي سوف تنفذها بالرجوع إلى الدليل وتوجيهاته.
- الإفادةُ مما ورد في الدليلِ من توجيهات وإرشاداتٍ قبل الشروع بعملية التدريسِ وفي أثناء عملية التدريسِ.
- مراجعةُ دليل المدرس بعد عمليةِ التدريس لتلافي القصور باستمرار.
- رصدُ الملاحظاتِ التي يراها المدرس في الدليلِ لتطويره مستقبلاً.
- الدليل مؤلف وفقاً للطبعة الثانية ٢٠١٩ فيرجى الانتباه الى ذلك .

Scanned with CamScanner

الفصلُ 1

مخططُ الفصلِ :

الدرس	النتاجات التعليمية	المفردات	الخطة الزمنية	المواد والوسائل
التمهيد للفصل الاختبار القبلي			حصة واحدة	
1 ترتيب العمليات في الأعداد الحقيقية	استعمال ترتيب العمليات في الأعداد الحقيقية لتبسيط جملة عددية	- العدد الحقيقي - تنسيب (تجذير)المقام - المرافق	3 حصص	حاسبة يدوية ، ورقة عمل
2 التطبيقات	تعرف التطبيق وانواعه وكيفية تمثيله ببياني في المستوى الأحداثي وتعرف تركيب التطبيقات .	العلاقة -الزوج المرتب -الضرب الديكارتي - التطبيق - المجال والمجال -المقابل والمدى - تركيب التطبيقات	3 حصص	ورقة بيانية ، ورقة عمل
3 المتتابعات	التعرف الى المتتابعة والمتتابعة الحسابية وخواصها	المتتابعة - المتتابعة الحسابية - الحد العام - المتتابعة الثابتة - أساس المتتابعة	3 حصص	ورقة بيانية ، ورقة عمل
4 المتباينات المركبة	حل المتباينات التي تحتوي ادواة الربط (و) ، (أو) وتمثيل الحل على مستقيم الأعداد .	المتباينة المركبة - التقاطع - الأتحاد - مجموعة الحل	3 حصص	ورقة عمل
5 متباينات القيمة المطلقة	حل المتباينات التي تحتوي على قيمة مطلقة	- القيمة المطلقة - أقل من < - أقل من أو يساوي ≤ - أكبر من > - أكبر من أو يساوي ≥	3 حصص	ورقة عمل
6 خطة حل المسألة (أفهم المسألة)	استعمال استراتيجية أفهم المسألة في حل المسألة		حصتان	ورقة عمل
مراجعة الفصل			حصة واحدة	
اختبار الفصل			حصة واحدة	

Scanned with CamScanner

مصفوفة المدى والتتابع لمحتوى الفصل

• تَعَلّمَ الطالبُ سابقاً الأعداد الحقيقية والمفاهيم والخصائص والمهارات المتعلقة بها والمقارنة بينها وترتيبها وجمع عددين حقيقين أو طرحهما وضرب عددين حقيقين أو قسمتهما ، وتقدير الجذور التربيعية ،و تبسيط جمل عددية تحتوي على جذور وكذلك تعرفوا الى تطبيقات نظرية فيثاغورس ،وإيجاد مجموعة الحل للمتباينات الاعتيادية وتمثيل الحل على مستقيم الاعداد والتعرف الى القيمة المطلقة وحل معادلات تحتوي على القيمة المطلقة ،وسوف يطور الطلاب معرفتهم بالأعداد فيتعلمون في هذا الفصل كيفية تبسيط الجمل العددية التي تحتوي على اعداد حقيقية بأستعمال ترتيب العمليات عليها ،وكذلك تبسيط جملة عددية باستعمال الحاسبة والتقريب ، التعرف الى التطبيقات وانواعها وتركيبها وكيفية تمثيلها بمخطط سهمي وفي المستوي الاحداثي ، التعرف الى المتتابعة والمتتابعة الحسابية وخواصها ، وحل المتباينات التي تحتوي ادوات الربط (و) ، (أو) وتمثيل الحل على مستقيم الأعداد ، وكذلك حل المتباينات التي تحتوي على القيمة المطلقة ،واخيرا استعمال استراتيجية افهم المسألة في حل مسائل حياتية .

الترابط الرأسي

الدروس التي تَعَلّمَها سابقاً

- مفهوم الاعداد النسبية الحقيقية وتمثيلها على مستقيم الأعداد .
- خصائص الأعداد الحقيقية .
- تقدير الجذور التربيعية .
- تبسيط الجمل العددية التي تحتوي على جذور تربيعية .
- تطبيقات على نظرية فياغورس .
- المستوى الاحداثي .
- خطة حل المسألة (افهم المسألة)

الدروس التي سيتَعَلّمَها في هذا الفصلِ

- ترتيب العمليات في الأعداد الحقيقية
- التطبيقات وتركيب التطبيقات .
- المتتابعة والمتتابعة الحسابية وخواصها .
- المتباينات المركبة التي تحتوي على (و) ، (أو).
- متباينات التي تحتوي على القيمة المطلقة .
- خطة حل المسألة (أفهم المسألة) .

المفرداتُ

- الأعداد الحقيقية : هي مجموعة اتحاد الاعداد النسبية والاعداد غير النسبية .

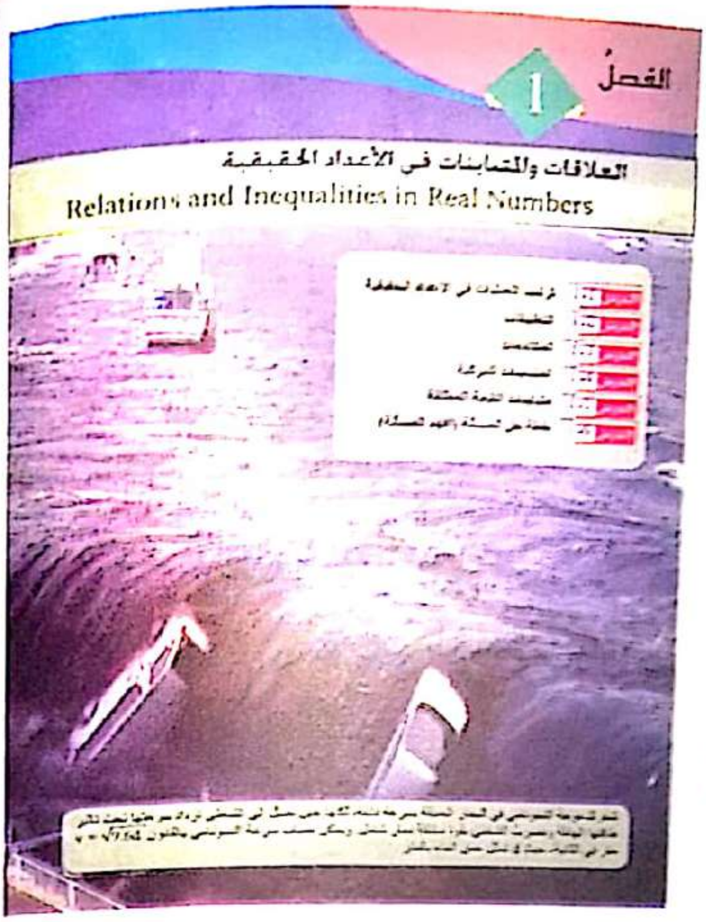
تنسيب المقام : جعل مقام الكسر عدداً صحيحاً.

- التطبيق : هو علاقة من المجموعة X الى Y ، بحيث ان كل عنصر من عناصر المجال يقترن بعنصر واحد فقط من عناصرالمجال المقابل ضمن قاعدة الأقتران
- المتتابعة الحسابية : هي المتتابعة التي يكون فيها الفرق بين كل حدين متتالين عدداً ثابتاً ويسمى أساس المتتابعة.
- المتباينة المركبة :هي المتباينة التي تحتوي على أداة الربط (و) أو اداة الربط (أو) .

Scanned with CamScanner

التمهيدُ للفصلِ

- وجه الطلاب الى صفحة الفصل في كتاب الطالب ثم اطلب اليهم ملاحظة الصورة وناقشهم في المعلومة المعطاة : تتحرك موجة التسونامي في البحار العميقة بسرعة فائقة ،لكنها حين تصل الى الشاطىء تزداد سرعتها تحت تأثير طاقتها الهائلة وتضرب الشاطىء بقوة مخلفة دماراً شاملاً. ويمكن حساب سرعة التسونامي بالقانون $v = \sqrt{9.6d}$ متر في الثانية، حيث d تمثل عمق الماء بالمتر .



اسأل الطلاب : اية عملية نجريها اولاً ؟ إيجاد قيمة الجذر.

- هل نكتب القيمة تقريبية ام المضبوطة ؟ التقريبية .

$$V = \sqrt{9.6 \times 1000} = \sqrt{9600} \approx 98 \ m/sec$$

ما السبب في تقريب الناتج الى اقرب عدد صحيح ؟

استمع لإجابات بعض الطلاب ووجهيم إلى ملاحظة عدد المراتب بعد الفارزة (الاعشار) لاخذه بنظر الاعتبار عند كتابة الناتج .

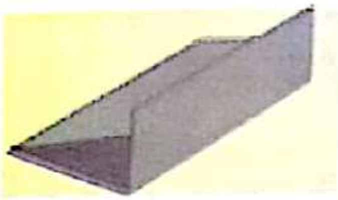
بين للطلاب بانهم سوف سيدرسون في هذا الفصل : تبسيط الجمل العددية التي تحتوي على اعداد حقيقية باستعمال ترتيب العمليات عليها ، وكذلك تبسيط جملة عددية باستعمال الحاسبة والتقريب ، التعرف الى التطبيقات وانواعها وتركيبها وكيفية تمثيلها بمخطط سهمي وفي المستوي الاحداثي ، التعرف الى المتتابعة والمتتابعة الحسابية وخواصها ، وحل المتباينات التي تحتوي ادواة الربط (و) ، (أو) وتمثيل الحل على مستقيم الأعداد.

مطويات : منظّم أفكار

عمل مطوية ثلاثية :

1 - قم بطي ورقة قياسها "8.5 × "11 إلى ثلاثة أقسام متساوية

2 - استخدم هذا الكتاب كما هو أو قطّعه إلى أشكال.



استعمال المطوية

يكتب عنوان الفصل على صفحة الغلاف ، ثم عناوين الدروس على الجهة الخارجية لكل صفحة ، وكل صفحة داخلية تقسم الى ثلاثة اقسام . القسم الأول يكتب فيه فكرة الدرس والمفردات ، والقسم الثاني كتابة مفاهيم الدرس والقسم الثالث أمثلة .

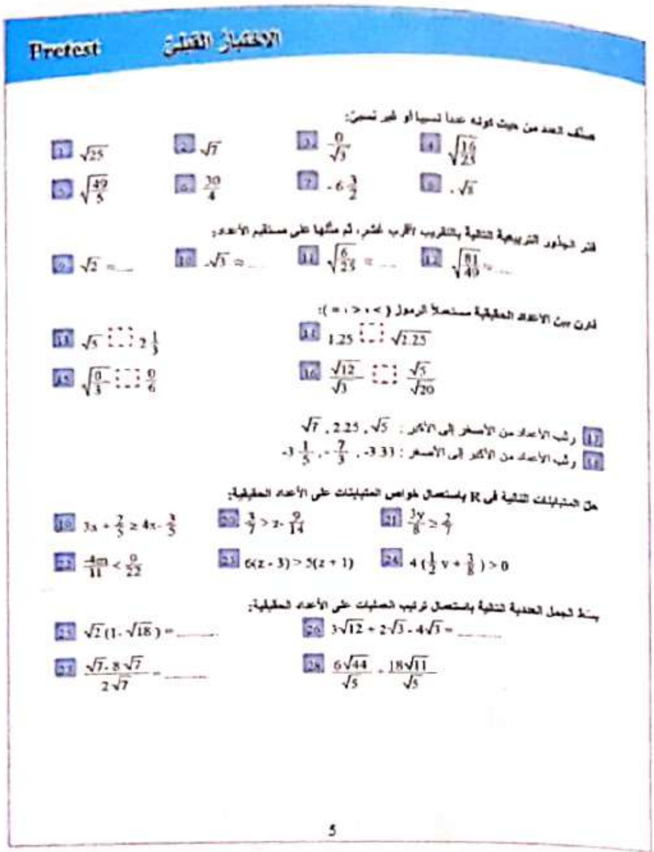
Scanned with CamScanner

التقويمُ التشخيصيّ:

- استعملِ الاختبار القبليَّ للتحقق من امتلاك الطلاب المعرفةَ السابقة اللازمة لدراسة هذا الفصل وهي : الأعداد الحقيقية والمفاهيم والخصائص والمهارات المتعلقة بها والمقارنة بينها وترتيبها وجمع أو طرح عددين حقيقين وضرب أو قسمة عددين حقيقين ، تقدير الجذور التربيعية ، وتبسيط جمل عددية تحتوي على جذور وإيجاد مجموعة الحل للمتباينات الاعتيادية وتمثيل الحل على مستقيم الاعداد والتعرف على القيمة المطلقة وحل معادلات تحتوي على القيمة المطلقة. تشيرُ الأخطاء التي قد يقع فيها الطلابُ إلى جوانب الضعف في إجاباتهم ، مما يستوجب من المدرسين وضع خططٍ تدريس بديلةٍ وتنويعها ،لمعالجةِ الأخطاءِ.

المعالجةُ:

- عالجْ احتياجات الطلاب بشكل فردي قبل البدءِ بتدريس الفصل وذلك بالاعتماد على نتائج الاختبار القبلي، ويمكنك معالجةِ الخلل لدى الطلاب بالاستعانة بالجدول التالي والذي يقترح معالجةً مناسبةً لكلِّ مجموعةٍ من الأسئلةِ تحتوي الفكرة نفسها .


Pretest الاختبار القبلي

صنف العدد من حيث كونه عددا نسبيا أو غير نسبي:

1 $\sqrt{25}$ 2 $\sqrt{7}$ 3 $-\frac{9}{\sqrt{3}}$ 4 $\sqrt{\frac{16}{25}}$

5 $\sqrt{\frac{49}{5}}$ 6 $\frac{30}{4}$ 7 $-6\frac{3}{2}$ 8 $-\sqrt{8}$

قدر الجذور التربيعية التالية بالتقريب لأقرب عشر، ثم مثلها على مستقيم الأعداد:

9 $\sqrt{2} \approx$ ___ 10 $-\sqrt{5} \approx$ ___ 11 $\sqrt{\frac{6}{25}} \approx$ ___ 12 $\sqrt{\frac{81}{49}} \approx$ ___

قارن بين الأعداد الحقيقية مستعملا الرموز (<، >، =):

13 $\sqrt{5}$ ⬚ $2\frac{1}{3}$ 14 1.25 ⬚ $\sqrt{1.25}$

15 $\sqrt{\frac{0}{3}}$ ⬚ $\frac{0}{6}$ 16 $\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}}$ ⬚ $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{20}}$

17 رتب الأعداد من الأصغر إلى الأكبر: $\sqrt{5}, 2.25, \sqrt{7}$

18 رتب الأعداد من الأكبر إلى الأصغر: $-3.31, -\frac{7}{3}, -3\frac{1}{5}$

حل المتباينات التالية في R باستعمال خواص المتباينات على الأعداد الحقيقية:

19 $3x + \frac{2}{5} \ge 4x - \frac{3}{5}$ 20 $\frac{3}{7} > z - \frac{9}{14}$ 21 $\frac{3y}{8} \ge \frac{2}{7}$

22 $\frac{-4m}{11} < \frac{9}{22}$ 23 $6(z-3) > 5(z+1)$ 24 $4(\frac{1}{2}v + \frac{3}{8}) > 0$

بسط الجمل العددية التالية باستعمال ترتيب العمليات على الأعداد الحقيقية:

25 $\sqrt{2}(1 - \sqrt{18}) =$ ___ 26 $3\sqrt{12} + 2\sqrt{3} - 4\sqrt{3} =$ ___

27 $\frac{\sqrt{7} - 8\sqrt{7}}{2\sqrt{7}} =$ ___ 28 $\frac{6\sqrt{44}}{\sqrt{5}} - \frac{18\sqrt{11}}{\sqrt{5}}$

5

السؤال	الخطأ	المعالجة
1-8	لايستطيع بعض الطلبة من تحديد العدد كونه نسبيا او غير نسبي إلا باستعمال الحاسبة .	مراجعة موضوع الاعداد النسبية وغير النسبية الى الطلاب .
9 – 12	يخطئ بعض الطلاب عند تقدير قيمة الجذر باستعمال التقريب أو تمثيل القيمة التقديرية على مستقيم الاعداد.	تذكير الطلاب بموضوع استعمال التقريب لتقدير قيمة الجذر وكيفية تمثيلها على مستقيم الاعداد.
13 – 16	يخطئ بعض الطلاب عند المقارنة بين الاعداد الحقيقية وخاصة في حالة وجود اعداد غير نسبية.	تذكير الطلاب بضرورة ايجاد القيم للأعداد غير النسبية ثم مقارنتها.
17 - 18	لايستطيع بعض الطلاب ترتيب الأعداد ،بسبب وجود الجذور.	تذكير الطلاب بإيجاد قيمة الجذور اولاً ثم ترتيبها .
19 – 24	لايتمكن بعض الطلاب من حل المتباينات .	وضح للطلاب كيفية حل المتباينة باستعمال الخواص .
25 - 28	لايستطيع بعض الطلاب تبسيط الجمل العددية باستعمال ترتيب الاعداد .	ذكرهم بموضوع تبسيط الجمل العددية باستعمال خواص الاعداد الحقيقية

Scanned with CamScanner

نتاجات التَعلُّم: تبسيط الجمل العددية التي تحتوي على اعداد حقيقية باستعمال ترتيب العمليات

المواد والوسائل: حاسبة يدوية، ورقة عمل فيها الجمل العددية التالية :

1) $\frac{1}{3}(|-63|\div|-7|)+2=.....$

2) $\sqrt{12}-\sqrt{18}-\sqrt{3}+5\sqrt{2}=.....$

3) $\sqrt{3}(\sqrt{3}-\sqrt{27})=.....$

1 تهيئة

اطلب الى الطلاب توقع نتاجات التعلم لهذا الدرس من خلال عنوان الدرس وناقشهم فيها ثم ثبتها على السبورة.

- هيىء الطلاب لفكرة الدرس من خلال الأنشطة التالية: نظم الطلاب في مجموعات صغيرة وأعطي كل مجموعة قطع العد وورقة العمل المعدة مسبقاً .
- اطلب من المجموعات ايجاد قيمة الجمل العددية باستعمال ترتيب العمليات على الاعداد التي درسوها سابقاً .
- اسأل الطلاب : ماهو ترتيب العمليات في الجملة الاولى؟

ايجاد القيمة المطلقة، ثم ناتج القوس،الضرب ثم الجمع.

ما ترتيب العمليات في الجملة الثانية ؟

كتابة الجذور بابسط شكل،جمع وطرح الجذور المتشابهة.

ما ترتيب العمليات في الجملة الثالثة ؟

تبسيط الجذر، ايجاد ناتج القوس ثم الضرب او استعمال خاصية التوزيع .

1) $\frac{1}{3}\times(63\div7)+2=\frac{1}{3}\times9+2=5$

2) $2\sqrt{3}-\sqrt{18}\ -\sqrt{3}+5\sqrt{2}=\sqrt{3}+2\sqrt{2}$

3) $\sqrt{3}\times\sqrt{3}-\sqrt{3}\times3\sqrt{3}=3-9=\ -6$

قم بتسجيل نتائج المجموعات واعلان الفائز منها.

اكتب على السبورة الجملة الكسرية التالية :

1) $\frac{1}{3}\times\sqrt{\frac{9}{2}}\div\frac{1}{\sqrt{8}}=.....$

- هل يمكن ايجاد قيمة الجملة العددية بنفس الاسلوب السابق باستعمال ترتيب العمليات ؟
- استمع إلى إجاباتهم وقل لهم أنهم سيدرسون في هذا الدرس تبسيط جمل عددية باستعمال ترتيب العمليات .

2 شرحٌ وتفسير

تَعلَم: وجه الطلاب الى فقرة تعلم واطلب إليهم قراءة المعلومة المعطاة وحينهم للمثال (1) من خلال التقديم الذي يتبع فقرة تعلم .

- اسأل الطلاب : ما فائدة وضع العمليات التي لها أولوية بين الاقواس؟ لتسهيل عملية الحل .
- قدم المثال (4) لتبين للطلاب كيفية الضرب بالعامل المنسب (المرافق) لجعل المقام كمية نسبية .
- قدم الأمثلة (5،6) لتبين للطلاب كيفية استعمال الحاسبة لتبسيط جملة عددية بالتقريب لاقرب عشر .



الدرس [1-1] ترتيب العمليات في الأعداد الحقيقية

Ordering Operations in Real Numbers

[1-1-1] استعمال ترتيب العمليات لتبسيط جمل عددية

Using ordering operations to simplify the numerical sentences

مثال (1) جد سرعة التسونامي التقريبية اذا كان عمق المياه 1000 متر.

$v=\sqrt{9.6d}$

$=\sqrt{9.6\times1000}=\sqrt{9600}=98$ m/sec

مثال (2) بسط الجمل العددية التالية باستعمال ترتيب العمليات على الاعداد الحقيقية:

i) $(\sqrt{12}-\sqrt{18})(\sqrt{12}+\sqrt{18})=(2\sqrt{3}-3\sqrt{2})(2\sqrt{3}+3\sqrt{2})$

$=2\sqrt{3}(2\sqrt{3}+3\sqrt{2})-3\sqrt{2}(2\sqrt{3}+3\sqrt{2})=12+6\sqrt{6}-6\sqrt{6}-18=-6$

مثال (3) بسط الجمل العددية التالية باستعمال ترتيب العمليات على الاعداد الحقيقية واكتب الناتج لاقرب عشر:

i) $\sqrt{12}(\sqrt{3}-\sqrt{8})-6=2\sqrt{3}(\sqrt{3}-2\sqrt{2})-6=2\sqrt{3}\times\sqrt{3}-2\sqrt{3}\times2\sqrt{2}-6$

$=6-4\sqrt{3\times2}-6=-4\sqrt{6}=-4\times2.4=-9.6$

ii) $(-27)^{\frac{1}{3}}(\frac{1}{9}\sqrt{7}-\frac{1}{9}\sqrt{28})=\sqrt[3]{-27}(\frac{1}{9}\sqrt{7}-\frac{2}{9}\sqrt{7})=-3(\frac{1}{9}\sqrt{7}-\frac{2}{9}\sqrt{7})$

$=-\frac{1}{3}\sqrt{7}+\frac{2}{3}\sqrt{7}=\frac{1}{3}\sqrt{7}\approx0.9$

6

إعادة التعليم

لتبسيط جملة عددية تحتوي على جذور ،نكتب الجذور بابسط صورة ثم نستعمل ترتيب العمليات على الاعداد لتبسيطها :

مثال(1) بسط الجملة العددية الاتية :

$\sqrt{50}(\sqrt{2}-\sqrt{8})-8$

$5\sqrt{2}(-\sqrt{2})-8$

$-10-8=-18$

وفي حالة الجملة العددية الكسرية ، فاننا نستعمل العامل المنسب (مرافق العدد) لجعل مقام الكسر عدداً نسبياً :

مثال(2) بسط الجملة العددية الاتية :

$(\sqrt[3]{\frac{27}{125}}-\frac{\sqrt{2}}{5})\div(\frac{3\sqrt{5}-\sqrt{10}}{\sqrt{5}})$

$=\frac{3-\sqrt{2}}{5}\div\frac{\sqrt{5}(3\sqrt{5}-\sqrt{10})}{\sqrt{5}\times\sqrt{5}}=\frac{3-\sqrt{2}}{5}\times\frac{5}{5(3-\sqrt{2})}=\frac{1}{5}$

تدريبات: بسط الجمل العددية التالية باستعمال ترتيب العمليات والعامل المنسب :

1) $(\sqrt{7}-\sqrt{5})(\sqrt{7}+\sqrt{5})=7-5=2$

2) $(\sqrt{16}-\sqrt{49})^2=16-56\ +\ 49=\ \ 9$

3) $\frac{1-\sqrt{3}}{7\sqrt{3}}=\frac{1-\sqrt{3}}{7\sqrt{3}}\times\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}-3}{21}$

Scanned with CamScanner

مثال (4) بسط الجمل العددية التالية باستعمال تنسيب المقام وترتيب العمليات على الأعداد الحقيقية:

i) $\frac{7-\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{7-\sqrt{5}}{\sqrt{5}} \times 1 = \frac{7-\sqrt{5}}{\sqrt{5}} \times \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}(7-\sqrt{5})}{\sqrt{5}\sqrt{5}} = \frac{7\sqrt{5}-\sqrt{5}\sqrt{5}}{5} = \frac{7\sqrt{5}-5}{5}$

ii) $\frac{\sqrt{21}}{2\sqrt{3}-\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{21}}{2\sqrt{3}-\sqrt{7}} \times \frac{2\sqrt{3}+\sqrt{7}}{2\sqrt{3}+\sqrt{7}} = \frac{\sqrt{3}\sqrt{7}(2\sqrt{3}+\sqrt{7})}{(2\sqrt{3}-\sqrt{7})(2\sqrt{3}+\sqrt{7})}$ الضرب بالمرافق

$= \frac{6\sqrt{7}+7\sqrt{3}}{12-7} = \frac{6\sqrt{7}+7\sqrt{3}}{5}$ المقام فرق بين مربعين

[1-1-2] استعمال الحاسبة والتقريب لتبسيط جمل عددية

Using calculator and approximation to simplify the numerical sentences

تعلمت سابقاً كيفية تبسيط جمل عددية تحتوي على قوى (أسس) سالبة صحيحة للعدد وصورة علمية للعدد باستعمال الحاسبة، والآن سوف تزيد مهارتك بتبسيط الجمل العددية التي تحتوي على أعداد مرفوعة إلى قوى (أسس) نسبية إضافة إلى الأعداد الصحيحة مستعملاً الحاسبة لكتابة الناتج مقرباً

مثال (5) احسب الأسس لكل مما يلي واكتب الناتج مقرباً إلى مرتبتين عشريتين إذا لم يكن عدداً صحيحاً:

i) $9^{-\frac{3}{2}} = (3^2)^{-\frac{3}{2}} = 3^{-3} = \frac{1}{3^3} = \frac{1}{27} \approx 0.04$

ii) $(\sqrt{7})^2 = (7^{\frac{1}{2}})^2 = 7$

iii) $2^{\frac{3}{4}} \times 2^{\frac{1}{4}} \times 2^{\frac{3}{4}} = 2^{\frac{10-2-8}{4}} = 2^{\frac{1}{2}} = \sqrt{2} \approx 1.41$

iv) $5^2 \div 5^{\frac{3}{2}} = 5^{2-\frac{3}{2}} = 5^{\frac{1}{2}} = \sqrt{5} \approx 2.24$

استعمل ترتيب العمليات واكتب الناتج مقرباً إلى مرتبتين عشريتين مستعملاً الحاسبة لكل مما يأتي:

v) $(\frac{1}{2})^2 + 3^{-2} - 2^{\frac{3}{2}} = \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} - \sqrt{2^3} = \frac{1}{4} + \frac{1}{9} - \sqrt{8} \approx 0.25 + 0.11 - 2.83 = -2.47$

iv) $8^{\frac{1}{3}} - (-8)^0 + 3^2 \times 3^{\frac{1}{2}} = \sqrt[3]{8} - 1 + 3^{\frac{5}{2}} = \sqrt[3]{8} - 1 + \sqrt{3^5} = 2 - 1 + 9 \times 1.73 = 16.57$

مثال (6) استعمل الحاسبة لتكتب الناتج بالصورة العلمية للعدد مقرباً لأقرب مرتبتين عشريتين:

i) $7.6\times10^{-4} - 0.4135\times10^{-3} = 7.6\times10^{-4} - 4.135\times10^{-4} = 3.465\times10^{-4} \approx 3.47\times10^{-4}$

ii) $0.052\times10^{4} + 7.13\times10^{2} = 5.2\times10^{2} + 7.13\times10^{2} = 12.33\times10^{2} \approx 1.23\times10^{3}$

iii) $(7.83\times10^{-5})^2 = (7.83\times10^{-5})(7.83\times10^{-5}) = 61.3089\times10^{-10} \approx 6.13\times10^{-9}$

iv) $4.86\times10^{2} \div 0.55\times10^{5} = (4.86\div0.55)\times10^{2}\times10^{-5} \approx 8.84\times10^{-3}$

7

تأكد من فهمك

بسط الجمل العددية الآتية:

الأسئلة (1 - 4) مشابهة للمثال (2)

1. $(\sqrt{5}-\sqrt{3})(\sqrt{5}+\sqrt{3}) = ...$
2. $(\sqrt{7}-\sqrt{2})^2 = ...$
3. $(\sqrt{125}-\sqrt{20})(\sqrt[3]{\frac{8}{27}}) = ...$
4. $\frac{4\sqrt{12}}{5\sqrt[3]{-27}} \div \frac{2\sqrt{24}}{\sqrt{8}} = ...$

بسط الجمل العددية التالية واكتب الناتج لأقرب عشر:

الأسئلة (5 - 6) مشابهة للمثال (3)

5. $\sqrt{7}(\sqrt{28}-\sqrt{2}) - 5 = ...$
6. $(-125)^{\frac{1}{3}}(\frac{1}{10}\sqrt{3} - \frac{1}{4}\sqrt{12}) = ...$

بسط الجمل العددية التالية باستعمال تنسيب المقام وترتيب العمليات على الأعداد:

الأسئلة (7 - 9) مشابهة للمثال (4)

7. $\frac{1-\sqrt{3}}{4\sqrt{3}} = ...$
8. $\frac{1-\sqrt{20}}{\sqrt{5}} = ...$
9. $\frac{\sqrt{50}-\sqrt{3}}{2\sqrt{3}} - \frac{10-\sqrt{6}}{2\sqrt{6}} = ...$

استعمل ترتيب العمليات واكتب الناتج مقرباً إلى مرتبتين عشريتين مستعملاً الحاسبة لكل مما يأتي:

الأسئلة (10 - 11) مشابهة للمثال (5)

10. $(\frac{1}{3})^2 + 3^{-1} - 3^{\frac{3}{2}} = ...$
11. $27^{\frac{1}{3}} - (-9)^0 + 3^2 \times 5^{\frac{1}{2}} = ...$

استعمل الحاسبة لتكتب الناتج بالصورة العلمية للعدد مقرباً لأقرب مرتبتين عشريتين:

الأسئلة (12 - 13) مشابهة للمثال (6)

12. $6.43\times10^{-5} - 0.25\times10^{-3} \approx ......$
13. $(9.23\times10^{-3})^2 \approx ......$

تدرب وحل التمرينات

بسط الجمل العددية الآتية:

14. $(\sqrt{18}-\sqrt{50})(\frac{-27}{64})^{\frac{1}{3}} = ...$
15. $\frac{\sqrt{12}}{3\sqrt[3]{125}} \div \frac{5\sqrt[3]{8}}{\sqrt{25}} = ...$

بسط الجملة العددية التالية واكتب الناتج لأقرب عشر:

16. $7\sqrt{\frac{2}{49}} - 3\sqrt{\frac{8}{81}} + \sqrt{\frac{18}{36}} \approx ......$

بسط الجمل العددية التالية باستعمال تنسيب المقام وترتيب العمليات على الأعداد:

17. $\frac{\sqrt{7}-3\sqrt{5}}{\sqrt{7}+3\sqrt{5}} = ...$
18. $\frac{\sqrt{33}-\sqrt{11}}{\sqrt{99}} - \frac{\sqrt{60}-\sqrt{5}}{5\sqrt{15}} = ...$

8

أمثلة إضافية: قدم الامثلة الاضافية التالية لتعزيز مفاهيم الدرس وهي مشابهة تماماً لأمثلة الدرس في كتاب الطالب.

استعمل ترتيب العمليات لتكتب المقادير التالية بأبسط صورة :

1) $\sqrt{18}(\sqrt{2}-\sqrt{8})+6=0$

2) $\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{3}+\sqrt{2}}{\sqrt{3}+\sqrt{2}} = 3\sqrt{2}+2\sqrt{3}$

3) $3^{\frac{5}{4}} \times 3 \times 3^{\frac{-2}{4}} = 3^{\frac{5+4-2}{4}} = 3^{\frac{7}{4}}$

تأكد من فهمك: اطلب الى الطلاب حل تدريبات تأكد من فهمك داخل الصف وراقب اجاباتهم .

- الأسئلة (5-8) يتطلب الحل كتابة قيمة الجذر مقربا الى مرتبة عشرية واحدة .
- الأسئلة (10,11) يتطلب الحل استعمال الملاحظة في المثال (3) لايجاد قيمة الجذر مقربا لاقرب مرتبتين عشريتين.
- يمكن تقديم صفحة إعادة التعليم المرافقة للطلاب الذين لم يتمكنوا من حل تدريبات تأكد من فهمك بشكل صحيح.
- اطلب إلى الطلاب حل التدريبات (2,3,5,7) من صفحة تمرينات الدرس كواجب بيتي.

خطأ متوقع: قد يخطئ بعض الطلاب بترتيب العمليات عند تبسيط الجمل العددية التي تحتوي على اعداد نسبية ، فذكرهم بأولوية العمليات كما وردت في الكتاب .

3 تدريب

ناقش مع الطلاب الواجب البيتي وتحقق من قدرتهم على حل التمرينات وقدم صفحة إعادة التعليم للطلاب الذين لم يتمكنوا من حل الواجب البيتي.

تدرّب وحلّ التمرينات : اطلب الى الطلاب حل تمرينات تدرب وحل التمرينات وتابع اجاباتهم .

- سؤال (16) لايتطلب الحل ايجاد قيمة الجذور وكتابتها بستعمال التقريب الى الاعشار

تدرّب وحلّ مسائل حياتية : اطلب الى الطلاب حل المسائل الحياتية وتابع اجاباتهم .

- الأسئلة (19-21) يتطلب حلها أولاً كتابة جملة عددية ثم تبسيط الجملة العددية لذا قم بتوضيح المسألة بشكل واف للطلبة الى أن يتوصلوا لكتابة الجملة العددية التي تمثل المسألة، ثم اطلب اليهم حلها .

Scanned with CamScanner

فكّر : اطلب الى الطلاب حل أسئلة فكر ، وقد يحتاج الطلاب ذوو المستوى الضعيف الى استعمال الحاسبة اليدوية.

- السؤال (22) يتطلب الحل استعمال قوانين قوى العدد (الاسس) بعد اجراء عملية ضرب القوسين .

أكتبْ : أطلب إلى الطلاب حلّ سؤال أكتبْ وتابع إجاباتهم .

4 تقويم

استعمل المسألة التالية كتقويم ختامي للطلاب قبل انتهاء الدرس .

بسط المقادير العددية الاتية :

1) $(\sqrt{5}-\sqrt{3})^2 = 5-2\sqrt{15}+3 = 8-2\sqrt{15}$

2) $\dfrac{3-\sqrt{7}}{2\sqrt{7}} = \dfrac{3-\sqrt{7}}{2\sqrt{7}} \times \dfrac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}} = \dfrac{3\sqrt{7}-7}{14}$

5 توسعة

قدّم تدريبات اثرائية للطلاب من خلال صفحة الإثراء المرافقة وتابعهم وقدم لهم المساعدة في أثناء الحل.

- اطلب إليهم اثبات صحة العبارة الآتية :

2) $(5^{\frac{1}{3}}-2^{\frac{1}{3}})(5^{\frac{2}{3}}+5^{\frac{1}{3}}2^{\frac{1}{3}}+2^{\frac{2}{3}}) = 3$

$L.S = (5^{\frac{1}{3}}-2^{\frac{1}{3}})(5^{\frac{2}{3}}+5^{\frac{1}{3}}2^{\frac{1}{3}}+2^{\frac{2}{3}})$

$= 5-2 = 3 = R.S$

الاختيار من متعدد Multiple Choice

الدرس [1-1] ترتيب العمليات في الأعداد الحقيقية

Ordering Operations in Real Numbers

اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

بسّط الجمل العددية التالية باستعمال ترتيب العمليات في الأعداد الحقيقية:

1. $(\sqrt{2}+\sqrt{7})(\sqrt{2}+\sqrt{7}) = \dots$ a) $2+9\sqrt{7}$ b) $2+9\sqrt{2}$ c) $9+2\sqrt{14}$ d) $2+9\sqrt{14}$
2. $(\sqrt{18}-\sqrt{8})(\sqrt[3]{\frac{-27}{125}}) = \dots$ a) $\frac{3\sqrt{2}}{\sqrt{5}}$ b) $\frac{-3\sqrt{2}}{5}$ c) $\frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{5}}$ d) $\frac{-2\sqrt{3}}{5}$
3. $\frac{6\sqrt{50}}{3\sqrt[3]{-8}} \div \frac{2\sqrt{14}}{\sqrt{7}} = \dots$ a) $\frac{-5}{2}$ b) $\frac{-2}{2}$ c) $\frac{\sqrt{2}}{5}$ d) $\frac{-\sqrt{2}}{5}$
4. $\sqrt{8}(\sqrt{2}-\sqrt{3})-3\sqrt{6} = \dots$ a) $5-4\sqrt{6}$ b) $5+4\sqrt{6}$ c) $4-5\sqrt{6}$ d) $4+5\sqrt{6}$
5. $(-27)^{\frac{1}{3}}(\frac{1}{6}\sqrt{2}-\frac{1}{4}\sqrt{32}) = \dots$ a) $\frac{-5}{\sqrt{2}}$ b) $\frac{5}{\sqrt{2}}$ c) $\frac{\sqrt{2}}{5}$ d) $\frac{-\sqrt{2}}{5}$

بسّط الجمل العددية التالية باستعمال تنسيب المقام وترتيب العمليات في الأعداد الحقيقية:

6. $\frac{1-\sqrt{5}}{\sqrt{5}-1} = \dots$ a) $\frac{1}{\sqrt{5}}$ b) $\frac{-1}{\sqrt{5}}$ c) 1 d) -1
7. $\frac{(\sqrt{2}-\sqrt{3})}{(\sqrt{2}+\sqrt{3})} = \dots$ a) $5+6\sqrt{2}$ b) $5-6\sqrt{2}$ c) $2\sqrt{6}-5$ d) $2\sqrt{6}+5$

استعمل ترتيب العمليات واكتب الناتج مقرباً الى مرتبتين عشريتين مستعملاً الحاسبة لكل مما يأتي:

8. $(\frac{1}{3})^{-2}-3^{2}-(5)^{\frac{3}{2}} = \dots$ a) -18.11 b) 18.11 c) 11.18 d) -11.18
9. $8^{\frac{-2}{3}}-(-7)^{0}+\frac{1}{6}\times 4^{\frac{1}{2}} = \dots$ a) -0.16 b) -0.17 c) 0.16 d) 0.17

استعمل الحاسبة لتكتب الناتج بالصورة العلمية للعدد مقرباً لاقرب مرتبتين عشريتين:

10. $(7.46\times10^{-3})^2 \approx \dots$ a) 5.56×10^{-5} b) 5.57×10^{-4} c) 5.56×10^{-4} d) 5.57×10^{-5}

97

تدربْ وحلّ مسائل حياتية

19 الأقمار الاصطناعية: يستعمل القمر الصناعي بصفة أساسية في الاتصالات مثل إشارات التلفاز والمكالمات الهاتفية في جميع أنحاء العالم والتنبؤ بالطقس وتعقب الأعاصير. إذ تدور هذه الأقمار بسرعات محددة في مدارات خاصة بها حول الأرض، وتحسب سرعة القمر المدارية بالعلاقة التالية: $v=\sqrt{\frac{4\times10^{14}}{r}}$ m/sec ، اذ r نصف قطر المدار (بعد القمر عن مركز الارض). ما سرعة القمر اذا كان نصف قطر المدار 300km ؟



20 مكافحة الحرائق: تحسب سرعة تدفق الماء الذي يضخ من سيارات الحريق بالقانون $v=\sqrt{2hg}$ foot/sec ، اذ h تمثل أقصى ارتفاع للماء و g يمثل التعجيل الأرضي ($32\ foot/sec^2$). لإطفاء الحريق في الغابات تحتاج ادارة مكافحة الحرائق في الدفاع المدني إلى مضخة لتضخ الماء إلى ارتفاع 80 foot. فهل تفي بحاجتها مضخة تقذف الماء بسرعة 72 foot/sec ؟

1 foot = 30 cm
وحدة قياس بالنظام الفرنسي



21 هندسة: جد مساحة المثلث الذي يعلو واجهة البيت إذا كان ارتفاعه $\sqrt{18}-\sqrt{3}$ m وطول قاعدته $3\sqrt{2}+\sqrt{3}$ m .



فكّر

22 تحدٍّ: اثبت صحة مايأتي:

$(7^{\frac{1}{3}}-5^{\frac{1}{3}})(7^{\frac{2}{3}}+7^{\frac{1}{3}}5^{\frac{1}{3}}+5^{\frac{2}{3}}) = 2$

23 أصحح الخطأ: كتب شاكر ناتج جمع العددين كالآتي:

$8.4\times10^{-3}+0.52\times10^{-2} = 1.36\times10^{-3}$

حدد خطأ شاكر وصحّحه .

24 حسّ عددي: هل أن العدد $\sqrt{125}$ يقع بين العددين 10.28 و 11.28 ؟

أكتب ناتج الجمع بالتقريب لأقرب عشر:

$6^{\frac{1}{2}}+5^{\frac{1}{2}} \approx$ ___

9

الإثراء

استعمل ترتيب العمليات لتبسيط الجمل العددية الاتية :

1) $(2\sqrt{3}-3\sqrt{2})(2\sqrt{3}+3\sqrt{2})$

$= 4\times3-9\times2 = 12-18 = -6$

2) $\sqrt{\dfrac{49}{18}} \div \dfrac{7}{\sqrt{2}} + \sqrt[3]{\dfrac{-16}{27}} \times \dfrac{9}{\sqrt[3]{2}}$

$= \dfrac{7}{3\sqrt{2}} \times \dfrac{\sqrt{2}}{7} + \dfrac{-2\sqrt[3]{2}}{3} \times \dfrac{9}{\sqrt[3]{2}} = \dfrac{1}{3} - 6 = -\dfrac{17}{3}$

اثبت صحة الجمل العددية الاتية :

3) $(5^{\frac{1}{3}}-3^{\frac{1}{3}})(5^{\frac{2}{3}}+5^{\frac{1}{3}}3^{\frac{1}{3}}+3^{\frac{2}{3}}) = 2$

$L.S = 5^{\frac{3}{3}}+5^{\frac{2}{3}}\times3^{\frac{1}{3}}+5^{\frac{1}{3}}\times3^{\frac{2}{3}}-3^{\frac{1}{3}}\times5^{\frac{2}{3}}-5^{\frac{1}{3}}\times3^{\frac{2}{3}}-3^{\frac{3}{3}}$

$= 5^{\frac{3}{3}}-3^{\frac{3}{3}} = 5-3 = 2 = R.S$

4) $9.9\times10^{3} \div 0.11\times10^{4} = 9$

$L.S = (9.9\div0.11)\times10^{-1} = 90\times10^{-1} = 9 = R.S$

5) $\dfrac{\sqrt{2}-\sqrt{5}}{\sqrt{2}+\sqrt{5}} \times \dfrac{3}{2\sqrt{10}-7} = 1$

$L.S = \dfrac{2-2\sqrt{10}+5}{2-5} \times \dfrac{3}{2\sqrt{10}-7} = 1 = R.S$

Scanned with CamScanner

الدرسُ 1-2 التطبيقات

نتاجات التَّعلّمَ	تعرف التطبيق وانواعه وكيفية تمثيله بيانياً في المستوى الأحداثي وتعرف تركيب التطبيقات.
الموادُ والوسائلُ	ورقة عمل تتضمن التمرين الاتي: اكتب الازواج المرتبة من جدول العلاقة الاتي ثم مثلها في المستوي الاحداثي.

x	1	2	3	4
y	1	4	6	8

1 تهيئة

اطلب الى الطلاب توقع نتاجات التعلم لهذا الدرس من خلال عنوان الدرس وناقشهم فيها ثم ثبتها على السبورة.

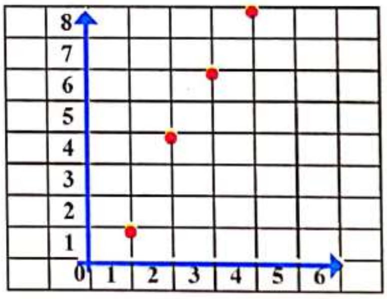
- هيىء الطلاب لفكرة الدرس من خلال الأنشطة التالية: نظم الطلاب في مجموعات صغيرة وأعطِ كل مجموعة ورقة العمل المعدة مسبقاً.
- اطلب الى المجموعات كتابة مجوعة الازواج المرتبة لجدول العلاقة المعطاة ، ثم تمثيله في المستوى الاحداثي.

- اسال الطلاب :
- ما تمثل قيمة المتغير x في الزوج المرتب ؟

الاحداثي الأول .

- ماذا تمثل قيمة المتغير y في الزوج المرتب ؟

الاحداثي الثاني .



قم بتسجيل نتائج المجموعات واعلان الفائز منهما.

- اسأل الطلاب :
- هل يمكن كتابة العلاقة بين x و y من الجدول ،وهل يمكن رسم مخطط سهي لهذه العلاقة ؟

استمع إلى إجاباتهم وقل لهم أنهم سيدرسون في هذا الدرس علاقة تسمى بالتطبيق ورسم مخطط سهمي لها وتمثيلها بالمستوي الاحداثي.

2 شرحٌ وتفسير

وجه الطلاب الى فقرة تعلم واطلب إليهم قراءة المعلومة المعطاة وهينهم للمثال (1) من خلال التقديم الذي يتبع فقرة تعلم .

- اسأل الطلاب:لماذا العدد 5 لاينتمي لمجموعة المدى؟ لانه ليس صورة لاي عنصر من عناصر x .
- قدم المثال (2) لتبين للطلاب كيفية تحديد العلاقة كونها تمثل تطبيقا وكتابة قاعدة الاقتران لها وتمثيلها في المستوي الاحداثي .



الدرسُ [1-2] التطبيقات Mappings

فكرةُ الدرس
- تعرف التطبيق وأنواعه وكيفية تمثيله بيانياً في المستوي الإحداثي وتعرف تركيب التطبيقات.

المفردات
- العلاقة
- الزوج المرتب
- الضرب الديكارتي
- التطبيق
- المجال والمجال المقابل والمدى
- تركيب التطبيقات

تعلم

مجموعة X تمثل بعض المناطق الأثرية في العراق {باب عشتار، أور، الحضر} = X ولتكن المجموعة Y تمثل بعض المدن العراقية {بغداد، الحلة، الناصرية، الموصل، اربيل} = Y العلاقة R:X→Y التي تمثل اقتران كل منطقة أثرية إلى المدينة التي تقع فيها: R = {(الناصرية ، أور) ،(الموصل ، الحضر) ،(بابل ، باب عشتار)} تسمى تطبيق مجاله X ومجاله المقابل Y

[1-2-1] التطبيق وتمثيله في المستوي الاحداثي
Mapping and its representation in the coordinate plane

تعرفت سابقاً إلى العلاقة من المجموعة X إلى المجموعة Y وهي المجموعة الجزئية (مجموعة من الأزواج المرتبة (x,y) لا ينتمي المسقط الأول «الأحداثي الأول» إلى المجموعة X والمسقط الثاني «الإحداثي الثاني» إلى المجموعة Y) من حاصل الضرب الديكارتي X×Y، الذي يمثل مجموعة كل الأزواج المرتبة، وسوف تتعرف على التطبيق R: X → Y وكيفية تمثيله بمخطط سهمي وتمثيله بالمستوي (بيانياً) والتعرف على انواعه

التطبيق: لتكن R علاقة من المجموعة X الى المجموعة Y وكان لكل عنصر في X صورة واحدة في Y عندئذ تسمى العلاقة R تطبيق من X إلى Y ، R: X → Y وتسمى المجموعة X بمجال التطبيق (Domain)، والمجموعة Y بالمجال المقابل للتطبيق (Co-domain)، ويسمى كل عنصر في Y مرتبط بعنصر من X صورة لذلك العنصر، وتسمى مجموعة كل الصور في المجال المقابل بالمدى (Range)، وتسمى القاعدة التي تنقل العنصر إلى صورته بقاعدة الاقتران (قاعدة التطبيق) ويرمز لها (x,y) ، R(x) .

مثال (1) إذا كانت R: X → Y تمثل تطبيقاً بقاعدة اقتران $(y = \frac{1}{2}x)$ من المجموعة X={4,6,8} الى المجموعة Y={2,3,4,5} . اكتب التطبيق على شكل مجموعة أزواج مرتبة ثم مثّل التطبيق بمخطط سهمي، وحدد المجال والمدى للتطبيق .

يوضح المخطط السهمي علاقة ارتباط عناصر المجموعتين ضمن قاعدة الاقتران $y = R(x) = \frac{1}{2}x$ أي:

$4 \to 2 \ , \ 6 \to 3 \ , \ 8 \to 4$

ولذا مجموعة التطبيق $R = \{(4,2), (6,3), (8,4)\}$

المجال: وهومجموعة الإحداثيات الأولى من الأزواج المرتبة في R وهو المجموعة {4,6,8}

المدى: وهومجموعة الإحداثيات الثانية من الأزواج المرتبة في R ، وهو المجموعة {2,3,4}

ملاحظة: المدى هو مجموعة جزئية من المجال المقابل للتطبيق

نلاحظ هنا المدى ≠ المجال المقابل

10

إعادة التعليم

R تطبيق من X الى Y، تسمى المجموعة X بمجال التطبيق والمجموعة Y بالمجال المقابل للتطبيق. وتسمى مجموعة كل الصور في المجال المقابل بالمدى وتسمى القاعدة التي تنقل العنصر الى صورته بقاعدة الاقتران للتطبيق.

مثال(1) اكتب قاعدة الاقتران للتطبيق الاتي واكتب المجال والمدى له :

$f = \{(1,2), (2,4), (3,6), (4,8)\}$

قاعدة الاقتران للتطبيق : $f(x) = 2x$

مجال التطبيق:{4, 3, 2, 1} ، مدى التطبيق {2,4,6,8}

التطبيق $(f\circ g)(x) = f(g(x))$ ويقرأ f تركيب g (f بعد g) وهو ناتج إيجاد g(x) أولاً ثم إيجاد صورته في التطبيق f .

مثال(2) ليكن التطبيقان $f: Z \to Z$ حيث $f(x) = 5x-2$ و $g: Z \to Z$ حيث $g(x) = x+3$ جد. $(f\circ g)(x)$.

$(f\circ g)(x) = f(x+3) = 5(x+3) - 2 = 5x + 13$

تدريبات :

1) اكتب قاعدة الاقتران للتطبيق الاتي واكتب المجال والمدى له :

$f = \{(1,3), (2,5), (3,7), (4,9)\}$

قاعدة الاقتران للتطبيق : $f(x) = 2x+1$

مجال التطبيق:{4, 3, 2, 1} ، مدى التطبيق {3,5,7,9}

2) ليكن التطبيقان $f: Z \to Z$ حيث $f(x) = 2x-5$ و $g: Z \to Z$ حيث $g(x) = x+1$ جد. $(g\circ f)(x)$.

$(g\circ f)(x) = g(2x-5) = (2x-5) + 1 = 2x - 4$

Scanned with CamScanner

قدم المثال (4) لتبين للطلاب كيفية ايجاد صورة العنصر في تركيب التطبيقات

امثلة إضافية: قدم الامثلة الاضافية التالية لتعزيز مفاهيم الدرس وهي مشابهة تماماً لأمثلة الدرس في كتاب الطالب.

1) اكتب قاعدة الاقتران للتطبيق واكتب المجال والمدى:

$f=\{(1,4), (2,6), (3,8),(4,10)\}$

$f(x) = 2x +1$

المجال $\{1,2,3,4\}$ ، المدى $\{4,6,8,10\}$

2) إذا كان التطبيق $f : N \to N$ حيث أن $f(x)=5x+2$.بين هل أن التطبيق شامل أم لا؟

$1 \to 7 , 2 \to 12, 3 \to 17 , ...$

ليس تطبيقاً شاملاً لان المدى $\neq$ المجال المقابل

تأكد من فهمك : اطلب الى الطلاب حل تدريبات تأكد من فهمك داخل الصف وراقب اجاباتهم .

- السؤال (5) يتطلب الحل ايجاد على الاقل عنصر واحد في المجال المقابل ليس صورة الى عنصر في المجال .
- يمكن تقديم صفحة إعادة التعليم المرافقة للطلاب الذين لم يتمكنوا من حل تدريبات تأكد من فهمك بشكل صحيح.
- اطلب إلى الطلاب حل التدريبات (1,4,6,7) من صفحة تمرينات الدرس كواجب بيتي.

خطأ متوقع: قد يخطئ بعض الطلاب عند تمثيل التطبيق في المستوي الاحداثي ، فيصلون بين النقاط بعد تمثيلها بالمستوي، فاكد على الطلاب بان التطبيق يمثل بنقاط فقط ..

3 تدريب

ناقش مع الطلاب الواجب البيتي وتحقق من قدرتهم على حل التمرينات وقدم صفحة إعادة التعليم للطلاب الذين لم يتمكنوا من حل الواجب البيتي .

تدرّب وحلّ التمرينات : اطلب الى الطلاب حل تمرينات تدرب وحل التمرينات وتابع اجاباتهم .

- الاسئلة (8-9) تمثيل التطبيق بالمستوي يكون على شكل نقاط منفصلة .

تدرب وحلّ مسائلّ حياتيةّ : اطلب الى الطلاب حل المسائل الحياتية وتابع اجاباتهم .

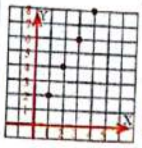
- السؤال(13) يتطلب الحل أولاً ايجاد الوزن للشهر الأول والثاني والثالث اولاً ، ثم كتابة الازواج المرتبة .

مثال (2) الجدول التالي يمثل العلاقة بين الوزن (كغم) وسعر السمك $(f(x) = y)$.

هل تمثل العلاقة تطبيقاً ؟

إذا كانت تطبيقاً فاكتب قاعدة الاقتران وحدد المجال والمدى ومثله بالمستوي.

X الوزن/كغم	Y السعر بألوف الدنانير
1	2
2	4
3	6
4	8



قاعدة الاقتران $y = 2x$

المجال $\{1,2,3,4\}$ ، المدى $\{2,4,6,8\}$

[1-2-2] أنواع التطبيقات The kind of mappings

يكون التطبيق $f: X \to Y$:

i) التطبيق شامل Surjective mapping

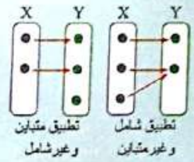
إذا كان المدى = المجال المقابل.

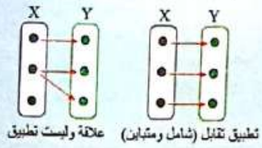
ii) التطبيق المتباين Injective mapping

$\forall x_1, x_2 \in X ; x_1 \neq x_2 \to f(x_1) \neq f(x_2)$

iii) التطبيق تقابل (Bijective mapping)

إذا كان التطبيق شامل ومتباين في آن واحد.



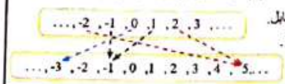


مثال (3) إذا كانت $f: Z \to Z$ حيث $f(x) =2x^2 - 3$ ، بين نوع التطبيق حيث Z مجموعة الأعداد الصحيحة.

$f(x) = 2x^2 - 3 , f(-2)= 5 , f(-1) = -1 , f(0)= -3 , f(1) = -1 , f(2) = 5$

أولاً: التطبيق ليس شاملاً لأن المدى لايساوي المجال المقابل.

ثانياً: ليس متبايناً لأن $f(-1) = f(1) = -1$ بينما $-1 \neq 1$.

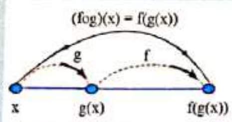


[1-2-3] تركيب التطبيقات The composition of mappings

ندرس طريقة لإيجاد تطبيق جديد من تطبيقين معلومين إذ هما $f(x)$ ، $g(x)$ وهي:

i) التطبيق $(fog)(x) = f(g(x))$ ويقرأ f تركيب g (f بعد g) وهو ناتج إيجاد $g(x)$ أولاً ثم إيجاد صورته في التطبيق f .

ii) التطبيق $(gof)(x) = g(f(x))$ ويقرأ g تركيب f وهو ناتج إيجاد $f(x)$ أولاً ثم إيجاد صورته في التطبيق g



11

مثال (4) إذا كان $f(x) = 2x + 1$ ، $f:N \to N$ ، $g(x) = x^2$ ، $g:N \to N$.

جد: i) $(fog)(3)$ ، ii) $(gof)(3)$، ماذا تلاحظ؟ ، iii) جد قيمة x إذا كان $(fog)(x) = 33$.

i) $(fog)(3)$ نجد

$(fog)(3) = f(g(3)) = f(3^2)$

$= f(9) = 2 \times 9 + 1$

$= 19$

ii) $(gof)(3)$ نجد

$(gof)(3) = g(f(3))$

$= g(2 \times 3 + 1)$

$= g(7) = 7^2 = 49$

لاحظ أن $(fog)(3) \neq (gof)(3)$

iii) $(fog)(x) = f(g(x)) = f(x^2) = 2x^2 + 1$

$2x^2 + 1 = 33 \Rightarrow 2x^2 = 32 \Rightarrow x^2 = 16 \Rightarrow x = 4$ or $x = -4$ يهمل

تأكد من فهمك اكتب قاعدة اقتران للتطبيق ومثله بمخطط سهمي واكتب المجال والمدى له:

الأسئلة (1 - 2) مشابهة للمثال (1)

1 $f=\{(1,2), (2,3), (3,4), (4,5)\}$ 2 $g=\{(1,3), (2,5), (3,7), (4,9)\}$

اكتب قاعدة الاقتران للتطبيقات التالية ومثلها في المستوي الإحداثي واكتب المجال والمدى لها:

الأسئلة (3 - 4) مشابهة للمثال (2)

3 $f=\{(1,0), (2,0), (3,0), (4,0)\}$ 4 $g=\{(0,0), (1,-1), (2,-2), (3,-3)\}$

السؤال (5) مشابه للمثال (3)

5 إذا كان التطبيق $f: N \to N$ إذ إن $f(x) = 3x + 2$. بيّن هل أن التطبيق شامل أم لا؟

الأسئلة (6 - 7) مشابهة للمثال (4)

6 ليكن التطبيقان $f : Z \to Z$ حيث $f(x) = 3x + 1$ وأن $g : Z \to Z$ حيث $g(x) = 2x + 5$. جد قيمة x إذا كان $(fog)(x) = 28$.

7 إذا كانت $f: N \to N$ حيث $f(x) = 5x+2$ وأن $g:N \to N$ إذ $g(x) = x + 3$. اكتب التطبيق fog بكتابة الأزواج المرتبة له.

تدربْ وحلّ التمرينات

8 إذا كان $A=\{1,2,3\}$ و $B=\{4,5,6\}$ وأن $f: A \to B$ معرّف كالآتي: $f = \{(1,4), (2,5), (3,6)\}$ ، ارسم المخطط السهمي للتطبيق ومثّله بالمستوي الإحداثي.

9 إذا كان $f: A \to Z$ حيث $f(x) = x^2$ والمجموعة $A=\{-2,-1,0,1,2\}$ ، مثّل التطبيق في المستوي الاحداثي وبيّن هل أنه تطبيق متباين أم لا ؟

10 ليكن $f: N \to N$ إذ أنّ $f(x) = x^2$, $g: N \to N$ إذ $g(x) = x + 1$. والمطلوب إيجاد:

i) $(gof)(x)$, $(fog)(x)$. ii) $(fog)(2)$, $(gof)(2)$

12

Scanned with CamScanner

فكّر: اطلب الى الطلاب حل أسئلة فكر ، وقد يحتاج الطلاب ذوو المستوى الضعيف الى استعمال الحاسبة اليدوية.

اكتب : اطلب إلى الطلاب حل سؤال **اكتب** وتابع إجاباتهم .

4 تقويمٌ

استعمل المسألة التالية كتقويم ختامي للطلاب قبل انتهاء الدرس.

إذا كان التطبيق $f : Z \rightarrow Z$ معرفة كما يأتي :

$f(x) = 2x + 1$. بين هل أن التطبيق تقابل أم لا؟

التطبيق متباين ولكن ليس شاملاً ، لان مدى التطبيق لايساوي مجموعة الاعداد الصحيحة

5 توسعةٌ

قدّم تدريبات اثرائية للطلاب من خلال صفحة الإثراء المرفقة وتابعهم وقدم لهم المساعدة في أثناء الحل.اطلب إليهم حل السؤال الاتي :

ليكن التطبيق $f : Z \rightarrow Z$ حيث $f(x) = 5x - 2$ ، إذا كان $(fof)(x) = 13$ فجد قيمة x .

$(fof)(x) = f(5x-2) = 5(5x-2)-2 = 25x - 12$

$(fof)(x) = 13 \Rightarrow 25x - 12 = 13 \Rightarrow x = 1$

الاختيار من متعدد Multiple Choice

الدرس [2-1] **التطبيقات**

Mappings

اختر الاجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

1) إذا كان التطبيق $f: A \rightarrow B$ معرف كالآتي $x \rightarrow x + 1$:

$f: A \rightarrow B$ حيث $A = \{1, 3, 5\}$ ، $B = \{2, 4, 6, 8\}$. فإن مدى التطبيق هو:

a) {2 , 4 , 8}   b) {4 , 6 , 8}

c) {2 , 4 , 6}   d) {2 , 6 , 8}

2) إذا كانت $A = \{1, 2, -2, -3\}$ وكان $g: A \rightarrow Z$. فإن مدى التطبيق إذا كان $g(x) = 5x - 3$ هو:

a) {2 , 9 , 13 , 18}   b) {2 , 7 , -13 , -18}

c) {9 , 13 , 18 , 21}   d) {7 , 13 , 15 , 18}

3) إذا كانت $f: Z \rightarrow R$ إذ $f(x) = 3x - 2$. فإن العدد 10 هو صورة للعدد:

a) 5   b) 4   c) 3   d) 2

4) ليكن $f: A \rightarrow B$ إذ $A = \{2, 3, 4, 5\}$ ، $B = \{4, 6, 8\}$. وإن $f = \{(2, 4), (3, 6), (4, 8), (5, 8)\}$

فإن f يمثل تطبيقاً شاملاً لأن:

a) المدى ≠ المجال المقابل   b) f تطبيق غير متباين

c) المدى هو مجموعة A   d) المدى = المجال المقابل

5) إذا كانت $f: Z \rightarrow Z$ إذ $f(x) = 2x - 3$ و $g: Z \rightarrow Z$ إذ $g(x) = x + 1$. فإن التطبيق $(gof)(x)$ هو:

a) 2x - 2   b) 2x - 4   c) 2x + 2   d) 2x + 4

6) ليكن $f: \{2, 3, 5\} \rightarrow N$ إذ $f(x) = 3x - 1$ وإن $g: N \rightarrow N$ إذ $g(x) = x + 1$ فإن مدى gof هو المجموعة:

a) {5 , 8 , 14}   b) {5 , 6 , 9}

c) {6 , 12 , 15}   d) {6 , 9 , 15}

7) إذا كان التطبيق $f: Q \rightarrow Q$ إذ $f(x) = 4x + 1$ والتطبيق $g: Q \rightarrow Q$ إذ $g(x) = \frac{1}{3}x^2 - 1$.

جد قيمة x إذا كانت $(fog)(x) = 45$. فإن قيمة x هي:

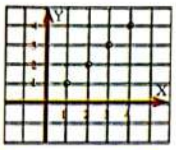
a) ± 5   b) ± 6   c) ± 7   d) ± 8

98

تدربْ وحلّ مسائل حياتية



11) **درجات الحرارة:** سجلت درجات الحرارة في أحد أيام الشتاء بالعلاقة التالية $R = \{(6,-2), (9,-3), (12,-4), (15,-5)\}$ إذ يمثل الإحداثي الأول الوقت بالساعة والإحداثي الثاني درجة الحرارة بالدرجات السيليزية. مثّل العلاقة بجدول ومثّلها بالمستوي الإحداثي، هل تمثّل العلاقة تطبيقاً أم لا؟ معللاً إجابتك.



12) **المستوي الإحداثي:** الشكل البياني المجاور يمثّل التطبيق $f: N \rightarrow N$. اكتب إحداثيات الأزواج المرتبة التي تمثّلها نقاط التطبيق في البياني، اكتب قاعدة اقتران التطبيق، هل التطبيق متباين أم لا؟



13) **صحة:** العلاقة $W_r = 2(\frac{W_b}{3})$ تمثّل وزن الماء في جسم الإنسان، و W_b تمثّل وزن الإنسان. وزن حسان 150kg، استعمل نظام خاص بإنقاص الوزن لمدة ثلاثة أشهر ففقد من وزنه 6kg في الشهر الأول ثم 12kg في الشهر الثاني، 12kg في الشهر الثالث. اكتب جميع الأزواج المرتبة للعلاقة بين وزن حسان ووزن الماء في جسمه، هل تمثّل تطبيقاً أم لا ؟

فكّرْ

14) **تحدٍّ:** إذا كان $A = \{1, 2, 3\}$ وكان $f: A \rightarrow A$ و $g: A \rightarrow A$ معرّفان كما يلي:

$g = \{(3,1), (1,2), (2,3)\}$, $f = \{(1,3), (3,3), (2,3)\}$

بيّن هل أن $fog = gof$ ؟

15) **أصحّحُ الخطأ:** قال ياسين إن العلاقة $f: Z \rightarrow Z$ حيث $f(x) = x^3$ لا تمثّل تطبيقاً متبايناً. حدّد خطأ ياسين وصحّحه.

16) **حسٌ عدديٌ:** حدّد ما إذا كانت كل علاقة $f: X \rightarrow Y$ فيما يلي تمثّل تطبيقاً أم لا؟ فسّر ذلك.

x	1	2	3	4	5
y	3	5	7	9	11

اكتبْ

قيمة x إذا كان $f: N \rightarrow N$ يمثّل تطبيقاً حيث $f(x) = 4x - 3$ ، وأنّ $(fof)(x) = 33$.

13

الإثراء

1) إذا كانت $B = \{1,2,3,4,5\}$ ، وكان $f: B \rightarrow N$ تطبيقا معرفا كالاتي:

$f = \{(1,5),(2,9),(3,13),(4,17),(5,21)\}$

هل أن التطبيق تقابل أم لا ؟ فسر ذلك.

التطبيق غير متقابل لانه غير شامل ، لان مجموعة مدى التطبيق {5,9,13,17,21} لاتساوي المجال المقابل(N)

2) إذا كانت قاعدة التطبيق $f: R \rightarrow R$ هي $f(x) = 8x - 4$

وقاعدة التطبيق $g: R \rightarrow R$ هي $g(x) = \frac{1}{2}x + 2$.

فجد قيمة x إذا علمت أن $(fog)(x) = 12$.

$(fog)(x) = 12 \Rightarrow f(\frac{1}{2}x + 2) = 12$

$= 8(\frac{1}{2}x + 2) - 4 = 12 \Rightarrow 4x = 0 \Rightarrow x = 0$

3) ليكن $f: R \rightarrow R$ حيث أن $f(x) = 4x^2$ ، $g: R^+ \rightarrow R$

حيث $g(x) = \sqrt{x}$. والمطلوب ايجاد :

i) (gof)(x), (fog)(x) , ii) (fog)(9) , (gof)(9)

i) $(gof)(x) = g(4x^2) = \sqrt{4x^2} = 2|x|$

$(fog)(x) = f(\sqrt{x}) = 4(\sqrt{x})^2 = 4x$

ii) $(gof)(9) = 2(9) = 18$

$(fog)(9) = 4(9) = 36$

Scanned with CamScanner

الدرسُ
1-3

المتتابعات

نتاجات التَعلّمَ	التعرف على المتتابعة والمتتابعة الحسابية وخواصها.
المواد والوسائل	ورقة عمل فيها التمرينات الاتية : 1) إذا كانت A={1,2,3} ، وأن B={1,4,8,12,18} ، f: A → B وقاعدة الاقتران للدالة $f(x) = 2x^2$. اكتب مجموعة الازواج المرتبة للدالة. 2) اكتب قاعدة الاقتران للدالة واكتب المجال والمدى لها f ={(2,7), (3,10), (4,13), (5,16)}

1 تهيئة

اطلب الى الطلاب توقع نتاجات التعلم لهذا الدرس من خلال عنوان الدرس وناقشهم فيها ثم ثبتها على السبورة.

• هيىء الطلاب لفكرة الدرس من خلال الأنشطة التالية: نظم الطلاب في مجموعات صغيرة وأعطِ كل مجموعة قطع العد وورقة العمل المعدة مسبقاً .

- اطلب من المجموعات حل التمرينات باستعمال المفاهيم التي درسوها سابقاً .

- اسأل الطلاب :

- ما الصورة العدد 1 ؟ 2 ، العدد 2 ؟ 8 ، العدد 3 ؟ 12

1) f= {(1, 2) , (2,8) , (3,18)}

- ما العلاقة بين العدد ٢ والعدد ٧ في الزوج المرتب ؟

7 = 3 × 2 +1

2) f(x) = 2x + 1

قم بتسجيل نتائج المجموعات واعلان الفائز منها.

- اسأل الطلاب :

هل يمكن كتابة صورة العدد ٦ في التمرين (٢) ؟

استمع إلى إجاباتهم وقل لهم أنهم سيتعرفون في هذا الدرس على المتتابعة والمتتابعة الحسابية وخواصها.

2 شرحٌ وتفسيرٌ

وجه الطلاب الى فقرة تعلم واطلب إليهم قراءة المعلومة المعطاة وهينهم للمثال (1) من خلال التقديم الذي يتبع فقرة تعلم .

• اسأل الطلاب : هل العلاقة بين الاحداثي الاول والاحداثي الثاني في الزوج المرتب الاول (1,3) هي نفسها في الزوج المرتب الثاني والثالث... ؟ نعم العلاقة هي نفسها وتمثل الاحداثي الاول ثلاثة امثال الاحداثي الثاني .

• قدم المثال (2) لتبين للطلاب كيفية كتابة الحدود الخمسة الاولى من المتتابعة وكيفية تمثيلها في المستوي الاحداثي.

• قدم المثال (3,4) لتبين للطلاب كيفية كتابة حدود المتتابعة الحسابية بمعرفة اساسها واحد حدودها .

الدرسُ [1-3] المتتابعات

The Sequences

تعلم



يعمل يشار في المرسم خمسة ايام في الأسبوع وينتج لوحة فنية كل ثلاثة أيام. نظم جدولاً يربط بين عدد الايام وعدد اللوحات التي رسمها يشار اذا عمل 4 أسابيع في المرسم. اكتب مجموعة الأزواج المرتبة من الجدول. هل يمثل الجدول نمطا؟ هل يمثل متتالية؟

فكرة الدرس
• التعرف إلى المتتابعة والمتتابعة الحسابية وخواصها

المفردات
• المتتابعة
• المتتابعة الحسابية
• الحد العام
• المتتابعة الثابتة
• أساس المتتابعة

[1-3-1] المتتابعة والدالة
The sequence and function

تعرفت سابقاً إلى الدالة وكيفية تحديد مجالها ومداها والآن سوف تتعرف الى المتتابعة كدالة وكيفية التعبير عنها وكتابة حدودها وكما يأتي: إن المتتابعة (Sequence) f:N → R هي دالة تمثلها مجموعة الأزواج المرتبة {(1,f(1)) , (2,f(2)) , (3,f(3)) , ... ,(n,f(n)), ...} اذ ان المسقط الأولى هي مجموعة الأعداد الطبيعية (متتابعة غير منتهية infinite sequence ويرمز لها $\{f(n)\}_{n=1}^{\infty}$ أو $\{u_n\}_{n=1}^{\infty}$) أو مجموعة جزئية منها (متتابعة منتهية finite sequence ويرمز لها $\{f(n)\}_{n=1}^{m}$ أو $\{u_n\}_{n=1}^{m}$)، ولذا اكتفي بكتابة المسقط الثانية (الصور) {((f(1)) , (f(2)) , (f(3)) ,..., (f(n) ,...} ويسمى u_n بالحد العام للمتتابعة وان $u_n = f(n)$ والمتتالية تكتب $\{u_1, u_2, u_3, u_4, ..., u_i, ...\}$ ، أو $u_1, u_2, u_3, u_4, ..., u_i, ...$.

مثال (1) نظم جدولا يربط بين عدد الايام وعدد اللوحات. اكتب مجموعة الازواج المرتبة من الجدول. هل يمثل الجدول نمطا؟ هل يمثل متتابعة؟

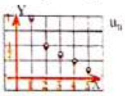
عدد اللوحات	1	2	3	4	5	6
عدد الايام	3	6	9	12	15	18

الازواج المرتبة {(1,3),(2,6),(3,9),(4,12),(5,15),(6,18)}

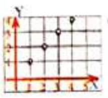
نعم يمثل نمطا والعلاقة تمثل "ثلاثة امثال" والعلاقة تمثل متتابعة حدها العام هو $u_n = 3n$, $n \in \{1,2,3,4,5,6\}$ ، ونكتب بالشكل الاتي: $\{u_n\} = \{3n\} = \{3,6,9,12,15,18\}$

مثال (2) اكتب الازواج المرتبة الخمسة الاولى للمتتابعة $\{u_n\}$ ومثلها في المستوى الاحداثي:

ii) $\{\frac{1}{n}\} = \{1, \frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, ...\}$
$\{(1,1), (2,\frac{1}{2}), (3,\frac{1}{3}), (4,\frac{1}{4}), (5,\frac{1}{5})\}$



i) {n} = {1, 2, 3, 4, 5, ...}
{(1,1), (2,2), (3,3), (4,4), (5,5)}



14

إعادة التعليم

المتتابعة f:N →R هي دالة تمثلها مجموعة الأزواج المرتبة المساقط الأولى مجموعة الأعداد الطبيعية لذا تم الأكتفاء بكتابة المساقط الثانية

{(f(1)),(f(2)),...,(f(n)),...}

ويسمى u_n بالحد العام للمتتالية وأن $u_n = f(n)$ ،
والمتتالية تكتب $\{u_1, u_2, u_3, u_4, ..., u_i, ...\}$.

مثال(1) اكتب الحدود الخمسة الأولى للمتتابعة {3n-1}

$u_1 = 3 \times 1 - 1 = 2$, $u_2 = 3 \times 2 - 1 = 5$, ...

الحدود الخمسة الأولى للمتتابعة {2 , 5 , 8 , 11 , 14}

المتتابعة الحسابية هي المتتابعة التي يكون فيها الفرق بين كل حددين متتالين عدداً ثابتا ويسمى أساس المتتابعة ويرمز له $d = u_{n+1} - u_n$ وقانون الحد العام للمتتابعة الحسابية هو $u_n = a + (n-1)d$ حيث $n \in N$.

مثال(2) اكتب الحدود الخمسة الاولى للتتابعة الحسابية التي الحد الأول فيها 4 وأساسها 5- . {4, -1, -6, -11, -16}

تدريبات :

1) اكتب الحدود الخمسة الأولى للمتتابعة $\{n^2-3\}$

$u_1 = 1-3 = -2$, $u_2 = 4-3 = 1$, $u_3 = 9-3 = 6$,...

الحدود الخمسة الأولى للمتتابعة {-2, 1, 6, 13, 22}

2) اكتب الحد الثاني عشر للمتتابعة الحسابية التي الحد الأول فيها 9- وأساسها 4- .

$u_n = a + (n-1)d \Rightarrow u_{12} = -4 + 11(-9) = -103$

Scanned with CamScanner

[1-3-2] المتتابعة الحسابية
Arithmetic sequence

i) المتتابعة الحسابية: هي المتتابعة التي يكون فيها ناتج طرح كل حد من الحد الذي يليه مباشرة عدداً ثابتاً ويسمى اساس المتتابعة (الفرق المشترك Common Difference)، ويرمز له $d = u_{n+1} - u_n$ ويمكن كتابة المتتابعة بمعرفة حدها الأول $u_1 = a$ وأساسها d وقانون الحد العام للمتتابعة الحسابية هو $u_n = a + (n-1)d$ حيث $n \in N$.

ويمكن تحديد نوع المتتابعة بصورة عامة كما يلي:

i) المتتابعة المتزايدة وفيها $d > 0$ مثال $\{1, 3, 5, 7, 9, \dots\}$.

ii) المتتابعة المتناقصة وفيها $d < 0$ مثال $\{4, 2, 0, -2, -4, \dots\}$.

iii) المتتابعة الثابتة وفيها $d = 0$ مثال $\{5, 5, 5, 5, 5, \dots\}$.

مثال (3) اكتب الحدود الخمسة الأولى لكل متتابعة من المتتابعات الحسابية الاتية:

i) متتابعة حسابية الحد الأول فيها 3 وأساسها 6 .

$\{3, 9, 15, 21, 27\}$

ii) متتابعة حسابية الحد الأول فيها 1 وأساسها 3- .

$\{1, -2, -5, -8, -11\}$

iii) متتابعة حسابية حدها السابع 36 وأساسها 4 .

$u_7 = a + (n-1)d \Rightarrow u_7 = a + 6d \Rightarrow 36 = a + 6 \times 4 \Rightarrow a = 12$

$\{12, 16, 20, 24, 28\}$

$u_1 \overset{+d}{\Rightarrow} u_2 \overset{+d}{\Rightarrow} u_3 \Rightarrow \dots \overset{+d}{\Rightarrow} u_n$

مثال (4) اكتب حدود للمتتابعات الاتية:

i) متتابعة حسابية حدها الثالث 8 و $d = -3$. جد الحدود بين u_7 و u_{11} .

$u_n = a + (n-1)d \Rightarrow u_3 = a + 2d \Rightarrow 8 = a - 6 \Rightarrow a = 8 + 6 = 14$

$u_n = a + (n-1)d \Rightarrow u_7 = a + 6d \Rightarrow u_7 = 14 + 6(-3) \Rightarrow u_7 = -4$

نجد قيمة a وبعدها نحصل على قيمة الحد 7 والحدود التي تليه

$u_8 = u_7 + d = -4 - 3 = -7$, $u_9 = u_8 + d = -7 - 3 = -10$

$u_{10} = u_9 + d = -10 - 3 = -13$, $\{-7, -10, -13\}$ حدود المتتالية

ii) اكتب الحد العشرين من المتتابعة الحسابية $\{6, 1, -4, -9, \dots\}$ وحدد ما إذا كانت المتتابعة متناقصة أم متزايدة.

$d = u_{n+1} - u_n \Rightarrow d = 1 - 6 = -5$, $a = 6$

$u_n = a + (n-1)d \Rightarrow u_{20} = a + 19d \Rightarrow u_{20} = 6 + 19(-5) \Rightarrow u_{20} = -89$

بما أن d أصغر من صفر، لذا ان المتتابعة متناقصة.

مثال (5) اكتب الحدود الخمسة الاولى لكل من المتتابعات الاتية:

i) $\{2n - 1\} = \{1, 3, 5, 7, 9\}$, ii) $\{(-1)^n\} = \{-1, 1, -1, 1, -1\}$

iii) $\{7\} = \{7, 7, 7, 7, 7\}$, iv) $\{\frac{n}{3}\} = \{\frac{1}{3}, \frac{2}{3}, 1, \frac{4}{3}, \frac{5}{3}\}$

v) $\{n^2\} = \{1, 4, 9, 16, 25\}$, vi) $\{n^3\} = \{1, 8, 27, 64, 125\}$

15

تأكد من فهمك اكتب الأزواج المرتبة الأربعة الأولى للمتتابعة التي حدها العام معطى:

الأسئلة (1 - 5) مشابهة للمثال (2)

1) $u_n = 3n$ 2) $u_n = n - 4$ 3) $u_n = 3n^2$

4) $u_n = \frac{1}{2n}$ 5) $u_n = 3n - 1$

اكتب الحدود الخمسة الأولى لكل متتابعة من المتتابعات الاتية:

الأسئلة (6 - 8) مشابهة للمثال (3)

6) متتابعة حسابية الحد الأول فيها 1 وأساسها 5.

7) متتابعة حسابية الحد الأول فيها 5- وأساسها 2.

8) متتابعة حسابية الحد الأول فيها 3- وأساسها 4- .

اكتب حدود للمتتابعات الآتية:

الأسئلة (9 - 11) مشابهة للمثال (4)

9) جد الحدود بين u_8 و u_{12} لمتتابعة حسابية حدها الثالث 9 و $d = -2$.

10) جد الحدود بين u_6 و u_{10} لمتتابعة حسابية حدها الثاني 11- و $d = -3$.

11) اكتب الحد الثالث والعشرين من المتتابعة الحسابية $\{3, -1, -5, -9, \dots\}$.

اكتب الحدود الخمسة الأولى لكل من المتتابعات الآتية:

الأسئلة (12 - 15) مشابهة للمثال (5)

12) $\{4n\} = \dots\dots$ 13) $\{2n - 5\} = \dots\dots$

14) $\{\frac{1}{n+1}\} = \dots\dots$ 15) $\{9\} = \dots\dots$

تدربْ وحل التمرينات اكتب الأزواج المرتبة الاربعة الاولى للمتتابعة التي حدها العام معطى:

16) $u_n = 10 - 4n$ 17) $u_n = n^2 - 1$ 18) $u_n = \frac{1}{3n+1}$

19) اكتب الحدود الخمسة الأولى للمتتابعة الآتية:

متتابعة حسابية الحد السابع فيها $\frac{1}{24}$ وأساسها $\frac{1}{3}$.

اكتب حدود للمتتابعات الاتية:

20) جد الحدود بين u_{10} و u_{14} لمتتابعة حسابية حدها السابع $\frac{13}{2}$ و $d = 1$.

21) جد الحدود بين u_{20} و u_{23} لمتتابعة حسابية حدها الثاني 0 و $d = -1$.

حدد نوع المتتابعة (متزايدة ، متناقصة ، ثابتة) لكل مما يأتي:

22) $\{u_n\} = \{3 - 2n\}$ 23) $\{u_n\} = \{n^3 - 1\}$ 24) $\{u_n\} = \{\frac{1}{n+2}\}$

اكتب الحدود الخمسة الاولى لكل من المتتابعات الاتية:

25) $\{\frac{3n}{2}\} = \dots$ 26) $\{\sqrt{3}\} = \dots$ 27) $\{\frac{n}{n+1}\} = \dots$

16

امثلة اضافية : قدم الامثلة الاضافية التالية لتعزيز مفاهيم الدرس وهي مشابهة تماماً لأمثلة الدرس في كتاب الطالب.

أكتب الحدود الخمسة الأولى لكل من المتتابعات التالية:

1) $\{3n - 1\} = \{2, 5, 8, 11, 14\}$,

2) $\{(-1)^{3n}\} = \{-1, 1, -1, 1, -1\}$

3) $\{\frac{n}{5}\} = \{\frac{1}{5}, \frac{2}{5}, \frac{3}{5}, \frac{4}{5}, 1\}$

4) $\{n^2 + 1\} = \{2, 5, 10, 17, 26\}$

تأكد من فهمك : اطلب الى الطلاب حل تدريبات تأكد من فهمك داخل الصف وراقب اجاباتهم .

الأسئلة(8-7) يتطلب الحل ايجاد الحد الأول من المتتابعة باستعمال الحد المعطى واساس المتتابعة.

السؤال (10) يتطلب السؤال ايجاد اساس المتتابعة اولاً.

يمكن تقديم صفحة إعادة التعليم المرافقة للطلاب الذين لم يتمكنوا من حل تدريبات تأكد من فهمك بشكل صحيح.

اطلب إلى الطلاب حل التدريبات (2,5,6,8) من صفحة تمرينات الدرس كواجب بيتي.

خطأ متوقع: قد يخطئ بعض الطلاب عند ايجاد حدود المتتابعة بين حدين معينين (مثلاً $u_8 - u_{12}$) فيكتبون خمسة حدود ، فذكر الطلاب بأن الحدين الثامن والثاني عشر غير مطلوب ايجادهما .

3 تدريب

ناقش مع الطلاب الواجب البيتي وتحقق من قدرتهم على حل التمرينات وقدم صفحة إعادة التعليم للطلاب الذين لم يتمكنوا من حل الواجب البيتي.

تدرب وحل التمرينات: اطلب الى الطلاب حل تمرينات تدرب وحل التمرينات وتابع اجاباتهم .

- الاسئلة (22-24) يتطلب الحل معرفة اساس المتتابعة لتحديد نوعها فإذا كان اساس المتتابعة اكبر من صفر فالمتتابعة متزايدة ،وإذا كان اساسها اقل من صفر فالمتتابعة متناقصة ، إما اذا كان يساوي صفراً فالمتتابعة ثابتة .

تدّرب وحلّ مسائل حياتية: اطلب الى الطلاب حل المسائل الحياتية وتابع اجاباتهم .

- الأسئلة (28-29) يتطلب الحل أولاً كتابة الأزواج المرتبة ثم ايجاد العلاقة بين الاحداثي الاول والثاني في كل زوج ومقارنتها.

Scanned with CamScanner

فكّر: اطلب الى الطلاب حل أسئلة فكر ، وقد يحتاج الطلاب ذوو المستوى الضعيف الى استعمال الحاسبة اليدوية .

• السؤال (31) يتطلب الحل في الفرعين استعمال قيمة اساس المتتابعة لإيجاد قيمة x .

أكتب : اطلب الى الطلاب حل سؤال أكتب وتابع إجاباتهم .

4 تقويمٌ

استعمل المسألة التالية كتقويم ختامي للطلاب قبل انتهاء الدرس.

جد الحدود بين u_7 و u_{11} لمتتابعة حسابية حدها الرابع 6- و $d = -3$

$u_4 = a + 3d \Rightarrow -6 = a+3(-3) \Rightarrow a = 3$

$u_8 = a + 7d \Rightarrow u_8 = 3 + 7(-3) \Rightarrow u_8 = -18$

$u_9 = -21 , u_{10} = -24$

5 توسعةٌ

قدّم تدريبات اثرائية للطلاب من خلال صفحة الإثراء المارفقة وتابعهم وقدم لهم المساعدة في أثناء الحل اطلب إليهم حل السؤال الآتي :

حدد نوع المتابعة (متزايدة أم متناقصة) التي حدها العام : $u_n = 7 - 2n$

$d = u_3 - u_2 \Rightarrow d = 1 - 3 = -2$

المتتالية متناقصة لأن اساسها اصغر من الصفر

Multiple Choice

الاختيار من متعدد

الدرس [3-1] المتتابعات

The Sequences

اختر الاجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

اكتب الحدود الخمسة الأولى لكل متتابعة من المتتابعات التالية:

1. $\{5n - 2\} = ...$
a) {2, 6, 12, 16, 20} b) {3, 8, 13, 18, 23}
c) {4, 8, 12, 18, 22} d) {5, 10, 16, 20, 24}

2. $\{\frac{n}{2} + 1\} = ...$
a) $\{\frac{1}{2}, \frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \frac{7}{2}, \frac{9}{2}\}$ b) $\{\frac{3}{2}, \frac{5}{2}, \frac{7}{2}, \frac{9}{2}\}$
c) $\{\frac{3}{2}, 2, \frac{5}{2}, 3, \frac{7}{2}\}$ d) $\{2, \frac{5}{2}, 3 \frac{7}{2}, 4\}$

3. $\{(\frac{-1}{2+n})\} = ...$
a) $\{\frac{-1}{2}, \frac{-1}{3}, \frac{-1}{4}, \frac{-1}{5}, \frac{-1}{6}\}$ b) $\{\frac{-1}{3}, \frac{-1}{4}, \frac{-1}{5}, \frac{-1}{6}, \frac{-1}{7}\}$
c) $\{\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}\}$ d) $\{\frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, \frac{1}{7}\}$

اكتب الحدود الخمسة الأولى لكل متتابعة من المتتابعات الحسابية التالية:

4. متتابعة حسابية الحد الثاني فيها 3 وأساسها 3 .
a){0,3,6,9,12} b){2,5,8, 11,14} c){3,6,9, 12,15} d){1,4,7,10,13}

5. متتابعة حسابية الحد الثالث فيها 8- وأساسها 2 .
a){-14,-12,-10,-8,-6} b){-12,-10,-8,-6,-4} c){-10,-8,-6,-4,-2} d){-8,-6,-4,-2,0}

6. جد الحد التاسع والحد الخامس عشر للمتتابعة الحسابية التي حدها الثاني 2 وأساسها 2 .
a) $u_9 = 12 , u_{15} = 20$ b) $u_9 = 14 , u_{15} = 24$ c) $u_9 = 16 , u_{15} = 28$ d) $u_9 = 18 , u_{15} = 32$

7. جد الحدود بين u_1 و u_5 لمتتابعة حسابية حدها الثاني $\frac{9}{5}$ وأساسها 2 .
a) $\{\frac{9}{2}, \frac{19}{2}, \frac{29}{2}\}$ b) $\{\frac{19}{2}, \frac{29}{2}, \frac{39}{2}\}$ c) $\{\frac{9}{5}, \frac{19}{5}, \frac{29}{5}\}$ d) $\{\frac{19}{5}, \frac{29}{5}, \frac{39}{5}\}$

99

تدرب وحل مسائل حياتية



28 **رياضة الجري:** في إحدى مسابقات الجري، سُجّلت أوقات الفائز الأول وفقاً للجدول الآتي:

المسافة بالكيلومتر	1	2	3	4	5
الوقت بالدقيقة والثانية	3.12	6.32	9.52	12.72	15.92

اكتب مجموعة الأزواج المرتبة من الجدول. هل يمثل الجدول نمطاً؟ هل يمثل متتابعة؟ علل إجابتك.



29 **رياضة القفز بالزانة:** يبيّن الجدول التالي محاولات أحد أبطال العالم في رياضة سباق القفز بالزانة.

المحاولة	1	2	3	4	5
الارتفاع بالمتر	5.90	5.95	6.00	6.05	6.10

اكتب مجموعة الأزواج المرتبة من الجدول. هل يمثل الجدول نمطاً؟ هل يمثل متتابعة؟ علل إجابتك.



30 **زراعة:** اشترى حسّان مزرعة لتربية الأبقار وبعد سنة أصبح فيها 20 بقرة، وبدأت تزداد كلّ سنة نتيجة الولادات بمعدل ثابت حتى أصبح عددها الضعف بعد مضي ست سنوات. مثّل المسألة بجدول واكتب الأزواج المرتبة فيه. هل يمثل الجدول نمطاً؟ هل يمثل متتابعة؟ علّل إجابتك.

فكّر

31 **تحدٍّ:** جد قيمة x التي تجعل الحدود الثلاثة الأولى للمتتابعة الحسابية كما يأتي:

{2x, x + 1, 3x + 11, ...}

32 **أصحّح الخطأ:** قالت رابحة انّ المتتابعة التي حدها العام $u_n = 8 - 2n$ متتابعة متزايدة لأن $d > 0$.
اكتشف خطأ رابحة وصححه.

33 **حسّ عدديّ:** ماهو الحد الحادي عشر لمتتابعة حدها الثالث 4 وأساسها $-\frac{1}{2}$ ؟

أكتب الحد الذي ترتيبه 101 في المتتابعة الحسابية التي حدها الخامس 4- وأساسها 2 .

17

الإثراء

حدد نوع المتابعة(متزايدة،متناقصة،ثابتة) لكل مما يأتي:

1) $u_n = 5 - 2n \quad \Rightarrow d = u_2 - u_1 \quad \Rightarrow d = 1 - 3 = -2$

المتتابعة متناقصة لان $d < 0$.

2) $u_n = n^2 - 4 \quad \Rightarrow d = u_2 - u_1 \quad \Rightarrow d = 0 + 3 = 3$

المتتابعة متزايدة لان $d > 0$.

3) $u_n = \frac{1}{n+6} \quad \Rightarrow d = u_2 - u_1 \quad \Rightarrow d = \frac{1}{8} - \frac{1}{7} = \frac{-1}{56}$

المتتابعة متناقصة لان $d < 0$.

جد قيمة x التي تجعل الحدود الثلاثة الأولى للمتتابعات الحسابية كما يأتي :

5) { 3x,2x+8 ,5x-4,.....}

$u_3 - u_2 = u_2 - u_1 \Rightarrow 3x - 12 = -x + 8$

$\Rightarrow 4x = 20 \Rightarrow x = 5$

6) { x-7 ,4x+1 ,2x+4,.....}

$u_3 - u_2 = u_2 - u1 \Rightarrow -2x + 3 = 3x + 8$

$\Rightarrow 5x = -5 \Rightarrow x = -1$

7) { x^2 ,$2x^2$- 7 ,$4x^2$- 18 ,.....}

$u_3 - u_2 = u_2 - u_1 \Rightarrow 2x^2 - 11 = x^2 - 7$

$\Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = \pm 2$

Scanned with CamScanner

نتاجاتُ التَعلُّمَ	حل المتباينات التي تحتوي ادواة الربط (و) ، (أو) في R وتمثيل الحل على مستقيم الأعداد .
الموادُ والوسائلُ	ورقة عمل فيها المتباينات التالية : 1) $x+7\leq-1$, 2) $5y+1<y+8$ 3) $3x-3>12$, 4) $\frac{1}{2}y-4\geq 3y-\frac{1}{2}$

1 تهيئةٌ

اطلب الى الطلاب توقع نتاجات التعلم لهذا الدرس من خلال عنوان الدرس وناقشهم فيها ثم ثبتها على السبورة.

ـ هيىء الطلاب لفكرة الدرس من خلال الأنشطة التالية :

نظم الطلاب في مجموعات صغيرة وأعطِ كل مجموعة ورقة العمل المعدة مسبقاً .

ـ اطلب الى المجموعات ايجاد مجموعة الحل للمتباينات باستعمال خواص المتباينات التي درسوها سابقاً .

ـ اسأل الطلاب :

ـ هل خواص المتباينات لها علاقة بعلامة المتباينة ؟ كلا

ـ ماذا تحتاج لحل المتباينة في السؤال الرابع ؟

ضرب حدود المتباينة اولا في 2 للتخلص من الكسور ثم تطبيق الخواص لايجاد مجموعة الحل .

1) $x\leq-8$, 2) $4y<7\Rightarrow y<\frac{7}{4}$

3) $x>5$, 4) $-5y\geq 7\Rightarrow y\leq\frac{-7}{5}$

قم بتسجيل نتائج المجموعات واعلان الفائز منها.

ـ اسأل الطلاب :

هل يمكنك كتابة المتباينة $x\leq 9$ والمتباينة $x>2$ في جملة عددية واحدة (متباينة مركبة)؟

استمع إلى إجاباتهم وقل لهم إنهم سيدرسون في هذا الدرس حل المتباينات التي تحتوي ادواة الربط (و) ، (أو) في R (المتباينات المركبة) وتمثيل الحل على مستقيم الأعداد.

2 شرحٌ وتفسير

تعلَمْ : وجه الطلاب الى فقرة تعلم واطلب إليهم قراءة المعلومة المعطاة وهينهم للمثال (1) من خلال التقديم الذي يتبع فقرة أتعلم.

ـ اسأل الطلاب:

هل مجموعة الحل للمتباينة $x\geq 8$ مجموعة محدودة من الاعلى أم لا ؟ محدودة من الاعلى

هل مجموعة الحل للمتباينة $x\leq 15$ مجموعة محدودة من الاسفل ام لا ؟محدودة من الاسفل

قدم المثال(3) لتبين للطلاب الشروط اللازم توفرها في ثلاث قطع مستقيمة لتكون مثلثاً .



الدرسُ [1-4] المتباينات المركبة

Compound Inequalities

فكرة الدرس

• حل المتباينات التي تحتوي أدوات الربط (و) ، (أو) وتمثيل الحل على مستقيم الأعداد

المفردات

• المتباينة المركبة
• التقاطع
• الاتحاد
• مجموعة الحل

تقاس درجات حرارة الجو خلال اليوم الواحد بدرجة الحرارة السيليزية الصغرى والكبرى لكونها متغيرة من وقت لآخر. فإذا كانت درجة الحرارة السيليزية الصغرى في مدينة بغداد في شهر كانون الأول 8°C ودرجة الحرارة السيليزية الكبرى 15°C. اكتب متباينة تمثل درجة الحرارة في بغداد وجد حلها.

[1-4-1] المتباينات المركبة التي تتضمن (و)

Compound inequalities contain "and"

تعرفت سابقاً إلى المتباينات الجبرية وخواصها وكيفية إيجاد مجموعة الحل لها وتمثيله على مستقيم الأعداد، والآن سوف تتعرف إلى المتباينات المركبة التي تحتوي على أداة الربط (و) وكيفية إيجاد مجموعة الحل لها وتمثيله على مستقيم الأعداد الحقيقية. المتباينة المركبة التي تحتوي على أداة الربط (و) مؤلفة من متباينتين فإنها تكون صحيحة فقط إذا كانت المتباينتان صحيحتين، وعليه فإن مجموعة الحل لها عبارة عن مجموعة تقاطع حل المتباينتين، ويمكن إيجاده بطريقتين الأولى بيانياً بتمثيل حل المتباينتين على مستقيم الأعداد ثم تحديد منطقة التقاطع، والثانية جبرياً وذلك بإيجاد مجموعة الحل لكل متباينة ثم أخذ مجموعة التقاطع لهما ($S=S_1\cap S_2$).

مثال (1) اكتب المتباينة المركبة التي تمثل درجة الحرارة السيليزية الصغرى والكبرى في بغداد وجد حلها.

درجة الحرارة (الصغرى) لاتقل عن 8° ($x\geq 8$)، درجة الحرارة (الكبرى) لاتزيد على 15° ($x\leq 15$)، لاتقل درجة الحرارة عن 8° ولاتزيد على 15° ($x\leq 15$ و $x\geq 8$)، ويمكن حلها بإحدى الطريقتين:

الطريقة الأولى : بيانياً

$x\geq 8$ ، $x\leq 15$ ، $8\leq x\leq 15$

ونقرأ x أكبر من أو تساوي 8 وأقل من أو تساوي 15

الطريقة الثانية : جبرياً

$x\leq 15$ و $x\geq 8 \Rightarrow 8\leq x\leq 15$

$\Rightarrow S=S_1\cap S_2=\{x: x\geq 8\}\cap\{x: x\leq 15\}=\{x: 8\leq x\leq 15\}$

مثال (2) حل المتباينة المركبة التي تتضمن (و) $-3\leq 3x+2<9$ جبرياً ومثّل الحل على مستقيم الأعداد:

$-3\leq 3x+2<9 \Rightarrow -3-2\leq 3x+2-2<9-2 \Rightarrow -5\leq 3x<7 \Rightarrow \frac{-5}{3}\leq\frac{3x}{3}<\frac{7}{3}$

$\Rightarrow \frac{-5}{3}\leq x<\frac{7}{3} \Rightarrow S=\{x: \frac{-5}{3}\leq x<\frac{7}{3}\}$

18

إعادة التعليم

المتباينة المركبة التي تحتوي على أداة الربط (و) مؤلفة من متباينتين لذا فإن مجوعة الحل لها عبارة عن مجموعة تقاطع حل المتباينتين . $(S=S_1\cap S_2)$

مثال(1): حل المتباينات المركبة التي تتضمن (و) :

1) $x+1>-2$ و $x+1\leq 7 \Rightarrow x>-3$ و $x\leq 6$

$\Rightarrow S=S_1\cap S_2=\{x: x>-3\}\cap\{x: x\leq 6\}$

$=\{x: -3<x\leq 6\}$

المتباينة المركبة التي تحتوي على أداة الربط (أو) مؤلفة من متباينتين وعليه فإن مجموعة الحل لها عبارة عن مجموعة اتحاد حل المتباينتين $(S=S_1\cup S_2)$.

مثال(2): حل المتباينات المركبة التي تتضمن (أو) :

$y-4\leq-3$ أو $y+5>9 \Rightarrow y\leq 1$ أو $y>4$

$\Rightarrow S=S1\cup S2=\{y: y\leq 1\}\cup\{y: y>4\}$

تدريبات : حل المتباينات المركبة الاتية:

1) $x+12\geq 5$ و $x+2<20$

$S=S_1\cap S_2=\{x: -7\leq x<18\}$

2) $2y-1>9$ أو $2y+1\leq-9$

$S=S_1\cup S_2=\{y: y>5\}\cup\{y: y\leq-5\}$

Scanned with CamScanner

أمثلة إضافية : قدم الامثلة الاضافية التالية لتعزيز مفاهيم الدرس و هي مشابهة تماماً لأمثلة الدرس في كتاب الطالب

حل المتباينات المركبة الاتية جبرياً ومثل الحل على مستقيم الأعداد :

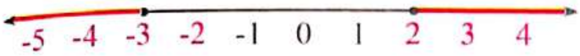
1) $2x \le 10$ و $2x > 4$

$\Rightarrow 4 < 2x \le 10 \Rightarrow S = \{x: 2 < x \le 5\}$



2) $x - 5 \le -8$ أو $x + 5 \ge 7 \Rightarrow x \le -3$ أو $x \ge 2$

$\Rightarrow S = S_1 \cup S_2 = \{x: x \le -3\} \cup \{x: x \ge 2\}$



تأكد من فهمك : اطلب الى الطلاب حل تدريبات تأكد من فهمك داخل الصف وراقب اجاباتهم .

- الأسئلة (1,2) يتطلب الحل كتابة المتباينة المركبة على شكل متباينتين ثم تمثيل حل كل متباينة على مستقيم الاعداد واخذ مجموعة التقاطع لهما .
- يمكن تقديم صفحة إعادة التعليم المرافقة للطلاب الذين لم يتمكنوا من حل تدريبات تأكد من فهمك بشكل صحيح.
- اطلب إلى الطلاب حل التدريبات (1,3,5,7) من صفحة تمرينات الدرس كواجب بيتي.

خطأ متوقعٌ: قد يخطئ بعض الطلاب عند كتابة مجموعة الحل للمتباينة المركبة بـ (و) والمتباينة المركبة بـ (أو) ، فذكرهم بأن مجموعة الحل للمتباينة المركبة (و) تتضمن تقاطع "∩" ومجموعة الحل للمتباينة (أو) تتضمن "∪" .

3 تدريبٌ

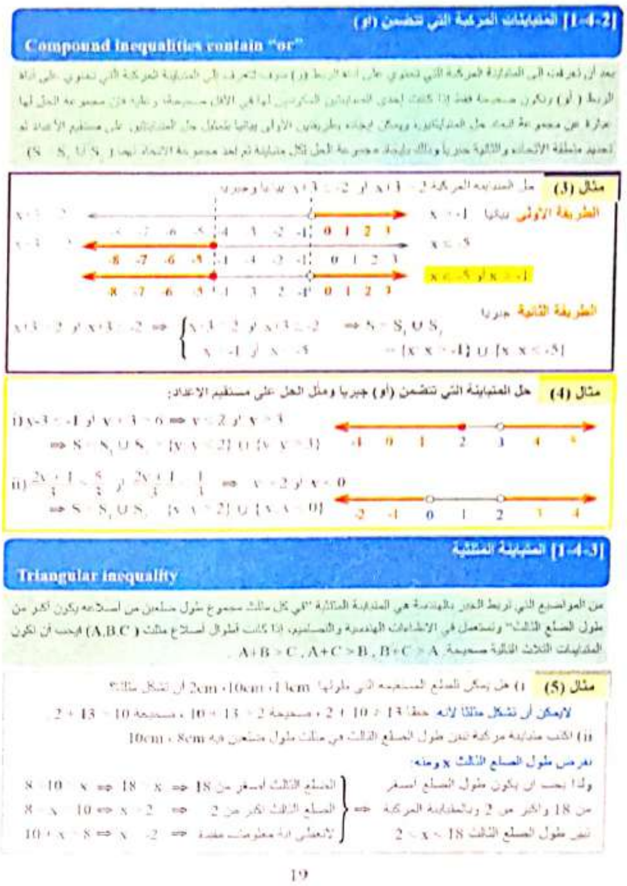
ناقش مع الطلاب الواجب البيتي وتحقق من قدرتهم على حل التمرينات وقدم صفحة إعادة التعليم للطلاب الذين لم يتمكنوا من حل الواجب البيتي.

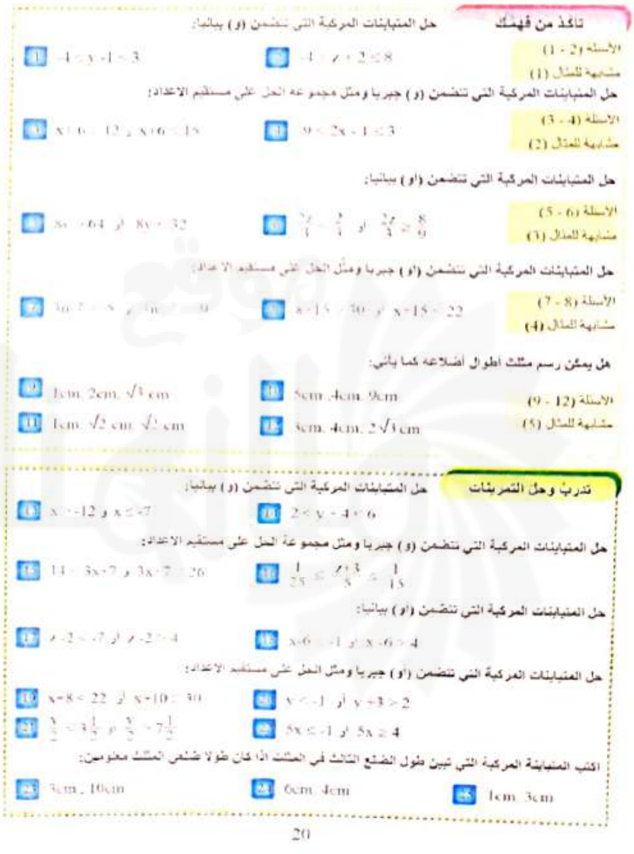
تدرّب وحلّ التمرينات: اطلب الى الطلاب حل تمرينات تدرب وحل التمرينات وتابع اجاباتهم .

- الاسئلة (23-25) يتطلب الحل استعمال المتباينة المثلثية بعد فرض طول الضلع المجهول بمتغير .

تدرّب وحلّ مسائل حياتية: اطلب الى الطلاب حل المسائل الحياتية وتابع اجاباتهم .

- الاسئلة (26-28) الاسئلة كلها تتضمن متباينات مركبة بعلاقة "و" .





Scanned with CamScanner

فكّر: اطلب الى الطلاب حل أسئلة فكر ، وقد يحتاج الطلاب ذوو المستوى الضعيف الى التدريب على استعمال الحاسبة .
- السؤال (31) يتطلب الحل استعمال المتباينة المثلثية .

أكتب: اطلب من الطلاب حل سؤال **أكتب** وتابع إجاباتهم .

4 تقويم

استعمل المسألة التالية كتقويم ختامي للطلاب قبل انتهاء الدرس.
جد مجموعة الحل للمتباينة التالية ومثل الحل على مستقيم الاعداد .

$x+5 \le 4$ أو $x-3 > 1 \Rightarrow \{x \le -1$ أو $x > 4\}$

$\Rightarrow S = S_1 \cup S_2 = \{x: x \le -1\} \cup \{x: x > 4\}$



5 توسعة

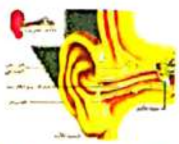
قدّم تدريبات اثرائية للطلاب من خلال صفحة الإثراء المرافقة وتابعهم وقدم لهم المساعدة في أثناء الحل. اطلب إليهم حل الاسئلة الآتية :

اكتب متباينة مركبة تبين مدى طول الضلع الثالث في مثلث طول ضلعين فيه 7cm ، 11cm .

نفرض طول الضلع الثالث x ومنه :

$4 < x < 18$ مدى طول الضلع الثالث

تدرّب و حلّ مسائل حياتية



صوت: أذن الانسان يمكن ان تسمع الاصوات التي لاتقل ترددها عن 20 هرتزا ولاتزيد على 20000 هرتز. اكتب متباينة مركبة تمثل الترددات التي لاتسمعها أذن الانسان، ومثّل مجموعة الحل على مستقيم الاعداد



إطار السيارات: ضغط الهواء المثالي الموصى به لاطارات السيارات الصالون لايقل عن 28 Pascal (kg/mg²) ولايزيد على 36 Pascal اكتب متباينة مركبة تمثل الضغط، ومثّل مجموعة الحل على مستقيم الاعداد

ملاحظة: باسكال (pascal) وحدة قياس ضغط الهواء مقدرة kg/mg²



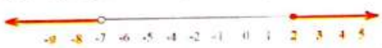
القطار المغناطيسي: القطار المغناطيسي المعلق وهو قطار يعمل بقوة الرفع المغناطيسية وباختصار يعرف بالمختصر (Maglev)، وصممت انواع مختلفة من هذه القطارات المغناطيسية في مختلف دول العالم ان سرعتها لاتقل عن 300 k/h ولاتزيد على 550 k/h اكتب متباينة تمثل سرعة القطارة ومثّل مجموعة الحل على مستقيم الاعداد

فكر

تحدّ: [illegible] الضلع الثالث في كل مثلث

7cm, 12cm, x cm

أصحح الخطأ: [illegible] المركبة $5 \le x+3$ و $x+3 < -4$ تمثل مجموعة الحل على مستقيم الاعداد الآتي



[illegible]

حسّ عددي: اذكر ما اذا كانت الاطوال الثلاثة هي لمثلث أم لا؟ وضح اجابتك .

i) 3.2cm, 5.2cm, 6.2cm ii) 1cm, 1cm, $\sqrt{2}$ cm

اكتب

متباينة مركبة التي تمثل درجة الحرارة الصغرى 18° ودرجة الحرارة العظمى 27°

21

الإثراء

جد مجموعة الحل للمتباينات المركبة الآتية :

1) $-11 < 5x+7 < 11 \Rightarrow -18 < 5x < 4$

$\Rightarrow \frac{-18}{5} < x < \frac{4}{5} \Rightarrow S = \{x: \frac{-18}{5} < x < \frac{4}{5}\}$

2) $\frac{1}{6} \le \frac{x+3}{12} \le \frac{1}{2} \Rightarrow 2 \le x+3 \le 6$

$\Rightarrow -1 \le x \le 3 \Rightarrow S = \{x: -1 \le x \le 3\}$

3) $3y+2 \le -6$ أو $2y-3 > 8$

$\Rightarrow 3y \le -8$ أو $2y > 11 \Rightarrow y \le \frac{-8}{3}$ أو $y > \frac{11}{2}$

$\Rightarrow S = S_1 \cup S_2 = \{y: y \le \frac{-8}{3}\} \cup \{y: y > \frac{11}{2}\}$

4) $\frac{y}{6} < 4$ أو $\frac{y}{6} > 6\frac{1}{3} \Rightarrow \frac{y}{6} < 4$ أو $\frac{y}{6} > \frac{19}{3}$

$y < 24$ أو $y > 38 \Rightarrow S = \{y: y < 24\} \cup \{y: y > 38\}$

اكتب متباينة تبين مدى طول الضلع الثالث في المثلث:

5) 5 cm , 9 cm , x cm

$5+9 > x \Rightarrow 14 > x \Rightarrow 14$ الضلع الثالث أصغر من

$5+x > 9 \Rightarrow x > 4 \Rightarrow 4$ الضلع الثالث اكبر من

$9+x > 5 \Rightarrow x > -4 \Rightarrow$ لاتعطي اية معلومات مفيدة

ولذا يجب ان يكون طول الضلع اصغر من 14 واكبر من 4 وبالمتباينة المركبة تبين ولذا يجب ان يكون طول $4 < x < 14$

الاختيار من متعدد

Multiple Choice

الدرس [1-4] المتباينات المركبة

Compound Inequalities

اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

حل المتباينات المركبة التي تتضمن (و) جبريا:

1) [illegible] a) [illegible] b) [illegible] c) [illegible] d) [illegible]

2) [illegible] a) [illegible] b) [illegible] c) [illegible] d) [illegible]

3) [illegible] a) [illegible] b) $\{z: \frac{7}{3} < z \le 7\}$ c) [illegible] d) $\{z: \frac{7}{3} < z < 7\}$

حل المتباينات المركبة التي تتضمن (او) جبريا:

4) [illegible] a) [illegible] b) [illegible] c) [illegible] d) [illegible]

5) [illegible] a) [illegible] b) [illegible] c) [illegible] d) [illegible]

اكتب المتباينة المركبة التي تبين مدى طول الضلع الثالث في المثلث اذا كان طولا الضلعين الآخرين للمثلث معلومين:

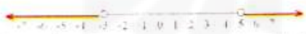
6) 5cm, 12cm a) [illegible] b) [illegible] c) [illegible] d) [illegible]

7) 8cm, 2cm a) [illegible] b) [illegible] c) [illegible] d) $6 < x \le 10$

اكتب المتباينة التي مجموعة الحل لها على مستقيم الاعداد هي:

8) 

a) [illegible] b) [illegible] c) [illegible] d) [illegible]

9) 

a) [illegible] b) [illegible] c) [illegible] d) [illegible]

100

Scanned with CamScanner

الدرسُ

1-5 متباينات القيمة المطلقة

نتاجات التّعلّمَ	حل المتباينات التي تحتوي على قيمة مطلقة .
الموادُ والوسائلُ	ورقة عمل فيها المتباينات الاتية : 1) $x-2 < 7$ و $x-2 > -8$ 2) $1/6 \leq \dfrac{y+3}{12} \leq 1/3$ 3) $z+6 < 10$ أو $z+6 \geq 20$

1 تهيئةٌ

اطلب الى الطلاب توقع نتاجات التعلم لهذا الدرس من خلال عنوان الدرس وناقشهم فيها ثم ثبتها على السبورة.

هيىء الطلاب لفكرة الدرس من خلال الأنشطة التالية: نظم الطلاب في مجموعات صغيرة وأعطِ كل مجموعة ورقة العمل المعدة مسبقاً.

اطلب من المجموعات حل المتباينات المركبة جبرياً باستعمال خواص المتباينات التي درسوها سابقاً.

- اسأل الطلاب:

ما العلاقة التي تتضمنها المتباينات ؟

الاولى والثانية علاقة"و" والثالثة علاقة "أو"

ما الخطوة الاولى لحل المتباينة الثانية ؟

التخلص من الكسور باستعمال المضاعف المشترك الاصغر

1) $S = \{x: -6 < x < 9\}$

2) $S = \{y: -1 \leq y \leq 1\}$

3) $S = S_1 \cup S_2 = \{z: z < 4\} \cup \{z: z \geq 14\}$

قم بتسجيل نتائج المجموعات واعلان الفائز منها.

- اسأل الطلاب:

هل يمكن حل المتباينات التي تتضمن القيمة المطلقة

$|x+6| < 3$

بنفس الطريقة بعد كتابتها على شكل متباينة مركبة ؟

استمع إلى إجاباتهم وقل لهم إنهم سيدرسون في هذا الدرس حل المتباينات التي تحتوي على قيمة مطلقة .

2 شرحٌ وتفسير

تَعلّمَ: وجه الطلاب الى فقرة تعلم واطلب إليهم قراءة المعلومة المعطاة وهيئهم للمثال(1) من خلال التقديم الذي يتبع فقرة تعلم .

- اسأل الطلاب: هل يمكن عكس الخطوة الاخيرة في المثال، اي كتابة متباينة القيمة المطلقة على شكل متباينة مركبة ؟ نعم .

• قدم الامثلة (2،3) لتبين للطلاب كيفية كتابة متباينة القيمة المطلقة بصيغة متباينة مركبة لايجاد مجموعة الحل لها .



الدرس [1-5] متباينات القيمة المطلقة

Absolute Value Inequalities

فكرة الدرس
• حل المتباينات التي تحتوي على قيمة مطلقة.

المفردات
• القيمة المطلقة

تعلم

فندق بابل من الفنادق السياحية في العاصمة بغداد ويقع في منطقة الكرادة. درجة حرارة الماء المثالية في حوض السباحة 25 درجة سيليزية تزداد أو تنقص بمقدار درجة واحدة.
اكتب متباينة قيمة مطلقة تمثل مدى درجة حرارة الماء في حوض السباحة.

[1-5-1] متباينات القيمة المطلقة التي على صورة $|g(x)| < a$ ، $|g(x)| \leq a$ حيث $x \in R$

Absolute value inequalities with form $|g(x)| < a$ ، $|g(x)| \leq a$, $a \in R$

تعرفت سابقاً إلى المتباينات المركبة التي تحتوي على (و) و (أو) وكيفية حلها بيانياً وجبرياً وكيفية تمثيل مجموعة الحل على مستقيم الأعداد. والآن سوف تتعرف إلى متباينة القيمة المطلقة التي على صورة $|g(x)| < a$ ، $|g(x)| \leq a$ ، $a \in R$ مثل $|x| < 4$ وتعني: ما هي قيم x التي تبعد عن الصفر بأقل من 4 وحدات؟
وهي كل الأعداد التي بين العددين 4- و 4 وتمثيلها على مستقيم الأعداد هو:

ونلاحظ أن حل هذه المتباينة هو $x < 4$ و $x > -4$
أي إن متباينة القيمة المطلقة بعلاقة أصغر من (أصغر من أو يساوي) تمثل متباينة مركبة تتضمن (و).
بصورة عامة $|x| \leq a \Rightarrow -a \leq x \leq a , a > 0$

مثال (1) اكتب متباينة القيمة المطلقة التي تمثل درجة حرارة الماء في الحوض ومثله بيانياً

نفرض درجة حرارة الماء هي x درجة سيليزية، لذا المتباينة التي تمثل درجة حرارة الحوض عندما لاتزيد على 26^0 سيليزية:
$x \leq 25+1 \Rightarrow x-25 \leq 1$
والمتباينة التي تمثل درجة حرارة الحوض عندما لاتنقص عن 24^0 درجة سيليزية:
$x \geq 25-1 \Rightarrow x-25 \geq -1$
لذا متباينة القيمة المطلقة هي المتباينة المركبة التي تمثل مدى درجة حرارة الماء في حوض السباحة
$x-25 \geq -1$ و $x-25 \leq 1 \Rightarrow -1 \leq x-25 \leq 1 \Rightarrow |x-25| \leq 1$
وتمثيل مجموعة الحل على مستقيم الأعداد هو

مثال (2) حل متباينات القيمة المطلقة، ومثّل الحل على مستقيم الأعداد.

i) $|x+6| < 3 \Rightarrow -3 < x+6 < 3 \Rightarrow -3-6 < x < 3-6 \Rightarrow -9 < x < -3$

ii) $|y|-5 \leq 1 \Rightarrow |y| \leq 1+5 \Rightarrow |y| \leq 6 \Rightarrow -6 \leq y \leq 6$

22

إعادة التعليم

متباينة القيمة المطلقة بعلاقة اصغر من (اصغر من أو يساوي) تمثل متباينة مركبة تتضمن (و) ،

بصورة عامة $|x| \leq a \Rightarrow -a \leq x \leq a , a > 0$

مثال(1) : جد مجموعة الحل لمتباينة القيمة المطلقة الاتية :

$|x+5| < 4 \Rightarrow -4 < x+5 < 4 \Rightarrow -4-5 < x < 4-5$

$\Rightarrow -9 < x < -1 \Rightarrow S = \{x: -9 \leq x \leq -1\}$

متباينة القيمة المطلقة بعلاقة أكبر من (أكبر من أو يساوي) هي علاقة مركبة تتضمن (أو) ،بصورة عامة

$|x| \geq a \Rightarrow x \geq a$ أو $x \leq -a , a > 0$

مثال(2) : جد مجموعة الحل لمتباينة القيمة المطلقة الاتية:

$|x+7| > 1 \Rightarrow x+7 < -1$ أو $x+7 > 1 \Rightarrow x < -8$ أو $x > -6$

$\Rightarrow S = S_1 \cup S_2 = \{x: x < -8\} \cup \{x: x > -6\}$

تدريب: جد مجموعة الحل لمتباينة القيمة المطلقة الاتية:

1) $|x| - 7 \leq 3 \Rightarrow |x| \leq 73+ \Rightarrow |x| \leq 10$

$\Rightarrow -10 \leq x \leq 10 \Rightarrow S = \{x: -10 \leq x \leq -10\}$

2) $|y-9| > 2 \Rightarrow y-9 < -2$ أو $y-9 > 2$

$\Rightarrow y < 7$ أو $y > 11 \Rightarrow S = \{y: y < 7\} \cup \{y: y > 11\}$

Scanned with CamScanner

امثلة اضافية : قدم الامثلة الاضافية التالية لتعزيزمفاهيم الدرس وهي مشابهة تماماً لأمثلة الدرس في كتاب الطالب.

حل متباينات القيمة المطلقة الاتية :

1) $|x| + 8 < 9$

$\Rightarrow |x| < 1 \Rightarrow -1 < x < 1$

2) $|5y-3| - 2 \le 8$

$\Rightarrow |5y-3| \le 10 \Rightarrow -10 \le 2x - 5 \le 10$

$\Rightarrow \frac{-5}{2} \le x \le \frac{15}{2}$

3) $|x+7| > 5$

$\Rightarrow x+7 < -5$ أو $x+7 > 5$

$\Rightarrow x < -12$ أو $x > -2$

$\Rightarrow S = S_1 \cup S_2 = \{x: x < -12\} \cup \{x: x > -2\}$

تأكد من فهمك: اطلب الى الطلاب حل تدريبات تأكد من فهمك داخل الصف وراقب اجاباتهم .

- الأسئلة (1-2) تتضمن متباينات قيمة مطلقة بعلاقة اصغر من او يساوي .

- يمكن تقديم صفحة إعادة التعليم المرافقة للطلاب الذين لم يتمكنوا من حل تدريبات تأكد من فهمك بشكل صحيح.

- اطلب إلى الطلاب حل التدريبات (2,4,6,8) من صفحة تمرينات الدرس كواجب بيتي.

خطأ متوقعٌ: قد يخطأ بعض الطلاب عند تمثيل المسالة بمتباينة قيمة مطلقة فيخلطون بين رمزي اكبر من واكبر من اويساوي ،فذكر الطلاب بان الرمز اكبر من او يساوي يستعمل عندما تكون العبارة فيها العبارات تتضمن لاتزيد على، لاتقل عن، لاتنقص ،...

3 تدريب

ناقش مع الطلاب الواجب البيتي وتحقق من قدرتهم على حل التمرينات وقدم صفحة إعادة التعليم للطلاب الذين لم يتمكنوا من حل الواجب البيتي.

تدرّب وحلّ التمرينات: اطلب الى الطلاب حل تمرينات تدرب وحل التمرينات وتابع اجاباتهم.

• الاسئلة (15-16) متباينة القيمة المطلقة تكون بعبارة اصغرمن أو يساوي .

تدرّب وحلّ مسائل حياتية: اطلب الى الطلاب حل المسائل الحياتية وتابع اجاباتهم.

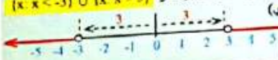
- السؤال(32) تتضمن المسألة متباينة قيمة مطلقة بعلاقة اكبر من ويتطلب كتابة المتباينة إيجاد نصف قطر المسافة بين 90 و60 وهي 15

[1-5-2] متباينات القيمة المطلقة التي على صورة $|g(x)| > a$ ، $|g(x)| \ge a$ حيث $x \in R$

Absolute value inequalities with form $|g(x)| > a$ ، $|g(x)| \ge a$, $a \in R$

بعد أن تعرفت إلى متباينة القيمة المطلقة التي تحتوي على صورة $|g(x)| < a$ ، $|g(x)| \le a$ حيث $x \in R$ والآن سوف تتعرف إلى متباينة القيمة المطلقة التي على صورة $|g(x)| > a$ ، $|g(x)| \ge a$ حيث $x \in$ مثل $|x| > 3$ وتعني: المسافة بين x والصفر أكبر من 3 أي أنّ $x > 3$ أو $x < -3$ ومجموعة حل المتباينة هو $\{x: x < -3\} \cup \{x: x > 3\}$

لذا فإن متباينة القيمة المطلقة بعلاقة أكبر من (أكبر من أو يساوي) هي علاقة مركبة تتضمن (أو).

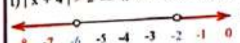


بصورة عامة $a > 0$ ، $x \le -a$ أو $x \ge a \iff |x| \ge a$

مثال (3) حل متباينة القيمة المطلقة ومثّل الحل على مستقيم الاعداد.

i) $|x+4| > 2 \Rightarrow x+4 < -2$ أو $x+4 > 2 \Rightarrow x < -6$ أو $x > -2$

$\Rightarrow S = S_1 \cup S_2 = \{x: x < -6\} \cup \{x: x > -2\}$



ii) $|5y-1| \ge 4 \Rightarrow 5y-1 \le -4$ أو $5y-1 \ge 4 \Rightarrow y \le -\frac{3}{5}$ أو $y \ge 1$

$\Rightarrow S = S_1 \cup S_2 = \{y: y \le -\frac{3}{5}\} \cup \{y: y \ge 1\}$



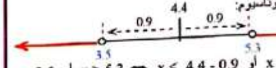
iii) في تحليلات دم الإنسان البالغ يعد المدى الطبيعي للبوتاسيوم هو (3.5 - 5.3) mol/L .اكتب متباينة القيمة المطلقة التي تمثل المدى غير الطبيعي للبوتاسيوم في دم الإنسان.

المتباينة التي تمثل كمية البوتاسيوم غير الطبيعية واقل من القيمة الدنيا للمعدل هي: $x < 3.5$

المتباينة التي تمثل كمية البوتاسيوم غير الطبيعية وأكبر من القيمة العليا للمعدل هي: $x > 5.3$

المدى غير الطبيعي للبوتاسيوم هو حل المتباينة المركبة: $x > 5.3$ أو $x < 3.5$

نجد متباينة القيمة المطلقة التي تمثل المدى غير الطبيعي للبوتاسيوم:



نجد منتصف المسافة بين نقطتين ونطرح ونضيف نصف قطر المسافة

$x < 3.5$ أو $x > 5.3 \Rightarrow x < 4.4 - 0.9$ أو $x > 4.4 + 0.9$

$\Rightarrow x - 4.4 < -0.9$ أو $x - 4.4 > 0.9 \Rightarrow |x - 4.4| > 0.9$

مثال (4) جد مجموعة الحل لمتباينات القيمة المطلقة الآتية:

i) $|2x-5| + 3 < 11 \Rightarrow |2x-5| < 8 \Rightarrow -8 < 2x-5 < 8 \Rightarrow -3 < 2x < 13$

$\Rightarrow -\frac{3}{2} < x < \frac{13}{2} \Rightarrow \{x: x > -\frac{3}{2}\} \cap \{x: x < \frac{13}{2}\} \Rightarrow \{x: -\frac{3}{2} < x < \frac{13}{2}\}$

ii) $|7-y| < 8 \Rightarrow -8 < 7-y < 8 \Rightarrow -15 < -y < 1 \Rightarrow -1 < y < 15 \Rightarrow \{y: y > -1\} \cap \{y: y < 15\}$

iii) $|\frac{2t-8}{4}| \ge 9 \Rightarrow |\frac{2(t-4)}{4}| \ge 9 \Rightarrow |\frac{t-4}{2}| \ge 9 \Rightarrow |t-4| \ge 18$

$\Rightarrow t-4 \le -18$ أو $t-4 \ge 18 \Rightarrow t \le -14$ أو $t \ge 22 \Rightarrow \{t: t \le -14\} \cup \{t: t \ge 22\}$

iv) $|\frac{5-3v}{2}| \ge 6 \Rightarrow |5-3v| \ge 12 \Rightarrow 5-3v \le -12$ أو $5-3v \ge 12 \Rightarrow -3v \le -17$ أو $-3v \ge 7$

$\Rightarrow v \ge \frac{17}{3}$ أو $v \le \frac{-7}{3} \Rightarrow \{v: v \ge \frac{17}{3}\} \cup \{v: v \le \frac{-7}{3}\}$

23

تأكد من فهمك اكتب متباينة القيمة المطلقة التي تمثل المسائل التالية:

1 تعد درجة الحرارة المثلى داخل الشقق 22° سيليزية بزيادة أو نقصان لايتجاوز 2° سيليزية.

2 الزاوية القائمة تتحول إلى زاوية حادة أو منفرجة إذا تحرك مؤشر الزاوية إلى اليمين أو إلى اليسار في الأقل بدرجة واحدة.

الأسئلة (2 - 1) مشابهة للأمثلة (3،1)

حل متباينات القيمة المطلقة ومثّل الحل على مستقيم الأعداد.

3 $\|x+1\| < 5$	4 $\|3z-7\| \le 2$	الأسئلة (6 - 3) مشابهة للمثال (2)
5 $\|x\| + 8 < 9$	6 $\|5y\| - 2 \le 8$	
7 $\|x+4\| > 6$	8 $\|5z-9\| > 1$	الأسئلة (10 - 7) مشابهة للمثال (3)
9 $\|2x\| + 7 \ge 8$	10 $\|4y\| - 2 > 3$	
11 $\|5-x\| < 10$	12 $\|4z-14\| > 2$	الأسئلة (14 - 11) مشابهة للمثال (4)
13 $\|\frac{x-12}{4}\| \le 9$	14 $\|\frac{6-2y}{4}\| \ge 9$	

تدربْ وحلّ التمرينات اكتب متباينة القيمة المطلقة التي تمثل المسائل الآتية:

15 يجب أن تبقى درجة الحرارة داخل الثلاجة 8° سيليزية بزيادة أو نقصان لايتجاوز 0.5° سيليزية. اكتب مدى درجة الحرارة المثالية في داخل الثلاجة.

16 درجة غليان الماء 100° سيليزية عند مستوى سطح البحر وتزداد وتنقص في المناطق الجبلية والوديان بما لايتجاوز 20° سيليزية. اكتب مدى التذبذب في درجة غليان الماء.

حل متباينات القيمة المطلقة الآتية:

17 $\|x+3\| < 6$	18 $\|x\| - 6 < 5$
19 $\|2z\| - 5 < 2$	20 $\|y-3\| \ge \frac{1}{3}$
21 $2\|x\| - 7 \ge 1$	22 $\|9y\| - 6 > 3$
23 $\|11z\| - 2 \ge 9$	24 $\|1-x\| < 1$
25 $\|\frac{4}{5}z - 1\| > \frac{4}{5}$	26 $\|\frac{z-1}{7}\| \le 2$

اكتب متباينة تتضمن قيمة مطلقة لكل من التمثيلات البيانية الآتية:

27 28 29 30



24

Scanned with CamScanner

اطلب الى الطلاب حل أسئلة **فكر** ، وقد يحتاج الطلاب ذوو المستوى الضعيف الى استعمال الحاسبة اليدوية.

- السؤال (34) يتطلب الحل تبسيط المتباينات وذلك بالتخلص من الجذور واولً ثم ايجاد مجموعة الحل.

أكتب : اطلب الى الطلاب حل سؤال أكتب وتابع إجاباتهم .

4 تقويمٌ

استعمل المسألة التالية كتقويم ختامي للطلاب قبل انتهاء الدرس.

جد مجموعة الحل لمتباينات القيمة المطلقة التالية:

1) $|4x - 6| + 2 < 8 \Rightarrow \{x: \ 0 < x < 3\}$

2) $\left|\frac{7-3x}{3}\right| \geq 5 \Rightarrow \{x: x \leq \frac{-8}{3}\} \cup \{x: x \geq \frac{22}{3}\}$

5 توسعة

قدّم تدريبات اثرائية للطلاب من خلال صفحة الإثراء المرافقة وتابعهم وقدم لهم المساعدة في أثناء الحل. اطلب إليهم حل الاسئلة الآتية :

حل متباينة القيمة المطلقة الاتية:

$\left|\frac{\sqrt{18}-\sqrt{2}x}{\sqrt{8}}\right| \geq 2 \Rightarrow |3 - x| \geq 4$

$\Rightarrow 3 - x \leq -4$ أو $3 - x \geq 4$

$\Rightarrow x \geq 7$ أو $x \leq -1$

$\Rightarrow \{x : x \geq 7\} \cup \{x : x \leq -1\}$

Multiple Choice

الدرس [5-1] متباينات القيمة المطلقة

Absolute Value Inequalities

اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

حل متباينات القيمة المطلقة الآتية:

1. $|y - 8| < 13$ a) $5 < y < -21$ b) $-5 \leq y \leq 21$ c) $-5 < y < 21$ d) $-5 < y \leq 21$
2. $|3x| - 7 < 1$ a) $-\frac{8}{3} \leq x < \frac{8}{3}$ b) $-\frac{8}{3} < x \leq \frac{8}{3}$ c) $-\frac{8}{3} \leq x \leq \frac{8}{3}$ d) $-\frac{8}{3} < x < \frac{8}{3}$
3. $|3 - x| < 3$ a) $-6 < x < 0$ b) $0 < x < 6$ c) $-6 < x < 6$ d) $0 \leq x \leq 6$
4. $|5t - 5| > 0$ a) $t \leq 1$ أو $t > 1$ b) $t \geq 1$ أو $t < -1$ c) $t > 1$ أو $t < 1$ d) $t > -1$ أو $t < -1$
5. $|v - 3| \geq \frac{1}{2}$ a) $v \leq \frac{7}{2}$ أو $v \leq \frac{-5}{2}$ b) $v \geq \frac{7}{2}$ أو $v \geq \frac{-5}{2}$ c) $v \geq \frac{7}{2}$ أو $v \leq \frac{5}{2}$ d) $v \leq \frac{7}{2}$ أو $v \geq \frac{-5}{2}$
6. $|6 - 3y| \geq 9$ a) $y \leq 1$ أو $y \geq -5$ b) $y < -1$ أو $y > 5$ c) $y > -1$ أو $y < 5$ d) $y \leq -1$ أو $y \geq 5$
7. $\left|\frac{7-2y}{3}\right| \geq 3$ a) $y \leq -1$ أو $y \geq 8$ b) $y < -1$ أو $y \geq 8$ c) $y < -1$ أو $y > 8$ d) $y < -1$ أو $y > 8$
8. $\left|\frac{z-1}{7}\right| \leq 2$ a) $-13 < z \leq 15$ b) $-13 \leq z < 15$ c) $-13 \leq z \leq 15$ d) $-13 < z < 15$

101

تدرّبْ وحلّ مسائل حياتية — اكتب متباينة القيمة المطلقة التي تمثّل كل مسألة مما يأتي:



31 **الغرير:** حيوان الغرير هو أحد أنواع الثديات، ينتمي إلى شعبة الحبليات، ويمتلك قوائم قصيرة نوعاً ما، ويعيش في النفر التي يحفرها في الأرض، طول جسمه من الرأس الى الذيل يصل من 68cm الى 76cm. اكتب مدى طول الغرير.



32 **صحة:** معدل النبض (عدد دقات القلب) الطبيعي للإنسان البالغ يتراوح من 60 الى 90 نبضة في الدقيقة. اكتب مدى عدد الدقات غير الطبيعية لقلب الإنسان.



33 **مواصلات:** تطير الطائرات المدنية على ارتفاع يتراوح من 8km الى 10km إذ تعد منطقة جوية معتدلة. اكتب مدى منطقة الطيران المدنية.

فكّر

34 **تحدٍ:** حل متباينات القيمة المطلقة ومثّل الحل على مستقيم الأعداد.

i) $\left|\frac{\sqrt{3}(x+1)}{\sqrt{2}}\right| \leq \sqrt{6}$ ii) $\left|\frac{\sqrt{12}-\sqrt{3}y}{\sqrt{5}}\right| \geq \sqrt{15}$

35 **أصحح الخطأ:** قالت خلود إن متباينة القيمة المطلقة $|6 - 3y| \geq 7$ تمثل متباينة مركبة بعلاقة (و) ومجموعة الحل لها: $\{y: -\frac{1}{3} \leq y \leq \frac{13}{2}\}$. بيّن خطأ خلود وصححه.

36 **حسّ عددي:** اكتب مجموعة الحل لمتباينات القيمة المطلقة التالية في مجموعة الأعداد الحقيقية:

i) $|z| - 1 < 0$ ii) $|x - 1| > 0$

أكتب متباينة قيمة مطلقة تمثّل موقفاً من واقع الحياة، ومثّل مجموعة الحل على مستقيم الأعداد.

25

الإثراء

جد مجموعة الحل لمتباينة القيمة المطلقة الاتية:

1) $\left|\frac{\sqrt{5}(x+2)}{\sqrt{2}}\right| \leq \sqrt{10} \Rightarrow |\sqrt{5}\ (x+2)| \leq 2\sqrt{5}$

$\Rightarrow -2\sqrt{5} \leq \sqrt{5}\ (x+2) \leq 2\sqrt{5} \Rightarrow -2 \leq x + 2 \leq 2$

$\Rightarrow -4 \leq x \leq 0 \Rightarrow S = \{x: -4 \leq x \leq 0\}$

2) $\left|\left(\frac{\sqrt{18}-\sqrt{2}y}{\sqrt{5}}\right)\right| > \sqrt{40} \Rightarrow |3\sqrt{2} - \sqrt{2}\ y| > 10\sqrt{2}$

$\Rightarrow |3-y| > 10 \Rightarrow 3-y < -10$ أو $3-y > 10$

$\Rightarrow -y < -13$ أو $-y > 7 \Rightarrow y < -7$ أو $y > 13$

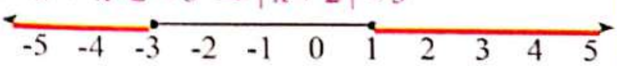
$\Rightarrow S = \{y: y < -7\} \cup \{y: y > 13\}$

أكتب متباينة تتضمن قيمة مطلقة لكل من التمثيلات البيانية الآتية :

3)


$-5 < x < 1 \Rightarrow -5+2 < x+2 < 1+2$

$\Rightarrow -3 < x+2 < 3 \Rightarrow |x+2| < 3$

4)


$y \leq -3$ أو $y \geq 1 \Rightarrow y+1 \leq -3+1$ أو $y+1 \geq 1+1$

$\Rightarrow y+1 \leq -2$ أو $y+1 \geq 2 \Rightarrow |y+1| \geq 2$

Scanned with CamScanner

1-6 خطة حل المسألة (أفهم المسألة)

نتاجات التعلّمَ	استعمل استراتيجية افهم المسألة لحل المسألة.
الموادُ والوسائلُ	ورقة عمل تتضمن المسألة التالية : تحفظ بعض انواع الفاكهة في الثلاجة بدرجة حرارة ١٦ درجة سليزية بزيادة او نقصان درجتين سليزيتين. جد مدى درجة الحرارة التي تحفظ بها الفاكهة في الثلاجة ؟


الدرس [1-6] خطة حل المسألة (افهم المسألة)

Problem Solving Plan (Understand the Problem)

فكرة الدرس
• استعمال استراتيجية افهم المسألة لحل المسألة

اظهرت دراسة مسحية أن 62% من الشباب يمارسون رياضة كرة القدم، فإذا كان هامش الخطأ ضمن 4 نقاط مئوية فجد مدى النسبة المئوية للشباب الذين يمارسون رياضة كرة القدم .

افهم

ما المعطيات في المسألة؟ 62% من الشباب يمارسون رياضة كرة القدم، هامش الخطأ هو 4 نقاط

ما المطلوب من المسألة؟ إيجاد مدى النسبة المئوية التي تمثل الشباب الذين يمارسون رياضة كرة القدم

خطط

كيف تحل المسألة؟ بما أن النسبة المئوية للشباب الذين يمارسون كرة القدم هي 62% والنسبة الواردة في الدراسة اقل من أو تساوي 4%، لذا $|x - 62| \le 4$ إذ x تمثل النسبة الفعلية للشباب الذين يمارسون رياضة كرة القدم

حل

نجد مجموعة الحل لمتباينة القيمة المطلقة:

$|x - 62| \le 4 \Rightarrow x - 62 \ge -4$ و $x - 62 \le 4$

$\Rightarrow x \ge -4 + 62$ و $x \le 4 + 62$

$\Rightarrow x \ge 58$ و $x \le 66$

$\Rightarrow \{x: x \ge 58\} \cap \{x: x \le 66\}$

$\Rightarrow \{x: 58 \le x \le 66\}$ مدى نسبة الشباب الذين يمارسون رياضة كرة القدم

تحقق

استعمل مستقيم الأعداد للتحقق من صحة الحل:

26

1 تهيئةٌ

اطلب الى الطلاب توقع نتاجات التعلم لهذا الدرس من خلال عنوان الدرس وناقشهم فيها ثم ثبتها على السبورة.

هيىء الطلاب لفكرة الدرس من خلال الأنشطة التالية: نظم الطلاب في مجموعات صغيرة وأعطِ كل مجموعة ورقة العمل المعدة مسبقاً.

اطلب الى المجموعات كتابة متباينة القيمة المطلقة التي تمثل المسألة، وايجاد مجموعة الحل لها .

$|x-16| \le 2 \Rightarrow x - 16 \ge -2$ و $x - 16 \le 2$

$\Rightarrow x \ge 14$ و $x \le 18$

$\Rightarrow \{x: x \ge 14\} \cap \{x: x \le 18\}$

$\Rightarrow \{x: 14 \le x \le 18\}$

مدى درجة الحرارة التي تحفظ بها الفاكهة

قم بتسجيل نتائج المجموعات واعلان الفائز منها.

2 شرحٌ وتفسير

أفهم

أرشد الطلاب الى المعطيات والمطلوب في المسألة .

اطلب الى الطلاب تحويط المعطيات ، ووضع خط تحت المطلوب .

خطط

ناقش الطلاب في الطريقة المناسبة لحل هذه المسألة واستمع إلى مقترحاتهم .

بيّن للطلاب أن حل المسألة باستعمال افهم المسألة هي الطريقة الأنسب للحل.

حل

قُمْ بحل المسألة على وفق خطة تحديد معقولية الاجابة، وقدم الأسئلة التالية للتلاميذ في أثناء الشرح لتوجيه انتباههم .

ما هي نسبة الشباب الذين يمارسون الرياضة في الدراسة ؟

62 بالمئة

ما هامش الخطأ في الدراسة ؟

الزيادة او النقصان ب 4 نقاط بالمئة .

ما متباينة القيمة المطلقة التي تمثل المسألة ؟ $|x - 62| \le 4$

ما مجموعة الحل للمتباينة ؟ $\{x: 58 \le x \le 66\}$

Scanned with CamScanner

تحقق :

- كيف اتحقق من صحة الحل ؟ استمع الى تبريرات الطلاب .
- وجه الطلاب الى استعمال مستقيم الأعداد للتحقق .
- اطلب الى الطلاب حل المسائل (1,2,4) من صفحة تمرينات الدرس كواجب بيتي.


Problems

مسـائل

حلّ المسائل التالية باستراتيجية (افهم المسألة)

1 سمك السلمون: متوسط عمر سمك السلمون من سنتين إلى ثماني سنوات، كما أنه يكون مهدداً بالخطر عند ارتفاع درجة حرارة المياه، فهو يعيش في درجة حرارة تتراوح من 20 درجة سيليزية الى 23 درجة، اكتب متباينة تمثل درجة المياه التي لايعيش فيها سمك السلمون واكتب مجموعة الحل.

2 دبّ الباندا: تلد انثى الباندا صغيراً واحداً أو اثنين ويحتاج الصغير إلى حليب أمه لأكثر من (6 إلى 14) مرة في اليوم، صغار الباندا العملاقة تزن من 40kg الى 60kg في عام واحد، ويعيشون مع أمهاتهم حتى سنتين من العمر. اكتب متباينة تمثل وزن صغير الباندا عندما يكون عمره سنة واحدة واكتب مجموعة الحل.

3 خلية النحل: لاحظ أنور من خلال دراسة مسحية على خلية نحل أنّ 88% من ذكور النحل يطردون من الخلية في نهاية الصيف، فإذا كان هامش الخطأ 3 نقاط مئوية. اكتب متباينة القيمة المطلقة التي تمثل مدى النسبة المئوية لذكور النحل الذين يُطردون من الخلية واكتب مجموعة الحل.

4 التلفريك: التلفريك أو المعبر الهوائي وهو من أرخص وأبسط وسائل النقل يعمل بالكهرباء ويعدُّ واسطة نقل في الدول التي تكثر فيها الجبال والأسطح الوعرة، وتلجأ إليه بعض الدول أيضاً كوسيلة للترفيه ومشاهدة المناظر كما في شمال العراق. أقلّ سرعةٍ لعربات التلفريك 20km/h وأكبر سرعة 40km/h. اكتب متباينة القيمة المطلقة التي تبيّن مدى سرعة عربات التلفريك واكتب مجموعة الحل.

27

خطأ متوقع: قد يخطئ بعض الطلاب بكتابة متباينة القيمة المطلقة التي تمثل المسألة فيكتبونها بعلاقة "أو" بدلاً من علاقة "و" فتذكرهم بأن علاقة "و" تمثل اصغر من (او اصغر من او يساوي) وعلاقة " أو" تمثل اكبر من (أو أكبر من أو يساوي).

٣- تدريب:

- ناقش مع الطلاب الواجب البيتي وتحقق من قدرتهم على حل المسائل .
- اقرأ المسائل امام الطلاب واطلب اليهم حلها وتابع اجاباتهم .

٤- تقويم:

استعمل المسألة التالية كتقويم ختامي للطلاب قبل انتهاء الدرس .

سيارت السباق تصمم مكائنها لتحمل السرعة العالية
فسرعة سيارة السباق 300 k/h بزيادة او نقصان 40 k/h .
جد معدل سرعة سيارة السباق .

الحل: نفرض سرعة سيارة السباق هو x ، فتكون المتباينة التي تمثل المسألة هي :

$|x-300| \le 40 \Rightarrow x-300 \ge -40 \text{ and } x-300 \le 40$

$\Rightarrow x \ge 260 \text{ and } x \le 340$

$\Rightarrow \{x: x \ge 260\} \cap \{x: x \le 340\}$

$\Rightarrow \{x: 260 \le x \le 340\}$

معدل سرعة سيارة السباق من 260 كم في الساعة الى 340 كم في الساعة .

Scanned with CamScanner

- استعمل مراجعة الفصل للتأكد من امتلاك الطلاب المهارات الازمة لحل التمرينات .
- قدم المثال لكل درس واطلب الى الطلاب حل التدريب وتابع إجابتهم .

مراجعة الفصل Chapter Review

المفردات

English	عربي	English	عربي
general term	الحد العام	real number	العدد الحقيقي
constant sequence	المتتابعة الثابتة	rooting	تجذير
common difference	أساس المتتابعة	conjugate	المرافق
increasing sequence	المتتابعة المتزايدة	relation	العلاقة
decreasing sequence	المتتابعة المتناقصة	ordered Pair	زوج مرتب
compound inequality	المتباينة المركبة	function	الدالة
absolute value	القيمة المطلقة	surjective mapping	تطبيق شامل
absolute value Inq	متباينة القيمة المطلقة	injective mapping	تطبيق متباين
intersection	التقاطع	bijective mapping	تطبيق متقابل
union	الاتحاد	domain	المجال
solution set	مجموعة الحل	co-domain	المجال المقابل
less than	أقل من	range	المدى
less than or equal	أقل من أو يساوي	composition of mapping	تركيب التطبيقات
greater than	أكبر من	sequence	متتابعة
greater than or equal	أكبر من أو يساوي	arithmetic sequence	متتابعة حسابية

الدرس [1-1] ترتيب العمليات في الأعداد الحقيقية

مثال1: بسط الجمل العددية التالية باستعمال ترتيب العمليات على الأعداد الحقيقية واكتب الناتج لأقرب عشر:

$(-8)^{\frac{1}{3}}(\frac{1}{4}\sqrt{2}-\frac{1}{3}\sqrt{18})$

$=-2(\frac{1}{4}\sqrt{2}-\sqrt{2})=-\frac{1}{2}\sqrt{2}+2\sqrt{2})$

$=\frac{3}{2}\sqrt{2}=\frac{3}{2}\times 1.4=2.1$

تدريب1: بسط الجمل العددية التالية باستعمال ترتيب العمليات على الأعداد الحقيقية واكتب الناتج لأقرب عشر:

$\frac{\sqrt{5}+\sqrt{2}}{\sqrt{5}-\sqrt{2}}=$ ....

....

مثال2: استعمل الحاسبة لتكتب الناتج بالصورة العلمية للعدد مقرباً لأقرب مرتبتين عشريتين:

$0.016\times 10^4+1.957\times 10^3$

$=0.16\times 10^3+1.957\times 10^3$

$\approx 2.12\times 10^3$

تدريب2: استعمل الحاسبة لتكتب الناتج بالصورة العلمية للعدد مقرباً لأقرب مرتبتين عشريتين:

$6.25\times 10^3+0.015\times 10^5=$ ....

....

28

الدرس [1-2] التطبيقات

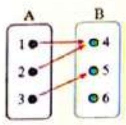
مثال: إذا كان التطبيق: $R: A \to B$ معطى كما يأتي:

$R=\{(1,4),(2,4),(3,5)\}$

حيث $B=\{4,5,6\}$, $A=\{1,2,3\}$

مثّل التطبيق بمخطط سهمي، وحدّد المجال والمدى للتطبيق.

المخطط السهمي



المجال: $\{1, 2, 3\}$

المدى: $\{4,5\}$

تدريب: إذا كانت $A=\{1, 2, 3\}$ وكان التطبيقان $f: A \to A$ و $g: A \to A$ معرفين كما يأتي:

$f=\{(1,2),(2,3),(3,1)\}$

$g=\{(1,1),(2,2),(3,3)\}$

فجد تركيب الدالتين: i) fog , ii) gof

....

....

الدرس [1-3] المتتابعات

مثال1: اكتب الحدود الخمسة الأولى للمتتابعة $\{u_n\}$

i) $u_n=\frac{1}{n}$

$\{\frac{1}{n}\}=\{1,\frac{1}{2},\frac{1}{3},\frac{1}{4},\frac{1}{5},.....\}$

ii) $u_n=\frac{2n-1}{n}$

$\{\frac{2n-1}{n}\}=\{1,\frac{3}{2},\frac{5}{3},\frac{7}{4},\frac{9}{5},.....\}$

تدريب1: اكتب الحدود الخمسة الأولى لكل من المتتابعات الآتية:

i) $\{3n-2\}=$ ....

ii) $\{(-2)^n\}=$ ....

مثال2: اكتب الحدود الخمسة الأولى لمتتابعة حسابية حدها السابع 6 وأساسها 3 .

$u_n=a+(n-1)d \to u_7=a+6d$

$\Rightarrow 6=a+6\times 3 \Rightarrow a=-12$

$\{-12,-9,-6,-3,0,...\}$

تدريب2: اكتب الحد العشرين من المتتابعة الحسابية:

$\{12, 6, 0, -6, -12, ...\}$

....

....

....

29

الدرس [1-4] المتباينات المركبة

مثال1: حل المتباينة المركبة التي تتضمن (و) جبرياً ومثّل الحل على مستقيم الأعداد:

$2x-2\geq -6$ و $2x-2<0 \Rightarrow -6\leq 2x-2<0$

$\Rightarrow -4\leq 2x<2 \Rightarrow -2\leq x<1$

$\Rightarrow S=\{x: -2\leq x<1\}$



تدريب1: حل المتباينة المركبة التي تتضمن (و) جبرياً ومثّل مجموعة الحل على مستقيم الأعداد:

$-9<2x-1\leq 3$

....

....

....

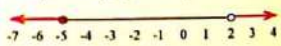
....

مثال2: حل المتباينة المركبة جبرياً ومثّلها على مستقيم الأعداد.

$x+1>3$ أو $x+1\leq -4$

$\Rightarrow x>2$ أو $x\leq -5$

$\Rightarrow \{x: x>2\}\cup\{x: x\leq -5\}$



تدريب2: حل المتباينة المركبة التي تتضمن (أو) جبرياً ومثّل الحل على مستقيم الأعداد:

$2y-6>-3$ أو $2y-6\leq -7$

....

....

....

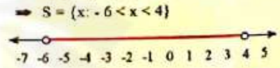
الدرس [1-5] متباينات القيمة المطلقة

مثال1: حل متباينة القيمة المطلقة، ومثّل الحل على مستقيم الأعداد.

$|x+1|<5 \Rightarrow -5<x+1<5$

$\Rightarrow -5-1<x<5-1 \Rightarrow -6<x<4$

$\Rightarrow S=\{x: -6<x<4\}$



تدريب1: حل متباينة القيمة المطلقة، ومثّل الحل على مستقيم الأعداد.

$|3y|-1\leq 8$

....

....

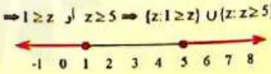
....

مثال2: حل متباينة القيمة المطلقة، ومثّل الحل على مستقيم الأعداد.

$|\frac{3z-9}{6}|\geq 1 \Rightarrow |\frac{3(z-3)}{6}|\geq 1 \Rightarrow |\frac{z-3}{2}|\geq 1$

$\Rightarrow |z-3|\geq 2 \Rightarrow -2\geq z-3$ أو $z-3\geq 2$

$\Rightarrow 1\geq z$ أو $z\geq 5 \Rightarrow \{z: 1\geq z\}\cup\{z: z\geq 5\}$



تدريب2: حل متباينة القيمة المطلقة، ومثّل الحل على مستقيم الأعداد.

$|\frac{6-2x}{8}|\geq 3$

....

....

....

30

سلسلة الناجح في الرياضيات

Scanned with CamScanner

اختبار الفصل

- يهدف اختبار الفصل للتأكد من إتقان الطلاب لأفكار الفصل وملاحظة مواطن الخلل لديهم.
- يمكنك الإستعانة بالجدول التالي لمعالجة أخطاء الطلاب.

اختبار الفصل Chapter Test

بسّط الجمل العددية التالية باستعمال ترتيب العمليات في الأعداد الحقيقية:

1 $(\sqrt{3}+\sqrt{5})\ (\sqrt{3}+\sqrt{5}) = ...$

2 $\frac{\sqrt{3}-\sqrt{6}}{\sqrt{3}} - \frac{\sqrt{8}-5}{3\sqrt{2}} = ...$

3 استعمل ترتيب العمليات والحاسبة لتكتب ما يلي مقرّباً لأقرب عُشر:

$(\frac{1}{125})^{\frac{1}{3}} - (-\frac{1}{2})^{0} + (121)^{\frac{1}{2}} \times (\frac{1}{9})^{\frac{1}{2}} = ...$

4 إذا كان $f: z \longrightarrow R$ حيث $f(x) = x^2$. ارسم مخططاً سهمياً للتطبيق وبيّن هل أنّ التطبيق متباين، شامل، أو متقابل؟

5 إذا كان التطبيق $f: N \longrightarrow N$ إذ إنّ $f(x) = 3x + 1$, $g: N \longrightarrow N$ إذ $g(x) = x^2$.
جد: $(fog)(2)$, $(gof)(2)$, $(fog)(5)$, $(gof)(5)$.

6 إذا كان التطبيق $f: R \longrightarrow R$ حيث $f(x) = 3x+1$ والتطبيق $g: R \longrightarrow R$ إذ أن $g(x) = 2x+5$.
هل أن $(gof)(x) = (fog)(x)$ ؟ جد قيمة x إذا كانت $(fog)(x) = 28$.

اكتب حدود للمتتابعات الآتية:

7 جد الحدود بين u_1 و u_8 لمتتابعة حسابية حدها الثاني $\frac{-3}{2}$ و $d = 2$.

8 جد الحدود بين u_4 و u_9 لمتتابعة حسابية حدها الثالث 6 و $d = -\frac{5}{2}$.

حدّد نوع المتتابعة (متزايدة ، متناقصة ، ثابتة) لكل مما يأتي:

9 $u_n = 9 - 3n$ 10 $u_n = n^2 - 2$ 11 $u_n = \frac{1}{3n+1}$

اكتب الحدود الخمسة الأولى لكل من المتتابعات الآتية:

12 $\{\frac{n}{n+2}\} = ...$ 13 $\{4\sqrt{2}\} = ...$ 14 $\{\frac{-n}{n+5}\} = ...$

حلّ المتباينات المركّبة ومثّل مجموعة الحل على مستقيم الأعداد:

15 $x + 6 \geq 12$ و $x+6 < 20$ 16 $\frac{1}{16} < \frac{z+2}{2} \leq \frac{1}{8}$ 17 $x-3 \leq -5$ أو $x-3 > 5$

18 $7t-5 > -1$ أو $7t-5 \leq -14$ 19 $y \leq 0$ أو $y + 7 \geq 16$ 20 $\frac{y}{3} < 1\frac{1}{3}$ أو $\frac{y}{3} > 9\frac{1}{3}$

اكتب المتباينة المركّبة التي تبيّن مدى طول الضلع الثالث في المثلث إذا كان طولا ضلعي المثلث معلومين:

21 4cm , 9cm 22 5cm ,12cm 23 7cm ,15cm

حلّ متباينات القيمة المطلقة الآتية:

24 $|x - 6| \leq 3$ 25 $|3z| - 5 < 4$ 26 $|x + 1| > \frac{1}{2}$

27 $6|x| - 8 \geq 3$ 28 $|3y| - 2 > 9$ 29 $|8z| - 1 > 7$

30 $|4 - 3y| \geq 14$ 31 $|\frac{6-3y}{9}| \geq 5$

31

Scanned with CamScanner

المعالجة	الخطأ	السؤال
تدريبات إعادة التعليم للدرس ١	لا يستطيع بعض الطلاب من استعمال ترتيب العمليات على الاعداد النسبية لتبسيط المقادير	1-2
تدريبات إعادة التعليم للدرس ١	لا يتمكن بعض الطلاب من كتابة العدد مقربا لأقرب عشر باستعمال الحاسبة.	3
تدريبات إعادة التعليم للدرس ٢	لا يميز بعض الطلاب بين انواع التطبيقات ولايستطيعون من ايجاد تركيب تطبيقين .	4-6
تدريبات إعادة التعليم للدرس ٣	لا يستطيع بعض الطلاب من ايجاد حدود متتابعة حسابية .	7 – 8
تدريبات إعادة التعليم للدرس ٣	لا يتمكن بعض الطلاب من تحديد نوع المتتالية.	9 – 11
تدريبات إعادة التعليم للدرس ٣	لايستطيع بعض الطلاب من كتابة الحدود الاولى للتتابعة بمعرفة حدها العام .	12-14
تدريبات إعادة التعليم للدرس ٤	لايتمكن بعض الطلاب من حل المتباينة المركبة وايجاد مجموعة الحل لها .	15-20
تدريبات إعادة التعليم للدرس ٤	لايتمكن بعض الطلاب من تطبيق متباينة المثلث لكتابة متباينة مركبة تبين طول الضلع الثالث في مثلث .	21-23
تدريبات إعادة التعليم للدرس ٥	لايستطيع بعض الطلاب من حل المتباينات القيمة المطلقة وايجاد مجموعة الحل .	24-31

سلسلة الناجح في الرياضيات

Scanned with CamScanner

الفصلُ 2

المقادير الجبرية

مخططُ الفصلِ :

الدرس	النتاجات التعليمية	المفردات	الخطة الزمنية	المواد والوسائل
التمهيد للفصل الاختبار القبلي			حصةٌ واحدةٌ	
1 ضرب المقادير الجبرية	ضرب مقدار جبري في مقدار جبري يمثل حالات خاصة	- مربع مجموع - مربع فرق - مكعب مجموع - مكعب فرق	3 حصصٍ	ورقة عملٍ
2 تحليل المقدار الجبري بأستعمال العامل المشترك الاكبر	تحليل المقدار الجبري بأستعمال العامل المشترك الاكبر GFC	- تحليل المقدار الجبري - العامل المشترك الاكبر - ثنائية الحد - خاصية التجميع - المعكوس - التحقق من صحة الحل	3 حصصٍ	ورقة عملٍ
3 تحليل المقدار الجبري بالمتطابقات	تحليل المقدار الجبري الذي على صورة فرق بين مربعين والمربع الكامل	- الفرق بين - مر بعين - العملية العكسية - المربع الكامل - الحد المفقود	3 حصصٍ	ورقة عملٍ
4 تحليل المقدار الجبري من ثلاث حدود بالتجربة	تحليل المقدار الجبري من ثلاثة حدود باستعمال التجربة	- الوسطين - الطرفين - الحد الوسط	3 حصصٍ	ورقة عملٍ
5 تحليل المقدار الجبري مجموع مكعبين او الفرق بين مكعبين	تحليل المقدار الجبري من ثلاثة حدود الذي على صورة مجموع (فرق بين مكعبين)	- مجموع مكعبين - فرق بين مكعبين	3 حصصٍ	ورقة عملٍ
6 تبسيط المقادير الجبرية النسبية	ضرب المقادير الجبرية وقسمتها وكتابتها بأبسط صورة جمع المقادير الجبرية وطرحها وكتابتها بأبسط صورة	- النسبة - الكسر	حصتانِ	ورقة عملٍ
7 خطة حل المسألة (الخطوات الاربع)			حصتانِ	ورقة عملٍ
مراجعةُ الفصلِ			حصةٌ واحدةٌ	
اختبارُ الفصلِ			حصةٌ واحدةٌ	

Scanned with CamScanner

مصفوفة المدى والتتابع لمحتوى الفصل

• تَعلَم الطالبُ سابقاً جمع المقادير الجبرية وطرحها والمفاهيم والخصائص والمهارات المتعلقة بها مثل كيفية جمع مقدارين جبريين ، استعمال خصائص التبديل والتجميع للحدود المتشابهة ، طرح مقدارجبري من مقدار جبري آخر ، ضرب حد جبري في مقدار جبري باستعمال خاصية التوزيع ، ضرب المقادير الجبرية باستعمال خاصية التوزيع ، قسمة مقدار جبري على حد جبري ، تحليل المقادير الجبرية باستخراج العامل المشترك ،والفرق بين مربعين وبين مقدارين مربعين. وسوف يطور الطلاب معرفتهم في المقادير الجبرية **فيتعلمون في هذا الفصل** ضرب مقدار جبري في مقدار جبري كل منهما من حدين ويمثلان مجموع أو فرقهما او مجموعاً في فرق وذلك باستعمال التوزيع والابدال والترتيب وكذلك ضرب مقدار جبري من حدين في اخر من ثلاث حدود السابقة نفسها وسوف يتعلمون ايضا كيفية تحليل المقادير الجبرية المكونة من حدين أو ثلاثة حدود باستعمال العامل المشترك الاكبر والتحقق من صحة الحل وتحليل المقدار الجبري على صورة الفرق بين مربعين ،وعلى صورة مربع كامل ،وعلى صورة مجموع مكعبين أو الفرق بين مكعبين ،وتحليل المقدار الجبري باستعمال التجربة وتبسيط المقادير الجبرية (الكسرية) باستعمال المضاعف المشترك الاصغر وترتيب العمليات .

الترابط الرأسي

الدروس التي تَعَلَمَها سابقاً

• جمع المقادير الجبرية وطرحها
• ضرب حد جبري في مقدار جبري
• ضرب المقادير الجبرية
• قسمة مقدار جبري على حد جبري
• تحليل المقادير الجبرية

الدروس التي سيتَعَلَمَها في هذا الفصل

• ضرب المقادير الجبرية .
• تحليل المقدار الجبري باستعمال عامل المشترك الاكبر .
• تحليل المقدار الجبري بالمتطابقات .
• تحليل المقدار الجبري من ثلاثة حدود بالتجربة
• تحليل المقدار الجبري مجموع مكعبين او الفرق بين مكعبين.
• تبسيط المقادير الجبرية النسبية .
• خطة حل المسالة (الخطوات الاربع) .

المفردات

• **العامل المشترك الاكبرGFC** يمثل حاصل ضرب العوامل المشتركة فقط
• **ثنائي الحد** : المقدار الجبري الذي يحتوي على حدين من الحدود الجبرية .
• **المضاعف المشترك الاصغرLMC**:يمثل حاصل ضرب العوامل المشتركة بأكبر أس وغير المشتركة
• **الحد المفقود** : هو الحد الذي يراد ايجاده (الاول ، الوسط ، الاخير) في المقدار الجبري ax^2+bx+c ليصبح مربعاً كاملاً.
• **المقدار الجبري النسبي** : هو المقدار الذي يكتب على شكل كسر في بسطه ومقامه مقدار جبري.

Scanned with CamScanner

الفصلُ 2 المقادير الجبرية



الفصلُ 2

المقادير الجبرية

Algebraic Expressions

الدرس 2-1 ضرب المقادير الجبرية

الدرس 2-2 تحليل المقدار الجبري باستعمال العامل المشترك الأكبر

الدرس 2-3 تحليل المقدار الجبري بالمتطابقات

الدرس 2-4 تحليل المقدار الجبري من ثلاثة حدود بالتجربة

الدرس 2-5 تحليل المقدار الجبري مجموع مكعبين أو الفرق بين مكعبين

الدرس 2-6 تبسيط المقادير الجبرية النسبية

الدرس 2-7 خطة حل المسألة (الخطوات الأربع)

المدرسة المستنصرية مدرسة عريقة أُسست في زمن العباسيين في بغداد عام 1233، وكانت مركزاً علمياً وثقافياً مهماً. تقع في جهة الرصافة من بغداد، وتتوسط المدرسة ساحة مستطيلة الشكل فيها نافورة كبيرة فيها ساعة المدرسة المستنصرية، لو فرضنا أن طول الساحة الداخلية للمدرسة هو (x+14) متراً وعرضها (x+2) متر، فيمكن حساب المساحة بضرب المقدارين الجبريين (x+2) (x+14) .

التمهيدُ للفصْلِ

• وجِّه الطلاب الى صفحة الفصل في كتاب الطالب ثم اطلبْ اليهم ملاحظة الصورة وناقشْهم في المعلومة المعطاة:تتوسط المدرسة المستنصرية ساحة مستطيلة الشكل فيها نافورة كبيرة فيها ساعة المدرسة المستنصرية لو فرضنا ان طول الساحة الداخلية للمدرسة هو (x+14) مترا وعرضها (x+2) متر .

• اسأل الطلاب :

• كم تبلغ مساحة ساحة المدرسة؟

مساحتها مستطيلة = الطول × العرض

$A= (x+14)\ (x+2)$

• اسأل الطلاب :هل يمكن ايجاد ناتج ضرب القوسين ؟

• استمع إلى إجابات بعض الطلاب ووجهم الى ملاحظة :

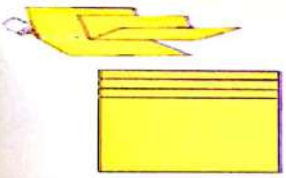
عند ضرب المقدارين يمكن استعمال خاصية التوزيع والترتيب على الأعداد.

• بين للطلاب بانهم سيدرسون في هذا الفصل :

ضرب المقادير الجبرية ، تحليل المقدار الجبري باستعمال عامل المشترك الاكبر ،تحليل المقدار الجبري المتطابقات ،تحليل المقدار الجبري من ثلاثة حدود بالتجربة ،تحليل المقدار الجبري مجموع مكعبين او الفرق بين مكعبين ،تبسيط المقادير الجبرية النسبية ، وحل المسائل الحياتية باستعمال الخطوات الاربعة.

مطويات : منظّم أفكارٍ

عمل المطوية شبه الكتاب:



قم بطي ثلاث ورقات قياس 28 سم × 22 سم إلى النصف ، خذ واحدة من الورقات وقصها من خط الطي تاركاً مسافة 2سم من كل طرف ، ثم خذ الورقتين الأخريتين وقص 2سم من كل طرف ، ثم زلق الورقتين داخل فتحة الورقة الاولى .

3- قم بطيّ الطرف الأيسر لتصل حافته إلى منتصف خط الطيّ لتصبح المطوية من ثلاث طياتٍ/طبقاتٍ .

4- أفتح المطوية وارفع إحدى الطيات ،وقم بقصها على طول الأخدودين الناتجين عن الخطوتين 3،2 بحيث يتشكل ثلاثة ألسن يمكن رفعُها إلى الأعلى .

استعمال المطويةِ

يكتبُ عنوان الفصل على صفحةِ الغلافِ ، ثم عناوين الدروس على كل صفحة داخلية ، وكل صفحة داخلية تقسم على ثلاثة اقسام .القسم الأول يكتب فيه فكرة الدرس والمفردات ،والقسم الثاني ملخص عن موضوع الدرس ، والقسم الثالث أمثلة .

Scanned with CamScanner

التقويمُ التشخيصيّ:

• استعملِ الاختبار القبليّ للتحقق من امتلاك الطلاب المعرفةَ السابقة اللازمة لدراسة هذا الفصل وهي: جمع المقادير الجبرية وطرحها والمفاهيم والخصائص والمهارات المتعلقة بها مثل كيفية جمع مقدارين جبريين ، استعمال خصائص التبديل والتجميع للحدود المتشابهة ، طرح مقدار جبري من مقدار جبري اخر ، ضرب حد جبري في مقدار جبري بأستعمال خاصية التوزيع ، ضرب المقادير الجبرية باستعمال خاصية التوزيع ، قسمة مقدار جبري على حد جبري ، تحليل المقادير الجبرية باستخراج العامل المشترك ،والفرق بين مربعين وبين مقدارين مربعين.

تشيرُ الأخطاء التي قد يقع فيها الطلابُ إلى جوانب الضعف في إجاباتهم ، مما يستوجب من المدرسين وضع خططِ تدريسٍ بديلةٍ وتنويعها ،لمعالجةِ الأخطاء.

المعالجةُ:

عالجْ احتياجات الطلاب بشكل فردي قبل البدءِ بتدريس الفصل وذلك بالاعتماد على نتائج الاختبار القبلي، ويمكنك معالجةِ الخلل لدي الطلاب بالاستعانة بالجدول التالي والذي يقترح معالجةً مناسبةً لكلِّ مجموعةٍ من الأسئلةِ تحتوي على الفكرة نفسها .

Pretest الاختبارُ القبلي

جد ناتج جمع المقادير الجبرية التالية أو طرحها:

1 $(3x^2 + 4x - 12) + (2x^2 - 6x + 10)$

2 $(\frac{1}{2} zy + 5z - 7y) - (\frac{1}{4} zy - 3z + 2y)$

جد ناتج الضرب للحدود الجبرية الاتية:

3 $7x^2 \times \frac{1}{14x}$

4 $\sqrt{2}\, yz \times \sqrt{2}\, yz^2$

5 $\frac{3}{4} v^2 t \times \sqrt{12}\, t^4$

6 $3h (\frac{1}{6} v - \frac{1}{3} h^2)$

جد ناتج ضرب مقدارين جبريين:

7 $(x+2)(x-2)$

8 $(5-2z)(3+3z)$

9 $(\frac{1}{2} x^2 + 6)(\frac{4}{3} x^2 + 12)$

10 $(2\sqrt{3}\, t - 4)^2$

11 $(x+3)(x^2 - 3x + 9)$

12 $(xy+1)(x^{-1}y - xy^{-1} - 1)$

جد ناتج الضرب باستعمال الطريقة العمودية:

13 $(y-1)(y+1)$

14 $(2x+3)(4x^2 - x - 5)$

15 $(3-z)(3 + 5z - z^2)$

جد ناتج قسمة المقادير الجبرية الأتية:

16 $\frac{3xy^2}{15x^2y}$

17 $\frac{-47z^3}{7z^2}$

18 $\frac{8x^3 + 4x^2 - 2x}{2x}$

19 $\frac{21 - 14a + 7a^2}{7a}$

حلل المقادير الجبرية باستعمال العامل المشترك الأكبر:

20 $3y^3 + 6y^2 - 9y$

21 $\frac{1}{2} zx^2 - 2z^2 x + 4zx$

33

السؤال	الخطأ	المعالجة
1-2	يخطئ بعض الطلاب عند جمع وطرحها الحدود المتشابهة دون مراعاة الاشارة .	التوضيح الى الطلاب بكيفية جمع الحدود وطرحها بإستعمال النظير الجمعي واستعمال ترتيب العمليات لايجاد المقدار الجبري.
3 – 6	لايتمكن بعض الطلاب من ضرب الحدود الجبرية المتشابهة اذا كانت الاسس متشابهة .	تذكير الطلاب بقانون عند الضرب تجمع الاسس للاساس نفسه.
7 – 10	يخطئ بعض الطلاب في ضرب مقدارجبري من حدين في مقدار آخر من حدين .	تذكير الطلاب باستعمال خاصية التوزيع وجمع الحدود المتشابهة .
11 - 12	يخطئ بعض الطلاب في ضرب مقدار من حدين في مقدار من ثلاثة حدود .	تذكير الطلاب بضرب مقدارين احدهما من حدين ولأخر من ثلاثة حدود .
13 - 15	يخطئ بعض الطلاب في ايجاد ناتج الضرب العمودي	تذكير الطلاب باستعمال خاصية التوزيع ووضع الحدود المتشابهة تحت بعضها البعض .
16 – 19	قد يخطئ بعض الطلاب عند قسمة المقادير الجبرية اي حد جبري على حد جبري مراعاة الاسس .	وضح للطلاب عند قسمة حد جبري على حد جبري باستعمال قانون قسمة الاسس اي عند القسمة تطرح الاسس .
20 - 21	قد يخطئ بعض الطلاب باستخراج العامل المشترك الاكبر يستخرج العامل العددي فقط بدون استخراج المتغير .	ذكر الطلاب عند استخراج العامل المشترك الاكبر يقوم باستخراج العامل العددي والمتغير ايضا .

Scanned with CamScanner

الدرس 2-1 ضرب المقادير الجبرية

نتاجات التعلُّم	ضرب مقدار جبري في مقدار جبري يمثل حالات خاصة.
الموادُ والوسائلُ	ورقة عمل مكتوب عليها المقادير الجبرية: 1) $(x-1)(x+1)$ 2) $(y+2)(y-2)$ 3) $(x+y)(x-y)$

1 تهيئة

اطلبْ الى الطلاب توقع نتاجات التعلّم لهذا الدرس من خلال عنوان الدرس وناقشهم فيها ثم ثبِّتْها على السبورةِ.

• هيئ الطلاب لفكرةِ الدرس من خلال الأنشطة التالية: نظّم الطلاب في مجموعاتٍ صغيرةٍ وأعطِ كل مجموعة ورقة العمل المعدة مسبقاً.

• اطلب إلى المجموعات إيجاد ناتج ضرب المقادير الجبرية باستعمال ضرب المقدار الجبري في مقدار جبري

• اسأل الطلاب :

• ما الطريقة التي تستعمل في ايجاد ناتج ضرب مقدار جبري في مقدار جبري ؟ طريقة التوزيع والترتيب .

1) $(x-1)(x+1) = x^2 - 1 - x + x = x^2 - 1$

2) $(y+2)(y+2) = y^2 + 4 + 2y + 2y = y^2 + 4y + 4$

3) $(x+y)(x-y) = x^2 - y^2 + yx - xy = x^2 - y^2$

• سجّل نتائج المجموعات واعلن الفائز منها.

اكتب على السبورة المقدار الجبري الاتي :

$(y+3)(y^2 - 2y + 2) = ...$.

• اسأل الطلاب :

• هل يمكن ايجاد ناتج هذ ا المقدار الجبري للاسلوب نفسه السابق، وما الخطوات الازمة للحل ؟

• استمع إلى إجاباتهم وقل لهم إنهم سيدرسون في هذا الدرس ضرب مقدار جبري في مقدار جبري تمثل حالات خاصة .

2 شرحٌ وتفسير

تَعلّمْ: وجّه الطلاب الى فقرة تعلّم واطلبْ إليهم قراءة المعلومة المعطاة وهينهم للمثال (1) من خلال التقديم الذي يتبع فقرة تعلّم .

• اسأل الطلاب : ما فائدة تسمية الحالات الخاصة بالضرب ؟

لتسهيل عملية الضرب .

• قدّم المثال (1) لتبين للطلاب كيفية ايجاد مساحة الممر

• قدّم المثال (2،4) لتبين للطلاب كيفية تصنيف ضرب المقادير الجبرية من خلال حدود الاقواس المضروبة ببعضها .

• قدّم المثال (3،5) لتبين للطلاب التطبيقات العملية في ضرب المقادير الجبرية .

الدرس [2-1] ضرب المقادير الجبرية

Multiplying Algebraic Expressions

فكرة الدرس

• ضرب مقدار جبري في مقدار جبري يمثل حالات خاصة.

المفردات

• مربع مجموع
• مربع فرق
• مكعب مجموع
• مكعب فرق

حوطت حديقة منزلية مربعة الشكل طول ضلعها h متر بممر عرضه 1 متر.

ما مساحة الممر بدلالة h ؟



[2-1-1] ضرب مقدارين جبريين كل منهما من حدين

Multiplying two algebraic expressions each of one contains two terms

تعلمت سابقاً كيفية ضرب حد جبري في حد جبري وكذلك ضرب مقدار جبري في مقدار جبري، الآن سوف تتعلم كيفية ضرب مقدار جبري في مقدار جبري كل منهما من حدين ويمثلان مربع مجموع أو مربع فرق أو مجموع في فرق وذلك باستعمال الخواص التي درستها سابقاً من توزيع وابدال وترتيب.

مثال (1) جد مساحة الممر المحيط بالحديقة المربعة الشكل؟

مساحة الممر هي الفرق بين مساحتي المربع الكبير (الحديقة مع الممر) والمربع الصغير(الحديقة)

مساحة الحديقة مع الممر $(h+2)^2 = (h+2)(h+2) = h^2 + 2h + 2h + 4 = h^2 + 4h + 4$

مساحة الحديقة $h \times h = h^2$

مساحة الممر $(h^2 + 4h + 4) - h^2 = h^2 + 4h + 4 - h^2 = 4h + 4$

مثال (2) جد ناتج ضرب مقدار جبري في مقدار جبري كل منهما من حدين:

مربع مجموع حدين i) $(x+y)^2 = (x+y)(x+y) = x^2 + xy + yx + y^2 = x^2 + 2xy + y^2$

مربع الفرق بين حدين ii) $(x-y)^2 = (x-y)(x-y) = x^2 - xy - yx + y^2 = x^2 - 2xy + y^2$

مجموع حدين × فرق بينهما iii) $(x+y)(x-y) = x^2 - xy + yx - y^2 = x^2 - y^2$

مجموع حدين × مجموع حدين iv) $(x+3)(x+5) = x^2 + 5x + 3x + 15 = x^2 + 8x + 15$

مجموع حدين × فرق بين حدين v) $(x+2)(x-6) = x^2 - 6x + 2x - 12 = x^2 - 4x - 12$

فرق بين حدين × فرق بين حدين vi) $(x-1)(x-4) = x^2 - 4x - x + 4 = x^2 - 5x + 4$

مثال (3) جد ناتج ضرب المقادير الجبرية الاتية:

i) $(z+3)^2 = z^2 + 6z + 9$ ii) $(h-5)^2 = h^2 - 10h + 25$

iii) $(2x-7)(2x+7) = 4x^2 - 49$ iv) $(3y+1)(y+2) = 3y^2 + 7y + 2$

v) $(v+\sqrt{2})(v-\sqrt{2}) = v^2 - 2$ vi) $(n-\sqrt{3})(5n-\sqrt{3}) = 5n^2 - 6\sqrt{3}n + 3$

34

إعادة التعليم

* عند ضرب مقدار جبري في مقدار جبري كل منهما من حدين يمثلان مربع مجموع او مربع فرق او مجموع في فرق استعمل الخواص خاصية التوزيع والابدال والترتيب .

* عند ضرب مقدار جبري من حدين في مقدار جبري من ثلاثة حدود استعمل خاصية التوزيع والابدال والترتيب

مثال : جد ناتج ضرب مقدار جبري في مقدار جبري كل منهما من حدين

1) $(h+5)^2 = (h+5)(h+5) = h^2 + 5h + 5h + 25$
$= h^2 + 10h + 25$

2) $(r - \sqrt{3})(r + \sqrt{3}) = r^2 - \sqrt{2}r + \sqrt{3}r - 3 = r^2 - 3$

تدريبات

جد ناتج ضرب المقادير الجبرية الاتية:

1) $(2x-3)(2x+3) = 4x^2 - -9$

2) $(x+2)(x^2 - 3x + 2) = x^3 - 3x^2 + 2x + 2x^2 - 6x + 4$
$= x^3 - x^2 - 4x + 4$

3) $(k-4)^3 = (k-4)(k-4)^2 = (k-4)(k^2 - 8k + 16)$
$= k^3 - 8k^2 + 16k - 4k^2 + 32k - 64$
$= k^3 - 12k^2 + 48k - 64$

Scanned with CamScanner

[2-1-2] ضرب مقدار جبري من حدين في آخر من ثلاثة حدود

Multiplying algebraic expression from two terms by another from three terms

تعلمت سابقاً ضرب المقادير الجبرية من عدة حدود والآن سوف تتعلم حالات خاصة من ضرب مقدار جبري من حدين في مقدار جبري من ثلاثة حدود وذلك باستعمال الخواص التي درستها في التوزيع والإبدال والترتيب.

مثال (4) جد ناتج ضرب مقدار جبري من حدين في مقدار جبري من ثلاثة حدود:

i) $(x+2)(x^2-2x+4) = x^3-2x^2+4x+2x^2-4x+8 = x^3+8 = x^3+2^3$ ناتج الضرب مجموع مكعبين

ii) $(y-3)(y^2+3y+9) = y^3+3y^2+9y-3y^2-9y-27 = y^3-27 = y^3-3^3$ ناتج الضرب الفرق بين مكعبين

iii) $(y+2)^3 = (y+2)(y+2)^2 = (y+2)(y^2+4y+4)$ مكعب مجموع حدين

$= y^3+4y^2+4y+2y^2+8y+8 = y^3+6y^2+12y+8$

iv) $(z-3)^3 = (z-3)(z-3)^2 = (z-3)(z^2-6z+9)$ مكعب الفرق بين حدين

$= z^3-6z^2+9z-3z^2+18z-27 = z^3-9z^2+27z-27$

مثال (5) جد ناتج ضرب المقادير الجبرية الآتية:

i) $(2v+5)(4v^2-10v+25) = 8v^3-20v^2+50v+20v^2-50v+125 = 8v^3+125 = (2v)^3+5^3$

ii) $(\frac{1}{3}-z)(\frac{1}{9}+\frac{1}{3}z+z^2) = \frac{1}{27}+\frac{1}{9}z+\frac{1}{3}z^2-\frac{1}{9}z-\frac{1}{3}z^2-z^3 = \frac{1}{27}-z^3 = (\frac{1}{3})^3-z^3$

iii) $(x-\sqrt[3]{2})(x^2+\sqrt[3]{2}x+\sqrt[3]{4}) = x^3+\sqrt[3]{2}x^2+\sqrt[3]{4}x-\sqrt[3]{2}x^2-\sqrt[3]{4}x-\sqrt[3]{8}$

$= x^3+\sqrt[3]{2}x^2-\sqrt[3]{2}x^2+\sqrt[3]{4}x-\sqrt[3]{4}x-2 = x^3-2$

iv) $(x+\frac{1}{2})^3 = (x+\frac{1}{2})(x+\frac{1}{2})^2 = (x+\frac{1}{2})(x^2+x+\frac{1}{4}) = x^3+x^2+\frac{1}{4}x+\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{2}x+\frac{1}{8}$

$= x^3+x^2+\frac{1}{2}x^2+\frac{1}{4}x+\frac{1}{2}x+\frac{1}{8} = x^3+\frac{3}{2}x^2+\frac{3}{4}x+\frac{1}{8}$

v) $(y-5)^3 = (y-5)(y-5)^2 = (y-5)(y^2-10y+25)$

$= y^3-10y^2+25y-5y^2+50y-125$

$= y^3-15y^2+75y-125$

35

التمرينات

الاختيار من متعدد **Multiple Choice**

الدرس [2-1] ضرب المقادير الجبرية

Multiplying Algebraic Expressions

اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

جد ناتج ضرب مقدار جبري في مقدار جبري آخر:

1. $(x+5)^2$ a) $x^2-10x+25$ b) $x^2+10x+25$ c) $x^2+5x+25$ d) $x^2-5x+25$
2. $(z-\sqrt{7})^2$ a) $z^2-7z+49$ b) $z^2+7y+49$ c) $z^2-\sqrt{7}z+7$ d) $z^2-2\sqrt{7}z+7$
3. $(x+8)(x-8)$ a) x^2-64 b) x^2+64 c) x^2+16 d) x^2-16
4. $(3-2z)(3+2z)$ a) $6-4z^2$ b) $9-4z^2$ c) $6+4z^2$ d) $9+4z^2$
5. $(y+\sqrt{6})(y-\sqrt{6})$ a) $y^2-\sqrt{12}$ b) y^2-6 c) $y^2+\sqrt{12}$ d) y^2+6
6. $(2x-3)(x+9)$ a) $2x^2+15x-27$ b) $2x^2-5x-27$ c) $2x^2-15x+27$ d) $2x^2+15x+27$
7. $(y-2)(y^2+2y+4)$ a) y^3+8 b) y^3-8 c) y^3-4 d) y^3-16
8. $(\frac{1}{3}-x)(\frac{1}{9}+\frac{1}{3}x+x^2)$ a) $\frac{1}{27}-x^3$ b) $\frac{1}{27}+x^3$ c) $\frac{1}{9}+x^3$ d) $\frac{1}{9}-x^3$
9. $(z-2)^3$ a) $z^3+6z^2+12z+8$ b) $z^3-6z^2+12z-8$ c) $z^3+6z^2-12z-8$ d) $z^3-6z^2-12z+8$
10. $(y+\frac{1}{5})^3$ a) $y^3-\frac{3}{3}y^2+\frac{3}{25}y-\frac{1}{125}$ b) $y^3+\frac{3}{5}y^2-\frac{3}{25}y+\frac{1}{125}$ c) $y^3+\frac{3}{5}y^2+\frac{3}{25}y+\frac{1}{125}$ d) $y^3-\frac{3}{5}y^2-\frac{3}{25}y-\frac{1}{125}$

102

أمثلة إضافية: قدّم الأمثلة الاضافية التالية لتعزيز مفاهيم الدرس وهي مشابهةٌ تماماً لأمثلة الدرس في كتاب الطالب.

جد ناتج ضرب المقادير الجبرية الآتية :

1) $(x+1)(x+2) = x^2+3x+2$

2) $(x-\frac{1}{2})(x^2+\frac{1}{2}x+\frac{1}{4}) = x^3-\frac{1}{8}$

3) $(z+2)^2 = z^2+4z+4$

تأكّد من فهمك: اطلب الى الطلاب حلّ تدريبات تأكّد من فهمك داخل الصفّ وراقب اجاباتهم .

- الأسئلة (1-7) يتطلب ايجاد ضرب مقدار جبري في مقدار جبري كل منهما من حدين .
- الأسئلة (8-13) يتطلب الحل ايجاد ضرب مقدار جبري من حدين في مقدار جبري ثلاث حدود .
- يمكن تقديم صفحة إعادة التعليم المرافقة للطلاب الذين لم يتمكنوا من حلّ تدريبات تأكّد من فهمك بشكلٍ صحيح.
- اطلب إلى الطلاب حلّ التدريبات (1،3،4،7) من صفحة تمرينات الدرس كواجبٍ بيتي.

خطأ متوقع: قد يخطئ بعض الطلاب عند ضرب قوسين تحتوي بعض حدودهما على جذور ،فلذا ذكرهم بكفية ضرب الجذور التربيعية والتكعيبية.

3 تدريب

ناقش مع الطلاب الواجب البيتيّ وتحقق من قدرتهم على حل التمرينات وقدّم صفحة إعادة التعليم للطلاب الذين لم يتمكنوا من حلّ الواجب البيتي.

تدرّب وحلّ التمرينات: اطلب الى الطلاب حلّ تمرينات تدرّب وحلّ التمرينات وتابع اجاباتهم .

- السؤال(29 , 28) يتطلّب الحلّ ايجاد ضرب مقدار جبري من حدين في مقدار جبري من ثلاثة حدود مع مراعاة ضرب الجذور .

تدرّب وحلّ مسائل حياتية : أطلب إلى الطلاب حلّ المسائل الحياتية وتابع اجاباتهم .

- السؤال(31) يتطلب حل السؤال ايجاد مساحة اللوحة التي رسمها وائل وان مساحتها تعتمد على قيمة y فلذا ان المساحة تكون بالوحدات المربعة سواء اكانت سم أو دسم أو متر والشيء نفسه ينطبق على المسألة 48 فان الحجم بالوحدات المكعبة .

Scanned with CamScanner

فكّر : اطلب الى الطلاب حلّ أسئلة فكر ، وقد يحتاج الطلاب ذوو المستوى الضعيف الى استعمال اعادة التعليم .

السؤال (49) يتطلب الحل اولاً ايجاد ناتج كل قوس ثم الجمع الجبري للحدود المتشابهة .

أكتبْ : أطلب إلى الطلاب حلّ سؤال أكتبْ وتابع إجاباتهم .

4 تقويمٌ

استعمل المسألة التالية كتقويم ختامي للطلاب قبل انتهاء الدرس .

جد ناتج المقادير الاتية :

1) $(z+4)^2 = z^2 + 8z + 16$

2) $(x-2)^3 = x^3 - 6x^2 + 12x - 8$

5 توسعة

يمكنك تقديم تدريباتٍ اثرائية للطلاب من خلال صفحة الإثراء المرافقةِ وتابعهم وقدم لهم المساعدة في أثناء الحلّ.

- اطلب إليهم إيجاد ناتج المقادير الاتية :

1) $(x+1)^2 - (x^2 - 2) = x^2 + 2x + 1 - x^2 + 2$
$= 2x + 3$

2) $(h-2)^2 + 4h = 8h^2 - 4h + 4 + 4h$
$= 8h^2 + 4$

تأكد من فهمك

جد ناتج ضرب مقدار جبري في مقدار جبري كل منهما من حدين:

الأسئلة (1 - 7) مشابهة للمثالين (2،3)

1. $(x+3)(x-3)$
2. $(\sqrt{7} - h)^2$
3. $(z+\sqrt{5})(z-\sqrt{5})$
4. $(v+5)(v+1)$
5. $(x-3)(x-2)$
6. $(3x-4)(x+5)$
7. $(\frac{1}{3}y+3)(\frac{1}{3}y+2)$

جد ناتج ضرب مقدار جبري من حدين في مقدار جبري من ثلاثة حدود:

الأسئلة (8 - 13) مشابهة للمثالين (4،5)

8. $(y+2)(y^2-2y+4)$
9. $(2z+4)(4z^2-8z+16)$
10. $(v-\sqrt[3]{3})(v^2+\sqrt[3]{3}\,v+\sqrt[3]{9})$
11. $(\sqrt[3]{\frac{2}{7}}+m)(\sqrt[3]{\frac{4}{49}}-\sqrt[3]{\frac{2}{7}}\,m+m^2)$
12. $(x+5)^3$
13. $(y-4)^3$

تدربْ وحلّ التمرينات

جد ناتج ضرب مقدار جبري في مقدار جبري كل منهما من حدين:

14. $(n-6)^2$
15. $(y+5)(y-5)$
16. $(x+\sqrt{8})^2$
17. $(y+\sqrt{6})(y-\sqrt{6})$
18. $(8+h)(3+h)$
19. $(4-y)(5-y)$
20. $(2x-3)(x+9)$
21. $(z-2\sqrt{7})(2z-\sqrt{7})$

جد ناتج ضرب مقدار جبري من حدين في مقدار جبري من ثلاثة حدود:

22. $(x+6)(x^2-6x+36)$
23. $(y-1)(y^2+y+1)$
24. $(z-3)^3$
25. $(\frac{2}{3}-r)(\frac{4}{9}+\frac{2}{3}r+r^2)$
26. $(x-\sqrt[3]{4})(x^2+\sqrt[3]{4}\,x+\sqrt[3]{16})$
27. $(z-\sqrt{5})^3$
28. $(\sqrt[3]{\frac{1}{5}}+n)(\sqrt[3]{\frac{1}{25}}-\sqrt[3]{\frac{1}{5}}\,n+n^2)$
29. $(\sqrt[3]{\frac{1}{9}}+\frac{1}{h})(\sqrt[3]{\frac{1}{81}}-\sqrt[3]{\frac{1}{9}}\frac{1}{h}+\frac{1}{h^2})$

36

تدربْ وحلّ مسائل حياتية



30. **مسبح:** يعد فندق بغداد أحد الفنادق السياحية المهمة في العاصمة العراقية بغداد، يبلغ طول المسبح فيه $(x+9)$ أمتار وعرضه $(x+1)$ متر، ومحاط بممر عرضه 1 متر. اكتب مساحة المسبح مع الممر بأبسط صورة بدلالة x .



31. **تاريخ:** تقع مدينة بابل شمال مدينة الحلة في العراق حيث عاش البابليون فيها منذ 3000 سنة قبل الميلاد تقريباً. وقد بنوا سنة 575م بوابة عشتار التي تعد البوابة الثامنة في سور مدينة بابل. رسم وائل لوحة فنية تمثل بوابة عشتار بالأبعاد $(y+7)$ ، $(y-4)$ سنتمترات. اكتب مساحة اللوحة التي رسمها وائل بأبسط صورة بدلالة y .



32. **أسماك زينة:** حوض سمك زينة مكعب الشكل طول حرفه $(v+3)$ سنتمتر. اكتب حجم حوض الزينة بأبسط صورة بدلالة v.

فكّر

33. **تحدٍّ:** جد ناتج ما يأتي بأبسط صورة:

$(x+1)^2 - (x-2)^2$

34. **أصحّح الخطأ:** كتبت نسرين ناتج ضرب المقدارين الجبريين كالآتي:

$(\sqrt{5}\,h-4)(h-6) = 5h^2 + 10h - 24$

حدّد خطأ نسرين وصحّحه.

35. **حسٌ عدديٌ:** أيّ العددين أكبر؟ العدد $(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2$ أم العدد $(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2$. وضّح إجابتك.

أكتب

ناتج ضرب المقدارين الجبريين: $(2z+\frac{1}{2})(2z-\frac{1}{2})$

37

الإثراء

جد ناتج كل مما يلي بأبسط صورة :

1) $(x-5)^2 - (x^2 - 10x)$
$= x^2 - 10x + 25 - x^2 + 10x = 25$

2) $(y-2)^3 + (y^2 + 8)$
$= y^3 - 6y^2 + 12y - 8 + y^2 + 8$
$= y^3 - 5y^2 + 12y$

3) $(4+x)(4-x) + x^2$
$= 16 - x^2 + x^2 = 16$

4) $(z-\sqrt{2})(3z+\sqrt{2}) + \sqrt{8}\,z$
$= 3z^2 - 2\sqrt{2}\,z - 2 + \sqrt{8}\,z$
$= 3z^2 - 2$

5) $(\frac{1}{2}+x)(\frac{1}{4}-\frac{1}{2}x+x^2) - (\frac{1}{8}+x^3)$
$= \frac{1}{8} + x^3 - \frac{1}{8} - x^3 = 0$

6) اثبت ان: $(\sqrt{3} - \frac{1}{\sqrt{3}})^2 = 1\frac{1}{3}$

$L.S. = 3 - \frac{2\sqrt{3}}{\sqrt{3}} + \frac{1}{3} = 1 + \frac{1}{3} = 1\frac{1}{3} = R.S$

Scanned with CamScanner

الدرس 2-2 تحليل المقدار الجبري باستعمال العامل المشترك الاكبر

نتاجات التعلّم	تحليل المقدار الجبري باستعمال العامل المشترك الاكبر.
المواد والوسائل	ورقة عمل مكتوب عليها المقادير الجبرية 1) $x^3 - xy$ 2) $6x^2y - 9xy^2$ 3) $4x^2 - 8xy + 12$

1 تهيئة

اطلبْ الى الطلاب توقع نتاجات التعلّم لهذا الدرس من خلال عنوان الدرس وناقشهم فيها ثم ثبّتْها على السبورة.

• هيئ الطلاب لفكرة الدرس من خلال الأنشطة الآتية: نظّم الطلاب في مجموعاتٍ صغيرةٍ وأعطِ كلّ مجموعةٍ ورقة العمل المعدة مسبقاً .

• اطلب إلى المجموعات تحليل كل مقدار باستعمال العامل المشترك الاكبر .

اسأل الطلاب :

• كيفية نستخرج العامل المسترك الأكبر بين الحدود:

العمل المشترك الاكبر يستخرج بضرب العوامل المشتركة بين الحدود

1) $x^3 + xy = x\,(x^2 + y)$

2) $6x^2y - 9xy^2 = 3xy\,(2x - 3y)$

3) $4x^2 - 8xy + 12 = 4\,(x^2 - 2xy + 3)$

• سجّل نتائج المجموعات واعلن الفائز منها.

• اكتبْ على السبورة المقدار الآتي :

$6y^3 + 18y^2 - 27y$

اسأل الطلاب :

• هل يمكن تحليل المقدار الجبري بالاسلوب السابق نفسه بإيجاد العامل ، وما العامل المشترك الأكبر؟

استمع إلى إجاباتهم وقل لهم إنهم سيدرسون في هذا الدرس تحليل المقدار الجبري باستعمال العامل المشترك الاكبر.

2 شرحٌ وتفسير

تعلّمْ: وجه الطلاب الى فقرة تعلّم واطلب إليهم قراءة المعلومة المعطاة وهيئهم للمثال (1) من خلال التقديم الذي يتبع فقرة تعلّم .

• اسأل الطلاب كيف تتحقق من صحة الحل ؟

• قدم المثال (2) لتبين للطلاب كيفية تحليل المقدار الجبري باستعمال العامل المشترك الاكبر المكون من ثلاثة حدود وكيفية التحقق من صحة الحل.

• قدم المثال (3) لتبين للطلاب كيفية تحليل المقدار الجبري باستعمال ثنائية الحد كعامل مشترك اكبر .

الدرس [2-2] تحليل المقدار الجبري باستعمال العامل المشترك الأكبر

Factoring the Algebraic Expression by using Greater Common Factor

فكرةُ الدرس
• تحليل المقدار الجبري باستعمال العامل المشترك الأكبر.

المفردات
• تحليل المقدار الجبري
• العامل المشترك الأكبر
• ثنائية الحد
• المعكوس
• التحقق من صحة الحل

تعلم

يعد نصب ساحة كهرمانة وسط بغداد من المعالم الحضارية المتميزة في العراق. يتوسط تمثال كهرمانة الساحة التي تقع في منطقة الكرادة ويبلغ نصف قطر قاعدة التمثال r متر ويحيط به حوض على شكل ممر دائري، إذا كان نصف قطر التمثال مع الحوض 2 + r متر، فجد مساحة الحوض.



[2-2-1] تحليل مقدار جبري باستعمال العامل المشترك الأكبر

Factoring the algebraic expression by using a greater common factor

تعلمت سابقاً كيفية إيجاد العامل المشترك الأكبر للأعداد وكذلك تعلمت كيفية تحليل المقدار الجبري باستعمال العامل المشترك الأكبر (GCF)، والأن سوف تزيد مهارتك في تعلم كيفية تحليل مقادير جبرية مكوّنة من حدين أو ثلاثة حدود باستعمال العامل المشترك الأكبر والتحقق من صحة الحل.

مثال (1) نصف قطر قاعدة تمثال كهرمانة r متر، ونصف قطر قاعدة التمثال مع الحوض 2 + r متر، جد مساحة الحوض .

مساحة التمثال $A_1 = r^2\pi$

مساحة التمثال مع الحوض $A_2 = (r+2)^2\pi = (r^2 + 4r + 4)\pi = r^2\pi + 4r\pi + 4\pi$

مساحة الحوض $A = A_2 - A_1 = r^2\pi + 4r\pi + 4\pi - r^2\pi$

(4π) العامل المشترك الاكبر $= 4r\pi + 4\pi = 4\pi(r+1)$

مساحة الحوض المحيط بالتمثال $4\pi(r+1)$ متر مربع

مثال (2) حلل كل مقدار باستعمال العامل المشترك الأكبر (GCF) وتحقق من صحة الحل:

العامل المشترك الاكبر هو 3x

i) $6x^3 + 9x^2 - 18x = 3x(2x^2 + 3x - 6)$

التحقق:

للتحقق استعمل عملية ضرب المقادير الجبرية

$3x(2x^2 + 3x - 6) = 3x(2x^2) + 3x(3x) - 6(3x)$
$= 6x^3 + 9x^2 - 18x$

فتح القوس مع تبسيط الجذور العددية

ii) $\sqrt{12}\,y^2z + \sqrt{2}(\sqrt{6}\,yz^2 - \sqrt{24}\,yz)$

$= 2\sqrt{3}\,y^2z + 2\sqrt{3}\,yz^2 - 4\sqrt{3}\,yz$

العامل المشترك الأكبر هو $2\sqrt{3}\,yz$

$= 2\sqrt{3}\,yz(y + z - 2)$

التحقق:

للتحقق استعمل عملية ضرب المقادير الجبرية

$2\sqrt{3}\,yz(y+z-2) = 2\sqrt{3}\,y^2z + 2\sqrt{3}\,yz^2 - 4\sqrt{3}\,yz$

نلاحظ المتغيرات متساوية في الحدود مع المقدار الأصلي وكذلك المعاملات العددية لأن:

$2\sqrt{3} = \sqrt{12},\ 2\sqrt{3} = \sqrt{2}\,\sqrt{6},\ 4\sqrt{3} = \sqrt{2}\,\sqrt{24}$

38

إعادة التعليم

تحليل المقدار الجبري باستعمال العامل المشترك الاكبر (يمثل حاصل ضرب العوامل المشترك فقط وبأكبر اس) وسوف نتعلم تحليل المقادير الجبرية مكونة من حدين أو ثلاثة حدود باستعمال العامل المشترك الاكبر والتحقق من صحة الحل.

مثال : **حلل المقدار باستعمال العامل المشترك الاكبر وتحقق من صحة الحل**

$10y^3 + 20y^2 - 5y = 5y\,(2y^2 + 4y - 1)$

للتحقق من صحة الحل

$5y\,(2y^2 + 4y - 1) = 5y\,(2y^2) + 5y\,(4y) - 5y\,(1)$
$= 10y^3 + 20y^2 - 5y$

تدريبات

حلل المقدار الجبري وتحقق من صحة الحل .

$4x^3 - 16x^2 + x - 4 = 4x^2(x-4) + (x-4)$
$= (x-4)(4x^2 + 1)$

التحقق :

$(x-4)(4x^2+1) = x\,(4x^2+1) - 4\,(4x^2+1)$
$= 4x^3 + x - 16x^2 - 4$
$= 4x^3 - 16x^2 + x - 4$

Scanned with CamScanner

قدم المثال (4) لتبين للطلاب كيفية تحليل المقدار باستعمال خاصية التجميع وكيفية التحقق من صحة الحل .

قدم المثال (5) لتبين للطلاب كيفية تحليل المقدار الجبري باستعمال خاصية التجميع مع المعكوس وكيفية التحقق من صحة الحل

امثلة إضافية: قدّم الأمثلة الاضافية التالية لتعزيز مفاهيم الدرس وهي مشابهةٌ تماماً لأمثلة الدرس في كتاب الطالب.

1) $8x^3 + 16x^2 - 4x = 4x(2x^2 + 4x - 1)$

2) $3x(x-2) - 2(x-2) = (x-2)(3x-2)$

3) $9x^3 + 18x^2 + x + 2 = 9x^2(x+2) + (x+2)$

$= (x+2)(9x^2+1)$

تأكّد من فهمك : أُطلب إلى الطلاب حلّ تدريبات تأكد من فهمك داخل الصف وراقب اجاباتهم .

- الأسئلة (4 - 1) يتطلب الحل باستعمال العامل المشترك الاكبر.
- الأسئلة (8 - 5) يتطلب الحل باستعمال ثنائية الحل كعامل مشترك اكبر .
- الأسئلة (12 - 9) يتطلب الحل باستعمال خاصية التجميع وتحقق من صحة الحل .
- الأسئلة (16 - 13) يتطلب الحل باستعمال خاصية التجميع مع المعكوس.
- يمكن تقديم صفحة إعادة التعليم المرافقة للطلاب الذين لم يتمكنوا من حل تدريبات تأكد من فهمك بشكلٍ صحيح.
- اطلبْ إلى الطلاب حل التدريبات (2،4،6،8) من صفحة تمرينات الدرس كواجب بيتيّ.

خطأٌ متوقعٌ: قد يخطئ بعض الطلاب عند تحليل مقدار جبري باستعمال العامل المشترك الاكبر فيكتبون عاملاً مشتركاً فقط وليس اكبر ، مثل $4x, 8x^2, 12x^3$ فيكتبون العامل المشترك الاكبر هو $2x$، لذا فذكرهم به.

3 تدريبٌ

ناقش مع الطلاب الواجب البيتيّ وتحقق من قدرتهم على حلّ التمرينات وقدّم صفحة إعادة التعليم للطلاب الذين لم يتمكنوا من حلّ الواجب البيتي.

تدرّب وحلّ التمرينات : اطلب الى الطلاب حلّ تمرينات تدّرب وحلّ التمرينات وتابع اجاباتهم .

تدرب وحلّ مسائلَ حياتيةً : أُطلب إلى الطلاب حلّ المسائل الحياتية وتابعْ اجاباتهم .

- السؤال(38) تحليل المقدار ينتج قوسين متشابهين اي أن بعدي المسطح متساويان اي ان المسطح مربع الشكل .

مثال (3) حلّل كل مقدار باستعمال ثنائية الحد كعامل مشترك أكبر:

i) $5x(x+3) - 7(x+3) = (x+3)(5x-7)$ — العامل المشترك الأكبر هو (x+3)

ii) $\frac{1}{2}(y-1) + \frac{1}{3}y^2(y-1) = (y-1)(\frac{1}{2} + \frac{1}{3}y^2)$ — العامل المشترك الأكبر هو (y-1)

iii) $\sqrt{3}v^2(z+2) - \sqrt{5}v(z+2) = (z+2)(\sqrt{3}v^2 - \sqrt{5}v)$ — العامل المشترك الأكبر هو (z+2)

$= v(z+2)(\sqrt{3}v - \sqrt{5})$

[2-2-2] تحليل مقدار جبري باستعمال التجميع
Factoring algebraic expression by grouping

تعلمت في الفقرة السابقة كيفية تحليل المقدار الجبري المكون من حدين أو ثلاثة حدود باستعمال العامل المشترك الأكبر، والأن سوف تتعلم كيفية تحليل مقدار جبري مكون من أربعة حدود أو أكثر باستعمال تجميع الحدود بحيث يوجد للحدود التي يمكن تجميعها عوامل مشتركة.

مثال (4) حلل كل مقدار باستعمال خاصية التجميع وتحقق من صحة الحل:

i) $4x^3 - 8x^2 + 5x - 10 = (4x^3 - 8x^2) + (5x - 10)$ — تجميع الحدود التي لها عوامل مشتركة

$= 4x^2(x-2) + 5(x-2)$ — تحليل الحدود المجمعة

$= (x-2)(4x^2+5)$ — العامل المشترك الأكبر هو (x-2)

التحقق:

$(x-2)(4x^2+5) = x(4x^2+5) - 2(4x^2+5)$ — استعمال خاصية التوزيع

$= 4x^3 + 5x - 8x^2 - 10 = 4x^3 - 8x^2 + 5x - 10$ — استعمال الضرب والترتيب

ii) $\sqrt{2}h^2t + \sqrt{3}t^2v - \sqrt{8}h^2v - \sqrt{12}v^2t = (\sqrt{2}h^2t - \sqrt{8}h^2v) + (\sqrt{3}t^2v - \sqrt{12}v^2t)$ — تجميع الحدود

$= \sqrt{2}h^2(t-2v) + \sqrt{3}tv(t-2v)$ — تحليل الحدود المجمعة

$= (t-2v)(\sqrt{2}h^2 + \sqrt{3}tv)$ — العامل المشترك الأكبر هو (t-2v)

التحقق:

$(t-2v)(\sqrt{2}h^2 + \sqrt{3}tv) = t(\sqrt{2}h^2 + \sqrt{3}tv) - 2v(\sqrt{2}h^2 + \sqrt{3}tv)$ — استعمال خاصية التوزيع

$= \sqrt{2}h^2t + \sqrt{3}t^2v - \sqrt{8}h^2v - \sqrt{12}v^2t$ — استعمال الضرب والترتيب

مثال (5) حلل المقدار باستعمال خاصية التجميع مع المعكوس:

$14x^3 - 7x^2 + 3 - 6x = (14x^3 - 7x^2) + (3 - 6x)$ — تجميع الحدود

$= 7x^2(2x-1) + 3(1-2x)$ — تحليل الحدود المجمعة

$= 7x^2(2x-1) + 3(-1)(2x-1)$ — استعمال المعكوس

$= 7x^2(2x-1) - 3(2x-1)$ — كتابة 3(-1)+ على شكل 3-

$= (2x-1)(7x^2-3)$ — العامل المشترك الاكبر هو (2x-1)

39

التمرينات

الاختيار من متعدد — Multiple Choice

الدرس [2-2] تحليل المقدار الجبري بالعامل المشترك الاكبر

Using Greater Common Factor to factor Algebraic Expression

اخترْ الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

حلل كل مقدار باستعمال العامل المشترك الأكبر (GCF):

1 $12x^3 + 9x^2 - 3x$	a) $3x(4x^2+3x+1)$	b) $3x(4x^2+3x-1)$
	c) $9x(3x^2+x+1)$	d) $9x(3x^2+x-1)$
2 $6y^2(3y-4) + 36y$	a) $6y(3y^2+4y+6)$	b) $6y(3y^2+4y-6)$
	c) $6y(3y^2-4y-6)$	d) $6y(3y^2-4y+6)$

حلل كل مقدار باستعمال ثنائية الحد كعامل مشترك أكبر:

3 $3z(z-3) - 7(z-3)$	a) $(z+3)(3z-7)$	b) $(z-3)(3z+7)$
	c) $(z-3)(3z-7)$	d) $(z+3)(3z+7)$
4 $\frac{1}{4}(x+9) - \frac{1}{2}x^2(x+9)$	a) $(x+9)(\frac{1}{4}-\frac{1}{2}x^2)$	b) $(x-9)(\frac{1}{4}-\frac{1}{2}x^2)$
	c) $(x+9)(\frac{1}{4}+\frac{1}{2}x^2)$	d) $(x+9)(\frac{1}{2}-\frac{1}{4}x^2)$
5 $\sqrt{2}v(x-1) - \sqrt{3}t(x-1)$	a) $(x+1)(\sqrt{2}v-\sqrt{3}t)$	b) $(x-1)(\sqrt{2}v-\sqrt{3}t)$
	c) $(x-1)(\sqrt{2}v+\sqrt{3}t)$	d) $(x+1)(\sqrt{2}v+\sqrt{3}t)$

حلل كل مقدار باستعمال خاصية التجميع وتحقق من صحة الحل:

6 $3y^3 - 9y^2 + 5y - 15$	a) $(y+3)(3y^2+5)$	b) $(y+3)(3y^2-5)$
	c) $(y-3)(3y^2+5)$	d) $(y-3)(3y^2-5)$

حلل المقدار باستعمال خاصية التجميع مع المعكوس:

7 $20y^3 - 4y^2 + 3 - 15y$	a) $(5y+1)(4y^2-3)$	b) $(5y-1)(4y^2+3)$
	c) $(5y-1)(4y^2-3)$	d) $(5y+1)(4y^2+3)$
8 $\frac{1}{6}x^4 - \frac{1}{3}x^3 + 4 - 2x$	a) $(x-2)(\frac{1}{6}x^3-2)$	b) $(x+2)(\frac{1}{6}x^3-2)$
	c) $(x+2)(\frac{1}{6}x^3-2)$	d) $(x-2)(\frac{1}{6}x^3+2)$

103

Scanned with CamScanner

فكّر: اطلب الى الطلاب حلّ أسئلة فكّر ، وقد يحتاج الطلاب ذوو المستوى الضعيف الى استعمال اعادة التعليم .

اكتب : اطلب إلى الطلاب حل سؤال أكتب وتابع إجاباتهم .

4 تقويمٌ

استعمل المسألة التالية كتقويم ختاميّ للطلاب قبلَ انتهاء الدرس .

حلل كل من المقادير الجبرية الاتية الى ابسط صورة :

$1)\ 5y(y+3) - 2(y+3) = (y+3)(5y-2)$

$2)\ x^2 - \sqrt{5}\,x - x + \sqrt{5} = x(x-\sqrt{5}) - (x-\sqrt{5})$

$= (x-\sqrt{5})(x-1)$

5 توسعةٌ

يمكنك تقديم تدريبات اثرائية للطلاب من خلال صفحة الإثراء المرافقة وتابعهم وقدّم لهم المساعدة في أثناء الحلّ.

اطلب إليهم تحليل المقدار باستعمال خاصية تجميع الحدود الجبرية :

$12y^3 - 9y^2 + 20y - 15 = (12y^3 - 9y^2) + (20y - 15)$

$= 3y^2(4y-3) + 5(4y-3)$

$= (4y-3)(3y^2+5)$

تأكد من فهمك

حلل كل مقدار باستعمال العامل المشترك الأكبر(GCF) وتحقق من صحة الحل:

الأسئلة (4 - 1) مشابهة للمثال (2)

1 $9x^2 - 21x$

2 $10 - 15y + 5y^2$

3 $14z^4 - 21z^2 - 7z^3$

4 $\sqrt{8}\, t^2 r + \sqrt{2}\,(tr^2 - \sqrt{3}\, tr)$

حلل كل مقدار باستعمال ثنائية الحد كعامل مشترك أكبر:

الأسئلة (8 - 5) مشابهة للمثال (3)

5 $3y(y-4) - 5(y-4)$

6 $\frac{1}{4}(t+5) + \frac{1}{3}t^2(t+5)$

7 $\sqrt{2}\, n(x+1) - \sqrt{3}\, m(x+1)$

8 $2x(x^2-3) + 7(x^2-3)$

حلل كل مقدار باستعمال خاصية التجميع وتحقق من صحة الحل:

الأسئلة (12 - 9) مشابهة للمثال (4)

9 $3y^3 - 6y^2 + 7y - 14$

10 $21 - 3x + 35x^2 - 5x^3$

11 $2r^2 k + 3k^2 v - 4r^2 v - 6v^2 k$

12 $3z^3 - \sqrt{18}\, z^2 + z - \sqrt{2}$

حلل المقدار باستعمال خاصية التجميع مع المعكوس:

الأسئلة (16 - 13) مشابهة للمثال (5)

13 $21y^3 - 7y^2 + 3 - 9y$

14 $\frac{1}{2}x^4 - \frac{1}{4}x^3 + 5 - 10x$

15 $6z^3 - 9z^2 + 12 - 8z$

16 $5t^3 - 15t^2 - 2t + 6$

تدربْ وحلّ التمرينات

حلل كل مقدار باستعمال العامل المشترك الأكبر(GCF) وتحقق من صحة الحل:

17 $12y^3 - 21y^2$

18 $5t^3 + 10t^2 - 15t$

19 $6v^2(3v-6) + 18v$

20 $\sqrt{12}\, n^3 r + \sqrt{3}\,(nr^3 - \sqrt{2}\, nr)$

حلل كل مقدار باستعمال ثنائية الحد كعامل مشترك أكبر:

21 $\frac{1}{7}(y+1) + \frac{1}{3}y^2(y+1)$

22 $\sqrt{3}\, k(x^2+1) - \sqrt{5}\, v(x^2+1)$

حلل كل مقدار باستعمال خاصية التجميع وتحقق من صحة الحل:

23 $5x^3 - 10x^2 + 10x - 20$

24 $49 - 7z + 35z^2 - 5z^3$

25 $3t^3 k + 9k^2 s - 6t^3 s - 18s^2 k$

26 $2y^4 - \sqrt{12}\, y^3 + \sqrt{2}\, y - \sqrt{6}$

حلل المقدار باستعمال خاصية التجميع مع المعكوس:

27 $12x^3 - 4x^2 + 3 - 9x$

28 $4r^3 - 16r^2 - 3r + 12$

40

الإثراء

حلل المقدار الجبري باستعمال العامل المشترك الاكبر وتحقق من صحة الحل .

❶ $2h^3 - 6h^2 - 3h + 9 = (2h^3 - 6h^2) - (3h - 9)$

$= 2h^2(h-3) - 3(h-3)$

$= (h-3)(2h^2-3)$

التحقق :

$(h-3)(2h^2-3) = h(2h^2-3) - 3(2h^2-3)$

$= 2h^3 - 3h - 6h^2 + 9$

$= 2h^3 - 6h^2 - 3h + 9$

❷ $\frac{1}{4}z^2 + \frac{1}{2}z - z - 2 = \frac{1}{4}z(z+2) - (z+2)$

$= (z+2)(\frac{1}{4}z - 1)$

التحقق :

$(z+2)(\frac{1}{4}z - 1) = z(\frac{1}{4}z - 1) + 2(\frac{1}{4}z - 1)$

$= \frac{1}{4}z^2 - z + \frac{1}{2}z - 2$

$= \frac{1}{4}z^2 + \frac{1}{2}z - z - 2$

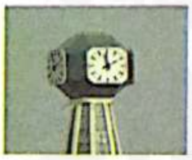
تدربْ وحلّ مسائل حياتية



29 **الطاقة الشمسية:** الألواح الشمسية هي المكون الرئيس في أنظمة الطاقة الشمسية التي تقوم بتوليد الكهرباء، وتصنع الخلايا من مواد شبه موصلة مثل السيليكون تمتص الضوء من الشمس. ما أبعاد اللوح الشمسي بدلالة x، إذا كانت المساحة $3x(x-4) - 22(x-4)$ أمتار مربعة؟



30 **طائر الفلامنكو:** طائر الفلامنكو، من جنس النحاميات وهو من الطيور المهاجرة التي تمتاز بشكلها الجميل ولونها الوردي، وتقطع مسافات بعيدة في أثناء موسم الهجرة السنوي مروراً بمنطقة الأهوار جنوبي العراق لتحصل على الغذاء من المسطحات المائية. إذا كانت مساحة المسطح المائي الذي غطّته طيور الفلامنكو في أحد الأهوار $4y^2 + 14y + 7(2y+7)$ أمتار مربعة. فما شكل المسطح وما أبعاده بدلالة y ؟



31 **ساعة بغداد:** ساعة بغداد هي مبنى مرتفع تعلوه ساعة معلقة على برج لها أربعة أوجه، يقع المبنى ضمن منطقة ساحة الاحتفالات في بغداد وأنشئت في سنة 1994م. ما نصف قطر الدائرة الداخلية للساعة بدلالة z إذا علمت انّ مساحتها $z^2\pi - 3z\pi - \pi(3z-9)$ ؟

فكّرْ

32 **تحدٍ:** حلّل المقدار الآتي الى أبسط صورة:

$5x^5 y + 7y^3 z - 10x^5 z - 14z^2 y^2$

33 **أصحح الخطأ:** كتبت ابتسام ناتج تحليل المقدار التالي كما يأتي:

$\sqrt{2}\, t^4 - \sqrt{24}\, t^3 + t^2 - \sqrt{12}\, t = (t + 2\sqrt{3})(\sqrt{2}\, t^2 - t)$

اكتشف خطأ ابتسام وصحّحه.

34 **حسٌ عدديٌ:** ما العدد المجهول في المقدار $x^2 + 3x + 5x + 15 = (x+3)(x + [\ ])$

أكتب

ناتج طرح المقدار $(x+y)(x-y)$ من المقدار $(x+y)(x+y)$ بأبسط صورة.

41

Scanned with CamScanner

الدرس 2-3 تحليل المقدار الجبري بالمتطابقات

نتاجات التعلّم	تحليل المقدار الجبري كفرق بين مربعين ومربع كامل .
الموادُ والوسائلُ	ورقة عمل فيها المقادير الجبرية : 1) $(x-5)(x+5)$ 2) $(y+3)^2$

1 تهيئة

اطلبْ الى الطلاب توقع نتاجات التعلم لهذا الدرس من خلال عنوان الدرس وناقشهُم فيها ثم ثبتّها على السبورة.

• هيئ الطلاب لفكرة الدرس من خلال الأنشطة التالية:نظّم الطلاب في مجموعات صغيرة وأعطِ كلَّ مجموعةٍ ورقة العمل المعدة مسبقاً.

• اطلب إلى المجموعات إيجاد ناتج ضرب المقادير الجيرية .

اسأل الطلاب :

• ماذا يمثل ناتج ضرب المقدار الجبري الأول والثاني؟

1) $(x-5)(x+5) = x^2 - 25$ فرق بين مربعين

2) $(y+3)^2 = y^2 + 6y + 9$ مربع كامل

• سجّل نتائج المجموعات وأعلن الفائز منها.

• اكتب على السبورة المقدار الآتي :

$y^2 - 16y + 64 = \ldots.$

اسأل الطلاب :

• هل يمكن تحليل هذا المقدار على شكل قوسين مضروبين مع بعضهما ؟

• استمع إلى إجاباتهم وقل لهم إنّهم سيدرسون في هذا الدرستحليل المقدار الجبري باستعمال المتطابقات.

2 شرحٌ وتفسيرٌ

تعلّم: وجه الطلاب الى فقرة تعلّم واطلب إليهم قراءة المعلومة المعطاة وهيئهم للمثال (1) من خلال التقديم الذي يتبع فقرة تعلّم .

• قدّم المثال (2)لتبين للطلاب كيفية تحليل المقدار الجبري كفرق بين مربعين .

• قدم المثال (3) لتبين للطلاب كيفية حل المقدار الجبري على صورة مربع كامل .

• قدّم المثال (4) لتبين للطلاب كيفية تحديد المقدار الجبري كمربع كامل .

• قدّم المثال (5) لتبين للطلاب كيفية ايجاد الحد المفقود في المقدار الجبري ليصبح مربعا كاملا بتطبيق قانون الحد الأوسط .

الدرس [2-3] تحليل المقدار الجبري بالمتطابقات
Factoring the Algebraic Expression by using Special Identities

فكرة الدرس
• تحليل المقدار الجبري كفرق بين مربعين ومربع الكامل.

المفردات
• فرق بين مربعين
• مربع كامل
• الحد العام
• إكمال المربع
• الحد المفقود

تعلّم

يعد ملعب الشعب الدولي في العاصمة العراقية بغداد من الملاعب المهمة في العراق إذ أُنشئ عام 1966.
إذا كانت مساحة الساحة المخصصة لكرة القدم التي تتوسط أرضيته يمثّلها المقدار $x^2 - 400$ متر مربع، فما أبعاد الساحة؟



[2-3-1] تحليل المقدار الجبري بالفرق بين مربعين
Factoring the algebraic expression by difference of two squares

تعرفت سابقاً كيفية إيجاد ناتج ضرب مقدار جبري في مقدار جبري اخر الأول يمثل مجموع حدين والأخر يمثل الفرق بينهما والناتج يمثل الفرق بين مربعيهما، والأن سوف تتعلم العملية العكسية لعملية الضرب وهي تحليل المقدار الجبري الذي على صورة فرق بين مربعين $(x^2 - y^2) = (x+y)(x-y)$.

المقدار $x^2 + y^2$ لايتحلل في هذه المرحلة.

مثال (1) جد أبعاد ساحة كرة القدم التي مساحتها $x^2 - 400$ متر مربع.

$x^2 - 400 = (x)^2 - (20)^2$ اكتب كل حد على هيئة مربع كامل

$= (x+20)(x-20)$ اكتب التحليل

القوس الأول: الجذر التربيعي للحد الأول + الجذر التربيعي للحد الثاني

القوس الثاني: الجذر التربيعي للحد الاول - الجذر التربيعي للحد الثاني

لذا طول ساحة كرة القدم $x + 20$ متراً وعرضها $x - 20$ متراً

مثال (2) حلّل كل مقدار من المقادير التالية كفرق بين مربعين:

i) $x^2 - 9 = (x+3)(x-3)$
ii) $36y^2 - z^2 = (6y+z)(6y-z)$
iii) $49 - v^2 = (7+v)(7-v)$
iv) $2x^2 - z^2 = (\sqrt{2}x+z)(\sqrt{2}x-z)$
v) $5h^2 - 7v^2 = (\sqrt{5}h+\sqrt{7}v)(\sqrt{5}h-\sqrt{7}v)$
vi) $12 - t^2 = (2\sqrt{3}+t)(2\sqrt{3}-t)$
vii) $8x^3y - 2xy^3 = 2xy(4x^2 - y^2)$ التحليل باستعمال العامل المشترك
$= 2xy(2x+y)(2x-y)$ التحليل باستعمال الفرق بين المربعين
viii) $\frac{1}{16}z^4 - \frac{1}{81} = (\frac{1}{4}z^2+\frac{1}{9})(\frac{1}{4}z^2-\frac{1}{9}) = (\frac{1}{4}z^2+\frac{1}{9})(\frac{1}{2}z+\frac{1}{3})(\frac{1}{2}z-\frac{1}{3})$

42

إعادة التعليم

اولاً: تحليل المقدار الجبري على صورة الفرق بين مربعين

1) $x^2 - 9 = (x)^2 - (3)^2 = (x+3)(x-3)$

2) $4x^2 - y^2 = (2x)^2 - (y)^2$
$= (2x+y)(2x-y)$

ثانياً : تحليل مقدار مؤلف من ثلاثة حدود على صورة مربع كامل

3) $x^2 - 8x + 16 = (x)^2 - 2(4)(x) + (4)^2$
$= (x-4)(x-4) = (x-4)^2$

ثالثاً:إيجاد الحد المفقود في مقدار جبري ليصبح مربعا كاملاً

$x^2 - \ldots.. + 36$

$bx = 2\sqrt{ac}\,x \Longrightarrow bx = 2\sqrt{(1)(36)}\,x$

$\Longrightarrow bx = 12x \Longrightarrow x^2 - 12x + 36 = (x-6)^2$

تدريبات

حلل المقادير الاتية:

1) $x^2 - 64 = (x+8)(x-8)$

2) $9x^2 + 12x + 4 = (3x+2)^2$

جد الحد المفقود في المقدار ليصبح مربعا كاملا وحلله:

3) $y^2 - \ldots.. + 81$

$by = 2\sqrt{ac}\,y \Longrightarrow by = 2\sqrt{(1)(81)}\,y$

$\Longrightarrow by = 18y \Longrightarrow y^2 - 18y + 36 = (y-9)^2$

Scanned with CamScanner

امثلة اضافية : قدّم الامثلة الاضافية التالية لتعزيز مفاهيم الدرس وهي مشابهة تماماً لأمثلة الدرس في كتاب الطالب

حلل كل مما ياتي:

1) $1 - 4x^2 = (1 - 2x)(1 + 2x)$

2) $Z^2 - 6z + 9 = (z - 3)^2$

3) حدد فيما اذا كان المقدار التالي يمثل مربعاً كاملا ام لا ؟

$y^2 + 18y + 9 =$

$(y)^2 \quad (3)^2$

$2(y)(3) = 6y \neq 18y$ **ليس مربعا كاملاً**

: اكتب الحد المفقود في الحد الجبري ليصبح مربعاً كاملا وحلله

$x^2 - 14x + \ldots\ldots$

$bx = 2\sqrt{ac}\ x \Longrightarrow 14x = 2\sqrt{c}\ x$

$\Longrightarrow 14 = 2\sqrt{c} \Longrightarrow c = 49$

$x^2 - 14x + 49 = (x - 7)^2$

تأكد من فهمك: أطلب إلى الطلاب حلّ تدريبات تأكد من فهمك داخل الصفّ وراقب اجاباتهم .

• الأسئلة (1-6) يتطلب الحل بتحليل المقادير الجبرية كفرق بين مربعين .

• الأسئلة (7-10) يتطلب الحل بتحليل المقادير الجبرية بوصفه مربعاً كاملاً .

• الأسئلة (11-14) يتطلب الحل تحديد المقادير الجبرية بوصفه مربعاً كاملاً وتحليله.

• الأسئلة (15-18) يتطلب الحل ايجاد الحد المفقود في المقدار الجبري باستعمال قانون الحد الوسط ليصبح مربعا كاملا.

• يمكن تقديم صفحة إعادة التعليم المرافقة للطلاب الذين لم يتمكنوا من حلّ تدريبات تأكد من فهمك بشكل صحيح.

• اطلب إلى الطلاب حلّ التدريبات (1،3،5،7) من صفحة تمرينات الدرس كواجبٍ بيتي.

خطأ متوقع: قد يخطئ بعض الطلاب عندَ ايجاد الحد المفقود في المقدار الجبري ليصبح مربعا كاملا فلا يقسمون الحد الوسط على 2 ،فنبهم الى ذلك .

3 تدريب

ناقش مع الطلاب الواجب البيتيّ وتحقق من قدرتهم على حل التمرينات وقدّم صفحة إعادة التعليم للطلاب الذين لم يتمكنوا من حلّ الواجب البيتي.

تدرب وحلّ التمرينات: اطلب الى الطلاب حلّ تمرينات تدرب وحلّ التمرينات وتابع اجاباتهم

تدرب وحلّ مسائل حياتية: أطلب إلى الطلاب حلّ المسائل الحياتية وتابع اجاباتهم .

[2-3-2] تحليل المقدار الجبري بالمربع الكامل
Factoring the algebraic expression by perfect square

تعلمت سابقاً كيفية إيجاد ناتج ضرب مربع مجموع حدين ومربع الفرق بين حدين وكان الناتج مؤلفاً من ثلاثة حدود، والآن سوف تتعلم العملية العكسية للضرب وهي تحليل مقدار مؤلف من ثلاثة حدود على صورة مربع كامل

$x^2 + 2xy + y^2 = (x + y)^2 \quad , \quad x^2 - 2xy + y^2 = (x - y)^2$

يكون المقدار الجبري $ax^2 \pm bx + c$ مربعاً كاملاً، إذا كان: $bx = \pm 2\sqrt{(ax^2)(c)}$ حيث $a \neq 0$

مثال (3) حلل كل مقدار من المقادير التالية التي على صورة مربع كامل:

i) $x^2 + 6x + 9 = (x)^2 + 2(x \times 3) + (3)^2$ اكتب الحد الأول والحد الأخير على هيئة مربع كامل

اكتب الحد الأوسط على هيئة ضعف جذر الحد الأول في جذر الحد الأخير

$= (x + 3)(x + 3)$ اكتب تحليل المقدار

$= (x + 3)^2$ التحليل النهائي على هيئة ^{2}(جذر الحد الأخير + جذر الحد الأول)

ii) $y^2 - 4y + 4 = (y)^2 - 2(y \times 2) + (2)^2$

$= (y - 2)^2$ لاحظ الإشارة بين الحدين هي اشارة الحد الأوسط

iii) $16z^2 - 8z + 1 = (4z)^2 - 2(4z \times 1) + (1)^2 = (4z - 1)^2$

مثال (4) حدد أيّ مقدار من المقادير التالية يمثل مربعاً كاملاً وحلّله:

i) $x^2 + 10x + 25$

$(x)^2 \quad (5)^2$

$2(x)(5) = 10x$ مربع كامل

$x^2 + 10x + 25 = (x+5)^2$

ii) $y^2 + 14y + 36$

$(y)^2 \quad (6)^2$

$2(y)(6) = 12y \neq 14y$ ليست مربعاً كاملاً

iii) $4 - 37v + 9v^2$

$(2)^2 \quad (3v)^2$

$-2(2)(3v) = -12v \neq -37v$

ليست مربعا كاملاً

iv) $9h^2 - 6h + 3$

$(3h)^2 \quad (\sqrt{3})^2$

$-2(3h)(\sqrt{3}) = -6\sqrt{3}h \neq -6h$

ليست مربعاً كاملاً

مثال (5) اكتب الحد المفقود في المقدار الجبري $ax^2 + bx + c$ ليصبح مربعاً كاملاً وحلّه:

لتصبح مربعاً كاملاً نطبق قانون الحد الأوسط $bx = \pm 2\sqrt{(ax^2)(c)}$

i) $25x^2 - \ldots\ldots + 49$

$bx = 2\sqrt{(ax^2)(c)} \Rightarrow bx = 2\sqrt{(25x^2)(49)} \Rightarrow bx = 70x$

$\Rightarrow 25x^2 - 70x + 49 = (5x - 7)^2$

ii) $\ldots\ldots + 8x + 16$

$bx = 2\sqrt{(ax^2)(c)} \Rightarrow 8x = 2\sqrt{(ax^2)(16)} \Rightarrow 64x^2 = 4 \times 16 \times ax^2 \Rightarrow ax^2 = x^2$

$\Rightarrow x^2 + 8x + 16 = (x + 4)^2$

iii) $y^2 + 14y + \ldots\ldots$

$by = 2\sqrt{(ay^2)(c)} \Rightarrow 14y = 2\sqrt{(y^2)(c)} \Rightarrow 196y^2 = 4 \times y^2 \times c \Rightarrow c = 49$

$\Rightarrow y^2 + 14y + 49 = (y + 7)^2$

43

التمرينات

الاختيار من متعدد — Multiple Choice

الدرس [2-3] تحليل المقدار الجبري بالمتطابقات

Using Special Identities to factor Algebraic Expression

اختر الاجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

حلل كل مقدار جبري من المقادير الجبرية الآتية:

1) $9 - 4x^2$ — a) $(3 + 2x)(3 + 2x)$ b) $(3 + 2x)(3 - 2x)$ c) $(9 - x)(9 + 4x)$ d) $(3 + x)(3 - 4x)$

2) $12y^3z - 3yz^3$ — a) $3y(2y - z)(y + 2z)$ b) $3z(2y - z)(2y + z)$ c) $3yz(2y - z)(2y + z)$ d) $3yz(y - 2z)(y + 2z)$

3) $\frac{1}{6}x^3 - x\frac{1}{24}$ — a) $\frac{x}{6}(x + \frac{1}{2})(x - \frac{1}{2})$ b) $\frac{x}{6}(x + \frac{1}{4})(x - \frac{1}{4})$ c) $\frac{x}{3}(\frac{1}{2}x + \frac{1}{2})(\frac{1}{2}x - \frac{1}{2})$ d) $\frac{x}{6}(\frac{1}{4}x + \frac{1}{4})(\frac{1}{4}x - \frac{1}{4})$

4) $4x^2 + 24x + 36$ — a) $(x + 6)^2$ b) $(x - 6)^2$ c) $4(x - 3)^2$ d) $4(x + 3)^2$

5) $16 - 8y + y^2$ — a) $(4 + 2y)^2$ b) $(4 - 2y)^2$ c) $(4 - y)^2$ d) $(4 + y)^2$

حدد أي من المقادير الجبرية التالية يمثل مربعا كاملا:

6) $4x^2 - 20x + 25$ — a) $2(x)(5) = 10x$ مربع كامل لأن b) $-2(2x)(5) = -20x$ مربع كامل لأن c) $-4(x)(5) = 10x$ مربع كامل لأن d) $-4(x)(5) \neq 20x$ ليس مربعا كاملا لأن

7) $64 - 48y + 9y^2$ — a) $2(4)(3y) \neq -48y$ ليس مربعاً كاملا لأن b) $2(8)(4y) = 48y$ مربع كامل لأن c) $-2(8)(3y) = -48y$ مربع كامل لأن d) $-4(4)(3y) \neq 48y$ ليس مربعا كاملا لأن

اكتب الحد المفقود في المقدار الجبري $ax^2 + bx + c$ ليصبح مربعا كاملا:

8) $z^2 + \ldots + 49$ — a) $14z$ b) $-10z$ c) $7z$ d) $-7z$

9) $36 - 24x + \ldots$ — a) $2x^2$ b) $-2x^2$ c) $4x^2$ d) $-4x^2$

10) $16y^2 + 40y + \ldots$ — a) 9 b) 25 c) -9 d) -25

104

Scanned with CamScanner

فكّرْ: اطلب الى الطلاب حلّ أسئلة **فكر**، وقد يحتاج الطلاب ذوو المستوى الضعيف الى اعادة تعليم.

• **السؤال (46)** يتطلب تحديد المقادير الجبرية بحيث تمثل مربعا كاملا وتحليله.

اكتب: اطلب إلى الطلاب حلّ سؤال **أكتب** وتابع إجاباتهم .

4 تقويمٌ

استعمل المسألة التالية كتقويم ختامي للطلاب قبل انتهاء الدرس .

حلل كل مقدار من المقادير الجبرية التالية الى ابسط صورة:

1) $16z^2 + 24z + 9 = (4z + 3)^2$

2) $1 - 10y + 25y^2 = (1 - 5y)^2$

3) $49h^2 - x^2 = (7h - x)(7h + x)$

5 توسعةٌ

يمكنك تقديم تدريبات اثرائية للطلاب من خلال **صفحة الإثراء** المرافقة وتابعهم وقدم لهم المساعدة في أثناء الحل.

اطلب إليه إيجاد الحد المفقود في المقادير الجبرية باستعمال القانون ليصبح مربعا كاملاً وحلله :

1) $x^2 - 16x + \ldots = x^2 - 16x + 64 = (x - 8)^2$

2) $9y^2 + \ldots + 36 = 9y^2 + 36y + 36 = (3y + 6)^2$

تأكد من فهمك

حلل كل مقدار من المقادير التالية كفرق بين مربعين:

الأسئلة (1 - 6) مشابهة للمثال (2)

[illegible] $y^2 - x^2$ [illegible] $36 - 4x^2$ [illegible] $y^2 - 36$

[illegible] $\frac{1}{4}y^2 - \frac{1}{16}$ [illegible] $27x^2z - 3xz^2$ [illegible] $3m^2 - 48$

حلل كل مقدار من المقادير التالية كمربع كامل:

الأسئلة (7 - 10) مشابهة للمثال (3)

[illegible] $9z^2 - 6z + 1$ [illegible] $y^2 - 8y + 16$

[illegible] $4h^2 - 20h + 25$ [illegible] $x^2 - 2\sqrt{3}x + 3$

حدد أي مقدار من المقادير التالية يمثل مربعا كاملا وحلله:

الأسئلة (11 - 14) مشابهة للمثال (4)

[illegible] $16 - 24x + x^2$ [illegible] $x^2 + 18x + 81$

[illegible] $3 - 4\sqrt{3}z + 4z^2$ [illegible] $4m^2 - 4m - 1$

اكتب الحد المفقود في المقدار الجبري $ax^2 + bx + c$ ليصبح مربعا كاملا وحلله:

الأسئلة (15 - 18) مشابهة للمثال (5)

[illegible] $z^2 + 4z + ___$ [illegible] $___ + 14y + 49$

[illegible] $4x^2 + 2\sqrt{5}x + ___$ [illegible] $1 - ___ + 9x^2$

تدرب وحل التمرينات

حلل كل مقدار من المقادير الآتية إلى أبسط صورة:

[illegible] $x^2 - 16z^2$ [illegible] $y^2 - 121$ [illegible] $25 - 4x^2$

[illegible] $\frac{1}{4}y^2 - \frac{1}{8}$ [illegible] $8y^2x - 2x^2y$ [illegible] $12 - 3y^2$

[illegible] $3z^2 - 6z + 3$ [illegible] $4x^2 + 20x + 25$ [illegible] $\frac{1}{3}z^2 - \frac{1}{12}z$

[illegible] $1 - 4m + 4m^2$ [illegible] $4t^2 - 12t^2 + 9t$ [illegible] $16x^2 + 8\sqrt{3}x + 3$

حدد أي مقدار من المقادير التالية يمثل مربعا كاملا وحلله:

[illegible] $49 - 7x + x^2$ [illegible] $y^2 - 10y + 25$ [illegible] $x^2 + 18x + 16$

[illegible] $3 - 2\sqrt{3}z + z^2$ [illegible] $4x^2 + 4x + 4$ [illegible] $3y^2 - 12y - 18$

اكتب الحد المفقود في المقدار الجبري $ax^2 + bx + c$ ليصبح مربعا كاملا وحلله:

[illegible] $4x^2 - 8x + ___$ [illegible] $25 - 20x + ___$ [illegible] $y^2 + ___ + 36$

[illegible] $9h^2 + 6\sqrt{2}h + ___$ [illegible] $81 + 18z + ___$ [illegible] $1 - ___ + 16z^2$

44

الإثراء

جد الحد المفقود في المقدار الجبري ليصبح مربعاً كاملاً وحلله:

1 $x^2 + 12x + \ldots\ldots$

$bx = 2\sqrt{ac}\,x \Rightarrow 12x = 2\sqrt{c}\,x$

$\Rightarrow 6 = \sqrt{c} \Rightarrow c = 36$

$x^2 + 12x + 36 = (x + 6)^2$

2 $9x^2 + \ldots\ldots + 25$

$bx = 2\sqrt{ac}\,x \Rightarrow bx = 2\sqrt{(9)(25)}\,x$

$\Rightarrow bx = 30x$

$9x^2 + 30x + 25 = (3x + 5)^2$

3 $\ldots\ldots - 12y + 9$

$by = 2\sqrt{ac}\,y \Rightarrow 12y = 2\sqrt{(a)(9)}\,y$

$\Rightarrow 12y = 6\sqrt{a}\,y \Rightarrow 2y = \sqrt{a}\,y$

$\Rightarrow 4y^2 = ay^2$

$4y^2 - 12y + 9 = (2y - 3)^2$

تدرب وحل مسائل حياتية



[illegible] **المئذنة الملوية:** وتقع منارة المئذنة الملوية في مدينة سامراء العراقية، وتعد إحدى معالم العراق المميزة بسبب شكلها الفريد، فهي احدى آثار العراق القديمة المشهورة التي تعود لعصر حكم الدولة العباسية، وترتكز على قاعدة مربعة مساحتها $x^2 - 8x + 16$ مترا مربعاً. ما طول ضلع القاعدة التي تستند عليها الملوية بدلالة x ؟



[illegible] **مزرعة أبقار:** لدى سعد مزرعة أبقار مربعة الشكل طول ضلعها x متر، وسّعها لتصبح مستطيلة الشكل فاصبحت مساحة المزرعة $x^2 - 81$ مترا مربعا، ما طول المزرعة وعرضها بعد التوسعة بدلالة x ؟



[illegible] **لوحة فنية:** رسم بشار لوحة فنية تمثل منطقة الاهوار في جنوب العراق، فكان المقدار $4x^2 - 8x + 9$ سنتمترات مربعة يمثل مساحة اللوحة الفنية. أيمثل مقدار مساحة اللوحة الفنية مربعا كاملا أم لا ؟

فكر

[illegible] **تحدٍّ:** هل المقدار الآتي يمثل مربعاً كاملا أم لا؟ معللا اجابتك.

$\frac{1}{9}x^2 - \frac{1}{6}x + \frac{1}{16}$

[illegible] **أصحح الخطأ:** قالت منتهى إن المقدار $(2x+1)(2x-1)$ هو تحليل للمربع الكامل $4x^2 - 4x + 1$. حدد خطأ منتهى وصححه.

[illegible] **حسٌّ عدديٌّ:** أيمثل المقدار $9x^2 + 12x - 4$ مربعا كاملا أم لا ؟ وضح إجابتك.

أكتب تحليل المقدار $4x^2 - 8x + 4$.

45

Scanned with CamScanner

الدرس 2-4 تحليل المقدار الجبري من ثلاثة حدود بالتجربة

نتاجاتُ التَعلُّمَ	تحليل المقدار الجبري من ثلاثة حدود باستعمال التجربة .
الموادُ والوسائل	ورقة عمل فيها المقادير الجبرية الاتية : 1) (x+2)(x+4) 2) (y-3)(y-5) 3) (3h-1)(2h+5)

1 تهيئة

أطلب الى الطلاب توقع نتاجات التعلّم لهذا الدرس من خلال عنوان الدرس وناقشهم فيها ثم ثبتّها على السبورة.

- هيئ الطلاب لفكرة الدرس من خلال الأنشطة الآتية: نظّم الطلاب في مجموعات صغيرة وأعطِ كلّ مجموعةٍ ورقة العمل المعدة مسبقاً.
- أطلب إلى المجموعات ايجاد ناتج ضرب مقدار جبري في مقدار جبري اخر كل منهما من حدين .

اسأل الطلاب :

- ما الفرق بين عملية الضرب بين اولاً وثانياً .

الفرق هو اشارة الحد الوسط تكون في اولاً موجبة والثانية سالبة.

1) $(x+2)(x+4) = x^2 + 6x+8$

2) $(y-3)(y-5) = y^2- 8y +15$

3) $(3h-1)(2h+5) = 6h^2 + 13h - 5$

- سجّل نتائج المجموعات واعلن الفائز منها.
- اكتب على السبورة المعادلة الآتية :

$x^2 - 5x +4$

اسأل الطلاب :

- هل يمكن تحليل المقدار الجبري بالاسلوب السابق نفسه ، وما عدد الخطوات اللازمة لتحليل المقدار ؟
- استمع إلى إجاباتهم وقل لهم إنهم سيدرسون في هذا الدرس تحليل المقدار الجبري من ثلاثة حدود بالتجربة .

2 شرحٌ وتفسير

تعلم: وجّه الطلاب الى فقرة تعلّم واطلب إليهم قراءة المعلومة المعطاةِ وهيئهم للمثال (1) من خلال التقديم الذي يتبعُ فقرة تعلّم .

- قدّم المثال (1) لتبين للطلاب ما الخطوات اللازمة لتحليل المقدار الجبري الذي يتكون من ثلاثة .
- قدّم المثال (4) لتبين للطلاب كيفية تحليل المقدار الجبري على صورة $ax^2 + bx + c$.
- قدّم المثال (5) لتبين للطلاب تحليل المقادير الجبرية الى ابسط صورة .



الدرس [2-4] تحليل المقدار الجبري من ثلاثة حدود بالتجربة

Factoring the Algebraic Expression of three terms by Probe and Error

فكرة الدرس
- تحليل المقدار الجبري من ثلاثة حدود باستعمال التجربة

المفردات
- الوسطان
- الطرفان
- الحد الأوسط

الثور المجنح الآشوري (شيدو لاماسو) هكذا ترد اسمه في الكتابات الآشورية، واصل كلمة لاماسو هو من لاموو Lammu السومرية ويوجد تمثال له في متحف مدينة الموصل.
ما ابعاد اللوحة الفنية للثور المجنح التي مساحتها $x^2 + 10x + 21$ سنتمترا مربعا؟

[2-4-1] تحليل المقدار الجبري x^2+bx+c

Factoring the algebraic expression x^2+bx+c

تعرفت سابقاً كيفية ايجاد ناتج ضرب مقدار جبري في مقدار جبري آخر كل منهما مكون من حدين.

i) $(x+2)(x+3) = x^2+5x+6$, ii) $(x+3)(x-5) = x^2-2x-15$, iii) $(x-1)(x-4) = x^2-5x+4$

والآن سوف نتعلم العملية العكسية لعملية الضرب وهي تحليل المقدار الجبري من ثلاثة حدود x^2+bx+c باستعمال التجربة.
ولتحليل المقدار الجبري، نجد عددين حقيقيين n , m بحيث $n + m = b$ ، $nm = c$ ونكتب
$x^2 + bx + c = (x + n)(x + m)$

مثال (1) ما أبعاد اللوحة الفنية للثور المجنح التي مساحتها $x^2 + 10x + 21$ سنتمترا مربعا ؟
لتحليل المقدار الجبري نتبع الخطوات الاتية:

عوامل العدد 21	مجموع العاملين
(1) (21)	1 + 21 = 22
(3) (7)	3 + 7 = 10
(-3) (-7)	(-3)+(-7) = -10

حاصل ضرب الطرفين $+7x$
حاصل ضرب الوسطين $+3x$
بالجمع
الحد الأوسط $+10x$

الطرفين
$x^2 +10x+ 21 = (x + 3) (x + 7)$
الوسطين

عرض اللوحة الفنية هو $x+3$ سنتمتر
طول اللوحة الفنية هو $x+7$ سنتمتر

ملاحظة: أهملت عوامل العدد (-7) (-3)=21 لأن إشارة الحد الوسط موجبة.

مثال (2) حلل المقدار الجبري: $y^2 + y - 12$

عوامل العدد -12	مجموع العاملين
(1) (-12)	1 - 12 = -11
(12) (-1)	12 - 1 = 11
(2) (-6)	2 - 6 = -4
(6) (-2)	6 - 2 = 4
(3) (-4)	3 - 4 = -1
(4) (-3)	4 - 3 = 1

حاصل ضرب الطرفين $+4y$
حاصل ضرب الوسطين $-3x$
بالجمع
الحد الأوسط $+y$

$y^2 + y - 12 = (y - 3) (y + 4)$

46

إعادة التعليم

تحليل المقدار الجبري هي العملية العكسية لعملية الضرب وهي تحليل المقدار الجبري من ثلاثة حدود باستعمال التجربة يعتمد على اشارة الحد الاخير وقيمة الحد الاوسط :

مثال : حلل المقادير الجبرية الآتية :

1) $x^2 - 5x + 6 = (x - 3) (x - 2)$

نحلل عوامل العدد 6 الى $6 = 3 \times 2$

2) $y^2 - y -12 = (y - 4)(y + 3)$

نحلل عوامل العدد 12 الى $12 = 4 \times 3$

3) $3z^2 + 18 z + 15 = (3z + 15)(z + 1)$

نحلل عوامل العدد 15 الى $12 = 15 \times 1$

تدريبات

حلل المقدار الجبري إلى أبسط صورة :

1) $7x^2 + 29x + 4 = (x+4) (7x+1)$

2) $5x^2 - 18x + 6 = (5x-3) (x-2)$

3) $3x^2 +11x - 4 = (3x-1) (x+4)$

Scanned with CamScanner

مثال (3) حلل المقادير الجبرية الآتية إلى أبسط صورة:

i) $z^2 - z - 6 = (z - 3)(z + 2)$ — الحد الأوسط $2z - 3z = -z$

ii) $x^2 - 9x + 18 = (x - 3)(x - 6)$ — الحد الأوسط $-6x - 3x = -9x$

iii) $y^2 + 6y - 27 = (y + 9)(y - 3)$ — الحد الأوسط $-3y + 9y = +6y$

iv) $x^2 - xy - 20y^2 = (x - 5y)(x + 4y)$ — الحد الأوسط $+4xy - 5xy = -xy$

v) $15 - 8z + z^2 = (5 - z)(3 - z)$ — الحد الأوسط $-5z - 3z = -8z$

[2-4-2] تحليل المقدار الجبري ax^2+bx+c وان $a = 0$

Factoring the algebraic expression ax^2+bx+c and $a = 0$

الآن سوف تتعرف إلى كيفية تحليل مقدار جبري من ثلاثة حدود على الصورة ax^2+bx+c وان $a \neq 0$

مثال (4) حلل كل مقدار من المقادير الجبرية الآتية إلى أبسط صورة:

i) $6x^2 + 17x + 7$

نجد عوامل العددين 7 ، 6 وكما يأتي:

$6 = \begin{cases}(1)(6)\\(2)(3)\end{cases}$, $7 = (1)(7)$

(1)(6) (1)(7) ⇒ $(1)(1) + (6)(7) = 43$
$(1)(7) + (6)(1) = 13$

(2)(3) (1)(7) ⇒ $(2)(1) + (3)(7) = 23$
$(2)(7) + (3)(1) = 17$

حاصل ضرب الطرفين	$+14y$
حاصل ضرب الوسطين	$+3x$
الحد الأوسط	$+17x$

$6x^2 + 17x + 7 = (2x + 1)(3x + 7)$

ii) $7y^2 - 26y - 8$

نجد عوامل العددين 7 ، 8 وكما يأتي:

$8 = \begin{cases}(1)(8)\\(2)(4)\end{cases}$, $7 = (1)(7)$

$(1)(1) - (8)(7) = -55$
$(1)(7) - (8)(1) = -1$
$(2)(1) - (4)(7) = -26$
$(2)(7) - (4)(1) = 10$

حاصل ضرب الطرفين	$-28y$
حاصل ضرب الوسطين	$+2y$
الحد الأوسط	$-26y$

$7y^2 - 26y - 8 = (7y + 2)(y - 4)$

مثال (5) حلل كل مقدار من المقادير الجبرية الآتية إلى أبسط صورة:

i) $3z^2 - 17z + 10 = (3z - 2)(z - 5)$ — الحد الأوسط $-15z - 2z = -17z$

ii) $4v^2 - v - 3 = (4v + 3)(v - 1)$ — الحد الأوسط $-4v + 3v = -v$

iii) $15 + 11h + 2h^2 = (5 + 2h)(3 + h)$ — الحد الأوسط $+5h + 6h = 11h$

iv) $6x^2 - 51x + 63 = 3(2x^2 - 17x + 21) = 3(x - 7)(2x - 3)$ — الحد الأوسط $-3x - 14x = -17x$

v) $3x^2 - 10xy + 3y^2 = (3x - y)(x - 3y)$ — الحد الأوسط $-9xy - xy = -10xy$

47

التمرينات

الاختيار من متعدد Multiple Choice

الدرس [2-4] تحليل المقدار الجبري من ثلاثة حدود بالتجربة

Using Probe and Error to factor Algebraic Expression contains three terms

اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

حلل كل مقدار من المقادير الجبرية الآتية إلى أبسط صورة:

1. $x^2 + 7x + 12$ a) $(x - 3)(x + 4)$ b) $(x + 3)(x + 4)$ c) $(x - 1)(x + 7)$ d) $(x - 3)(x - 4)$
2. $x^2 - 5x - 36$ a) $(x - 6)(x + 6)$ b) $(x + 12)(x - 3)$ c) $(x - 9)(x + 4)$ d) $(x + 9)(x - 4)$
3. $y^2 + 4y - 21$ a) $(y - 7)(y + 3)$ b) $(y + 7)(y - 3)$ c) $(y - 7)(y - 3)$ d) $(y + 7)(y + 3)$
4. $4x^2 + 10x + 6$ a) $(x - 6)(4x + 1)$ b) $(4x + 2)(x - 3)$ c) $(4x - 6)(x - 1)$ d) $(2x + 3)(2x + 2)$
5. $24y^2 - 2y - 1$ a) $(4y - 1)(6y + 1)$ b) $(2y - 1)(12y - 1)$ c) $(4y + 1)(6y - 1)$ d) $(3y - 1)(8y + 1)$
6. $10x^2 - 11x + 1$ a) $(5x - 1)(2x + 1)$ b) $(10x + 1)(x - 1)$ c) $(5x + 1)(2x - 1)$ d) $(10x - 1)(x - 1)$
7. $22 + 3z - 4z^2$ a) $(11 + 4z)(2 - z)$ b) $(22 - 4z)(1 + z)$ c) $(11 - 4z)(2 + z)$ d) $(22 + 8z)(1 - z)$

ضع الإشارات بين الحدود في الأقواس ليكون تحليل المقدار الجبري صحيحا:

8. $x^2 + 15x + 26 = (x \;\; 2)(x \;\; 13)$ a) $(x - 2)(x - 13)$ b) $(x - 2)(x + 13)$ c) $(x + 2)(x + 13)$ d) $(x + 2)(x - 13)$
9. $4y^2 - 2y - 12 = (2y \;\; 3)(2y \;\; 4)$ a) $(2y - 3)(2y + 4)$ b) $(2y + 3)(2y + 4)$ c) $(2y - 3)(2y - 4)$ d) $(2y + 3)(2y - 4)$
10. $48 - 30z + 3z^2 = (6 \;\; 3z)(8 \;\; z)$ a) $(6 - 3z)(8 - z)$ b) $(6 + 3z)(8 + z)$ a) $(6 - 3z)(8 + z)$ b) $(6 + 3z)(8 - z)$

105

أمثلةٌ إضافيةٌ : قدّم الأمثلة الاضافية التالية لتعزيز مفاهيم الدرس وهي مشابهةٌ تماماً لأمثلة الدرس في كتاب الطالب

حلل المقدار الجبري الى ابسط صورة:

1) $2x^2 + 5x + 3 = (2x + 3)(x + 1)$

2) $5y^2 - 2y - 3 = (5y + 3)(y - 1)$

3) $6h^2 + 17x + 5 = (3h + 1)(2h + 5)$

4) $12z^2 - 14z + 2 = 2(6z - 1)(z - 1)$

تأكد من فهمك: أُطلب إلى الطلاب حلّ تدريبات تأكد من فهمك داخل الصفّ وراقب اجاباتهم .

- الأسئلة (18 -15) يتطلب الحل تحليل المقادير الجبرية ومن ثم وضع الاشارات في الاقواس .
- يمكن تقديم صفحة إعادة التعليم المرافقة للطلاب الذين لم يتمكنوا من حلّ تدريبات تأكد من فهمك بشكلٍ صحيح.
- اطلب إلى الطلاب حلّ التدريبات (2،3،5،8) من صفحة تمرينات الدرس كواجبٍ بيتي.

خطأٌ متوقعٌ: قد يخطئ بعض الطلاب عند تحليل مقدار جبري الحد الاخير فيه اشارة موجب فيضعون اشارتي القوسين مختلفتين ، فذكرهم بان إشارة الاقواس تكون متشابهة في هذه الحاله.

3 تدريبٌ

ناقش مع الطلاب الواجب البيتيّ وتحقق من قدرتهم على حل التمرينات وقدّم صفحة إعادة التعليم للطلاب الذين لم يتمكنوا من حلّ الواجب البيتي.

تدرّب وحلّ التمرينات: اطلب الى الطلاب حلّ تمرينات تدرب وحلّ التمرينات وتابع اجاباتهم

- الأسئلة (37 - 34) يتطلب الحل ملاحظة اولاً اشارة الحد الاخير فان كانت موجبة فشارتي القوسين متشابهة لاشارة الحد الوسط واذا كانت سالبة فالاشارتان مختلفتان وتعتمد على قيمة الحد الاوسط .

تدرّب وحلّ مسائل حياتية: أُطلب إلى الطلاب حلّ المسائل الحياتية وتابع اجاباتهم .

- السؤال (38) يتطلب الحل ايجاد مساحة القلعة .
- السؤال (39) يتطلب الحل تحليل المقدار الجبري الذي على شكل $ax^2 + bx + c$.

Scanned with CamScanner

تأكد من فهمك

حلل كل مقدار من المقادير الجبرية الآتية إلى أبسط صورة:

الأسئلة (1 - 6) مشابهة للأمثلة (1-3)

1) $x^2 + 6x + 8$ 2) $1 - 2z + z^2$ 3) $x^2 - 13x + 12$

4) $3 + 2z - z^2$ 5) $x^2 - 2x - 3$ 6) $15 - 8z + z^2$

حلل كل مقدار من المقادير الجبرية الآتية إلى أبسط صورة:

الأسئلة (7 - 14) مشابهة للمثالين (4-5)

7) $2x^2 + 5x + 3$ 8) $3y^2 - 14y + 8$ 9) $3x^2 - 10x + 8$

10) $8 - 25z + 3z^2$ 11) $5y^2 - y - 6$ 12) $6 + 29z - 5z^2$

13) $x^2 - 9xy + 20y^2$ 14) $3y^2 - 19yx - 14x^2$

ضع الاشارات بين الحدود في الأقواس ليكون تحليل المقدار الجبري صحيحاً:

الأسئلة (15 - 18) مشابهة للأمثلة (1-5)

15) $x^2 + 9x + 20 = (x \ldots 4)(x \ldots 5)$ 16) $y^2 - 12y + 20 = (y \ldots 2)(y \ldots 10)$

17) $6x^2 - 7x + 2 = (2x \ldots 1)(3x \ldots 2)$ 18) $20 - 7y - 3y^2 = (5 \ldots 3y)(4 \ldots y)$

تدرب وحل التمرينات

حل كل مقدار من المقادير الجبرية الآتية إلى أبسط صورة:

19) $x^2 + 9x + 14$ 20) $y^2 - 5y + 6$ 21) $24 - 2z - z^2$

22) $3 + 2z - z^2$ 23) $x^2 - 2x - 3$ 24) $36 - 15z + z^2$

حلل كل مقدار من المقادير الجبرية الآتية إلى أبسط صورة:

25) $2x^2 + 12x - 14$ 26) $4y^2 - 6y + 2$ 27) $10 + 9z - 9z^2$

28) $2x^2 + 3x + 1$ 29) $13y^2 - 11y - 2$ 30) $50 - 20z + 2z^2$

31) $30x^2 - xy - y^2$ 32) $16y^2 - 2yx - 3x^2$ 33) $6z^2 - 2zx - 4x^2$

ضع الإشارات بين الحدود في الأقواس ليكون تحليل المقدار الجبري صحيحاً:

34) $x^2 + x - 20 = (x \ldots 4)(x \ldots 5)$ 35) $x^2 - x - 56 = (x \ldots 7)(x \ldots 8)$

36) $35 + 3y - 2y^2 = (5 \ldots y)(7 \ldots 2y)$ 37) $3x^2 - 5x + 2 = (x \ldots 1)(3x \ldots 2)$

48

تدرب وحل مسائل حياتية



38) **قلعة الأخيضر:** قلعة الأخيضر هي قلعة أثرية تقع في محافظة كربلاء وسط العراق ولا تزال أطلال القلعة قائمة إلى يومنا هذا، الأخيضر من الحصون الدفاعية الفريدة من نوعها ويحيط به سور عظيم مستطيل الشكل. ما أبعاد السور الخارجية بدلالة x، إذا كانت مساحة القلعة مع السور يمثلها المقدار $6x^2 - 39x + 60$ متراً مربعاً؟



39) **ألعاب ترفيهية:** تعد أرجوحة ديسكفري من الألعاب الخطرة في مدينة الألعاب، ويمثل المقدار $5t^2 + 5t - 30$ مسار أرجوحة ديسكفري في مدينة الألعاب، إذ t يمثل زمن الحركة. وتحليل المقدار يساعد على معرفة الوقت الذي تستغرقه أرجحتها في المرة الأولى. حلّ المقدار.



40) **مترو الأنفاق:** يعد مترو الأنفاق نظام سكك حديد تحت الأرض تسير عليه القطارات، وهو أحد وسائل النقل السريعة في المدن الكبيرة وذات الكثافة السكانية العالية، ويتألف كل قطار من عدة عربات، فإذا كان المقدار $14y^2 - 23y + 3$ يمثل مساحة أرضية العربة بالمتر المربع، فما أبعادها بدلالة y ؟

فكّر

41) **تحدٍ:** حلّ المقدار الجبري الآتي إلى أبسط صورة:

$4x^3 + 4x^2 - 9x - 9$

42) **أصحح الخطأ:** حلّ سعد المقدار $6z^2 - 16z - 6$ كما يأتي:

$6z^2 - 16z - 6 = (3z - 1)(2z + 6)$

اكتشف خطأ سعد وصححه.

43) **حسّ عددي:** أيُمكن تحديد ما اذا كانت إشارات القوسين في تحليل المقدار $x^2 - 12x + 35$ مختلفة أم متشابهة ومن دون تحليل المقدار؟ وضح إجابتك.

أكتب

الإشارات بين الحدود في الأقواس ليكون تحليل المقدار الجبري صحيحاً:

$6z^2 + 5z - 56 = (3z \ldots 8)(2z \ldots 7)$

49

فكّر: اطلب الى الطلاب حلّ أسئلة فكّر، وقد يحتاج الطلاب ذوو المستوى الضعيف الى استعمال اعادة تعليم .

- السؤال (41) يتطلب تحليل المقدار الجبري اولا ايجاد العامل المشترك الاكبر ومن ثم حل المقدار الجبري بالتجربة .

أكتب: أطلب إلى الطلاب حلّ سؤال أكتب وتابع إجاباتهم .

4 تقويم

استعمل المسألة التالية كتقويم ختامي للطلاب قبل انتهاء الدرس .

حلل المقادير الجبرية الاتية :

1) $7x^2 - 11x + 4 = (7x - 4)(x - 1)$

2) $3z^2 + 3z - 18 = (3z - 6)(z + 3)$

توسعةٌ

يمكنك تقديم تدريباتٍ اثرائية للطلاب من خلال صفحة الإثراء المرافقة وتابعهم وقدّم لهم المساعدة في أثناء الحلّ.

- **اطلب إليهم حل المقادير الجبرية الى ابسط صورة :**

1) $4x^2 - 6x - 40 = 2(2x + 5)(x - 4)$

2) $8h^2 + 4h - 6h - 3 = 4h(2h+1) - 3(2h+1)$

$= (2h + 1)(4h - 3)$

الإثراء

حلل المقادير الجبرية التالية إلى أبسط صورة :

1) $2x^2 + 22x + 56 = 2(x^2 + 11x + 28)$

$= 2(x + 4)(x + 7)$

2) $20 - 11x - 3x = (4 - 3x)(5 + x)$

3) $5x^2 - 15x - 3x + 9 = 5x(x - 3) - 3(x - 3)$

$= (x - 3)(5x - 3)$

4) $4y^2 + 6y - 70 = 2(2y^2 + 3y - 35)$

$= 2(2y - 7)(y + 5)$

ضع الاشارات بين حدود الاقواس ليكون تحليل المدار صحيحاً :

5) $24z^2 + 30z - 9 = 3(2z \ldots 3)(4z \ldots 1)$

$= 3(2z + 3)(4z - 1)$

6) $15x^2 - 50x + 40 = 5(x \ldots 2)(3x \ldots 4)$

$= 5(x - 2)(3x - 4)$

Scanned with CamScanner

الدرسُ 2-5 تحليل المقادير الجبري مجموع مكعبين او الفرق بين مكعبين

نتاجات التَعلّمَ	تحليل المقدار الجبري من حدين الذي على صورة مجموع (فرق بين مكعبين) .
المواد والوسائلُ	ورقة عمل مكتوب فيها المقادير الجبرية: 1) (y +2) (y²- 2y + 4) 2) (x + 3) (x²- 3x + 9) 3) (h + 5) (h²- 5h + 25)

1 تهيئةٌ

اطلب الى الطلاب توقع نتاجات التعلم لهذا الدرسِ من خلال عنوان الدرس وناقشْهم فيها ثم ثبتها على السبورةِ.

• هيئ الطلابَ لفكرة الدرس من خلال الأنشطة الآتية:نظّم الطلاب في مجموعات صغيرة وأعطِ كلَّ مجموعةٍ ورقة العمل المعدة مسبقاً.

• اطلب إلى المجموعات حل المقادير الجبرية الذي يتكون المقدار الاول من حدين والمقدار الثاني من ثلاثة حدود .

•اسأل الطلاب :

• حدد ماذا يشكل ناتج ضرب المقدار الجبرية في ورقة العمل ؟

فرق بين مكعبين، مجموع مكعبين ،فرق بين مكعبين .

1) $(y+2)(y^2-2y+4)=y^3+8$

2) $(x+3)(x^2-3x+9)=x^3+27$

3) $(h-5)(h^2+5h+25)=h^3-125$

• سجّل نتائج المجموعات واعلن الفائز منها.

• اكتب على السبورة المقادير الجبرية الآتية:

x^3+64 , y^3-27

اسأل الطلاب :

• هل يمكن تحليل المقادير الجبرية في ابسط صورة.

• استمعْ إلى إجاباتهم وقل لهم إنهم سيدرسون في هذا الدرس تحليل المقدار الجبري مجموع او الفرق بين مكعبين.

2 شرحٌ وتفسير

تعلَم: وجّه الطلاب الى فقرة تعلّم واطلب إليهم قراءة المعلومة المعطاة و هيئهم للمثال (1) من خلال التقديم الذي يتبع فقرة تعلّم .

• قدم المثال الاول وبين كيفية ايجاد حجم مكعبي روبك باستعمال تحليل مجموع مكعبين .

• قدم المثال (2) لتبين للطلاب كيفية تحليل المقدار الجبري الى ابسط صورة على صورة مجموع بين مكعبين.

• قدم الامثلة (3،4) لتبين للطلاب تحليل المقدار الجبري الى ابسط صورة فرق بين مكعبين.

الدرسُ [2-5] تحليل المقدار الجبري مجموع مكعبين أو الفرق بين مكعبين

Factoring the Algebraic Expression sum of two cubes or difference between two cubes

فكرةُ الدرس
• تحليل المقدار الجبري من حدين الذي على صورة مجموع (فرق بين) مكعبين

المفردات
• مجموع مكعبين
• فرق بين مكعبين

تعلم

مكعب روبك هو لغز ميكانيكي ثلاثي الأبعاد اخترعه النحات وأستاذ العمارة المجري ارنو روبك عام 1974. ما مجموع حجمي مكعبي روبك الأول طول حرفه 3dcm والثاني طول حرفه 4dcm ؟



[2-5-1] تحليل المقدار الجبري مجموع مكعبين

Factoring the algebraic expression sum of two cubes

تعلمت في الدرس الأول من هذا الفصل ضرب مقدار جبري من حدين في مقدار جبري من ثلاثة حدود وناتج ضربهما مقدار على صورة مجموع مكعبين مثل: ($(x+2)(x^2-2x+4)=x^3+8=x^3+2^3$)، والآن سوف تتعلم العملية العكسية وهي تحليل المقدار الجبري المؤلف من حدين والذي على صورة مجموع مكعبين:

$x^3+y^3=(x+y)(x^2-xy+y^2)$ حيث $x=\sqrt[3]{x^3}$, $y=\sqrt[3]{y^3}$

مثال (1) من تعلم، ما مجموع حجمي مكعبي روبك الأول طول حرفه 3 dcm والثاني طول حرفه 4 dcm ؟

حجم المكعب = الطول× العرض× الارتفاع = (طول الحرف)³

قانون تحليل مجموع مكعبين

$v_1+v_2=3^3+4^3$
$=(3+4)(3^2-3\times4+4^2)$
$=7(9-12+16)=7\times13=91dcm^3$

مثال (2) حلل كل مقدار من المقادير الجبرية الآتية إلى أبسط صورة:

i) $x^3+5^3=(x+5)(x^2-5x+5^2)=(x+5)(x^2-5x+25)$

ii) $y^3+8=y^3+2^3=(y+2)(y^2-2y+4)$

iii) $8z^3+27=2^3z^3+3^3=(2z)^3+3^3=(2z+3)(4z^2-6z+9)$

iv) $\frac{1}{a^3}+\frac{1}{64}=\frac{1}{a^3}+\frac{1}{4^3}=(\frac{1}{a}+\frac{1}{4})(\frac{1}{a^2}-\frac{1}{4a}+\frac{1}{16})$

v) $\frac{27}{x^3}+\frac{8}{125}=\frac{3^3}{x^3}+\frac{2^3}{5^3}=(\frac{3}{x})^3+(\frac{2}{5})^3=(\frac{3}{x}+\frac{2}{5})(\frac{9}{x^2}-\frac{6}{5x}+\frac{4}{25})$

vi) $\frac{1}{2}t^3+4=\frac{1}{2}(t^3+8)=\frac{1}{2}(t^3+2^3)=\frac{1}{2}(t+2)(t^2-2t+4)$

vii) $0.008+v^3=(0.2)^3+v^3=(0.2+v)(0.04-0.2v+v^2)$

50

إعادة التعليم

تحليل المقدار الجبري المولف من حدين والذي على صورة مجموع مكعبين.مثال(1) **حلل المقدار الآتي :**

1) $x^3+y^3=(x+y)(x^2-xy+y^2)$

2) $Z^3+8=(z+2)(z^2-2z+4)$

3) $64+27x^3=(4+3x)(16-12x+9x^2)$

تحليل المقدار الجبري المولف من حدين على صورة الفرق بين مكعبين.

مثال(2) **حلل المقادير الآتية:**

1) $x^3-y^3=(x-y)(x^2+xy+y^2)$

2) $z^3-27=(z-3)(z^2+3z+9)$

3) $125-8x^3=(5-2x)(2+10x+4x^2)$

تدريبات

حلل المقادير التالية إلى أبسط صورة:

1) $x^3-27=(x-3)(x^2+3x+9)$

2) $64x^3+1=(4x+1)(16x^2-4x+1)$

3) $y^3-125=(y-5)(y^2+5y+25)$

4) $3h^3-81z3=3(h^3-27z^3)$
$=3(h-3z)(h^2+3hz+9z^2)$

Scanned with CamScanner

أمثلةٌ اضافيةٌ : قدّم الأمثلة الإضافية التالية لتعزيز مفاهيم الدرس وهي مشابهةٌ تماماً لأمثلة الدرس في كتاب الطالب

1) $x^3 + \frac{1}{8} = (x + \frac{1}{2})(x^2 - \frac{1}{2}x + \frac{1}{4})$

2) $\frac{1}{b^3} + \frac{1}{0.064} = (\frac{1}{b} + \frac{1}{0.04})(\frac{1}{b^2} - \frac{1}{0.4b} + \frac{1}{0.16})$

3) $0.008 - v^3 = (0.2 - v)(0.04 + 0.2v + v^2)$

تأكد من فهمك: اطلبْ الى الطلاب حلّ تدريبات تأكدْ من فهمك داخل الصف وراقب اجابتهم .

• الأسئلة (1 -8) يتطلب الحل تحليل المقدار الجبري المؤلف من حدين على صورة مجموع مكعبين .

الأسئلة (9-16) يتطلب الحل تحليل المقدار الجبري والمؤلف من حدين على صورة الفرق بين مكعبين.

• يمكن تقديم صفحة إعادة التعليم المرافقة للطلاب الذين لم يتمكنوا من حلّ تدريبات تأكد من فهمك بشكلٍ صحيح.

• اطلب إلى الطلاب حل التدريبات (3،4،6،9) من صفحة تمرينات الدرس كواجب بيتي.

خطأٌ متوقعٌ: قد يخطئ بعض الطلاب عند تحليل المقادير الجبرية لمجموع مكعبين او الفرق بينهما باشارة القوس الثاني المؤلف من ثلاثة حدود ،فبين لهم بانه في مجموع المكعبين تكون اشارات القوس الثاني كلها موجبة في حين أنَّ في الفرق بين مكعبين تكون اشارة الحد الوسط فقط سالبة .

3 تدريب

ناقش مع الطلاب الواجب البيتيّ وتحقق من قدرتهم على حلّ التمرينات وقدم صفحة إعادة التعليم للطلاب الذين لم يتمكنوا من حلّ الواجب البيتي.

تدرّب وحلّ التمرينات: اطلب الى الطلاب حلّ تمرينات تدرب وحل التمرينات وتابع اجاباتهم .

• السؤال(32) إيجاد مجموع الفرق بين مكعبين.

تدرب وحلّ مسائل حياتية: أطلب إلى الطلاب حلّ المسائل الحياتية وتابع اجاباتهم .

• السؤال(34) يتطلب الحل اولا ايجاد العامل المشترك الاكبر ومن ثم ايجاد الفرق بين مكعبين .

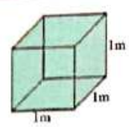
فكّرْ: اطلب الى الطلاب حلّ أسئلة فكّرْ ، وقد يحتاج الطلاب ذوو المستوى الضعيف الى اعادة التعليم.

[2-5-2] تحليل المقدار الجبري فرق بين مكعبين
Factoring the algebraic expression difference between two cubes

تعلمت في الدرس الأول من هذا الفصل ضرب مقدار جبري من حدين في مقدار جبري من ثلاثة حدود وناتج ضربهما مقدار على صورة فرق بين مكعبين مثل: $(x - 3)(x^2 + 3x + 9) = x^3 - 27 = x^3 - 3^3$، والآن سوف تتعلم العملية العكسية وهي تحليل المقدار الجبري المؤلف من حدين والذي على صورة فرق بين مكعبين:

$x^3 - y^3 = (x - y)(x^2 + xy + y)$ حيث $x = \sqrt[3]{x^3}$ ، $y = \sqrt[3]{y^3}$

مثال (3) حوض مكعب الشكل طول حرفه 1m مملوء بالماء، أفرغ الماءَ منه في حوض آخر أكبر منه مكعب الشكل طول حرفه 1.1m .
ما كمية الماء الإضافية التي نحتاج إليها ليمتلئ الحوضُ الكبير؟



كمية الماء الاضافية اللازمة = حجم المكعب الكبير - حجم المكعب الصغير

$v_2 - v_1 = (1.1)^3 - 1^3$

$= (1.1 - 1)((1.1)^2 + 1.1 \times 1 + 1^2)$ ونحلل الفرق بين مكعبين

$= 0.1(1.21 + 1.1 + 1) = 0.1 \times 3.31 = 0.331\ m^3$

مثال (4) حلّل كل مقدار من المقادير الجبرية الآتية إلى أبسط صورة:

i) $x^3 - 3^3 = (x - 3)(x^2 + 3x + 3^2) = (x - 3)(x^2 + 3x + 9)$

ii) $y^3 - 64 = y^3 - 4^3 = (y - 4)(y^2 + 4y + 16)$

iii) $27z^3 - 8 = 3^3z^3 - 2^3 = (3z)^3 - 2^3 = (3z - 2)(9z^2 + 6z + 4)$

iv) $\frac{1}{b^3} - \frac{1}{125} = \frac{1}{b^3} - \frac{1}{5^3} = (\frac{1}{b} - \frac{1}{5})(\frac{1}{b^2} + \frac{1}{5b} + \frac{1}{25})$

v) $\frac{1}{3}t^3 - 9 = \frac{1}{3}(t^3 - 27) = \frac{1}{3}(t^3 - 3^3) = \frac{1}{3}(t - 3)(t^2 + 3t + 9)$

vi) $0.216 - n^3 = (0.6)^3 - n^3 = (0.6 - n)(0.36 + 0.6n + n^2)$

vii) $1 - 0.125z^3 = 1 - (0.5)^3z^3 = (1 - 0.5z)(1 + 0.5z + 0.25z^2)$

viii) $32 - \frac{1}{2}m^3 = \frac{1}{2}(64 - m^3) = \frac{1}{2}(4^3 - m^3) = \frac{1}{2}(4 - m)(16 + 4m + m^2)$

51

التمرينات

Multiple Choice الاختيار من متعدد

الدرس [2-5] تحليل المقدار الجبري مجموع مكعبين أو فرق بين مكعبين
Using the sum of two cubes or difference between two cubes to factor the Algebraic Expression

اختر الاجابة الصحيحة لكل مما يأتي:
حلل كل مقدار من المقادير الجبرية الآتية الى أبسط صورة:

1 $8 + x^3$
a) $(2 - x)(4 + 2x + x^2)$ b) $(2 + x)(4 - 2x + x^2)$
c) $(2 - x)(4 - 2x + x^2)$ d) $(2 + x)(4 + 2x + x^2)$

2 $8y^3 + 27$
a) $(2y + 3)(4y^2 + 6y + 9)$ b) $(2y - 3)(4y^2 + 6y + 9)$
c) $(2y + 3)(4y^2 - 6y + 9)$ d) $(2y - 3)(4y^2 - 6y + 9)$

3 $\frac{1}{z^3} + \frac{1}{64}$
a) $(\frac{1}{z} + \frac{1}{4})(\frac{1}{z^2} + \frac{1}{4z} + \frac{1}{16})$ b) $(\frac{1}{z} - \frac{1}{4})(\frac{1}{z^2} - \frac{1}{4z} + \frac{1}{16})$
c) $(\frac{1}{z} - \frac{1}{4})(\frac{1}{z^2} + \frac{1}{4z} + \frac{1}{16})$ d) $(\frac{1}{z} + \frac{1}{4})(\frac{1}{z^2} - \frac{1}{4z} + \frac{1}{16})$

4 $\frac{27}{125} + \frac{8}{x^3}$
a) $(\frac{3}{5} - \frac{2}{x})(\frac{9}{25} + \frac{6}{5x} + \frac{4}{x^2})$ b) $(\frac{3}{5} - \frac{2}{x})(\frac{9}{25} - \frac{6}{5x} + \frac{4}{x^2})$
c) $(\frac{3}{5} + \frac{2}{x})(\frac{9}{25} - \frac{6}{5x} + \frac{4}{x^2})$ d) $(\frac{3}{5} + \frac{2}{x})(\frac{9}{25} - \frac{6}{5x} - \frac{4}{x^2})$

5 $0.027 + z^3$
a) $(0.03 + z)(0.09 - 0.3z + z^2$ b) $(0.03 + z)(0.009 - 0.03z + z^2)$
c) $(0.3 + z)(0.9 - 0.3z + z^2)$ d) $(0.3 + z)(0.09 - 0.3z + z^2)$

6 $\frac{8}{y^3} - \frac{1}{27}$
a) $(\frac{2}{y} - \frac{1}{3})(\frac{4}{y^2} - \frac{2}{3y} + \frac{1}{9})$ b) $(\frac{2}{y} + \frac{1}{3})(\frac{4}{y^2} - \frac{2}{3y} + \frac{1}{9})$
c) $(\frac{2}{y} - \frac{1}{3})(\frac{4}{y^2} + \frac{2}{3y} + \frac{1}{9})$ d) $(\frac{2}{y} - \frac{1}{3})(\frac{4}{y^2} + \frac{2}{3y} - \frac{1}{9})$

7 $9 - \frac{1}{3}z^3$
a) $\frac{1}{3}(3 - z)(9 + 3z - z^2)$ b) $\frac{1}{3}(3 - z)(9 + 3z + z^2)$
c) $\frac{1}{3}(3 + z)(9 + 3z + z^2)$ d) $\frac{1}{3}(3 - z)(9 - 3z + z^2)$

8 $0.008x^3 - 1$
a) $(0.02x - 1)(0.04x^2 + 0.002x + 1)$ b) $(0.02x - 1)(0.04x^2 + 0.02x + 1)$
c) $(0.2x + 1)(0.4x^2 - 0.2x + 1)$ d) $(0.2x - 1)(0.04x^2 + 0.2x + 1)$

106

Scanned with CamScanner

أكتب: اطلب إلى الطلاب حلّ سؤال أكتب وتابع إجاباتهم .

4 تقويمٌ

استعمل المسألة التالية كتقويم ختامي للطلاب قبل انتهاء الدرس .

حل المقادير الجبرية في ابسط صورة :

1) $h^3 - 0.027 = (h - 0.3)(h^2 + 0.3h + 0.09)$

2) $\frac{1}{x^3} + 1000 = (\frac{1}{x} + 10)(\frac{1}{x^2} - \frac{1}{x}10 + 100)$

3) $\frac{1}{9} - 81y^3 = \frac{1}{9}(1 - 729y^3)$

$= \frac{1}{9}(1 - 9y)(1 + 9y + 81y^2)$

5 توسعة

يمكنك تقديم تدريباتٍ اثرائيةٍ للطلاب من خلال صفحة الإثراء المرافقة وتابعهم وقدم لهم المساعدة في أثناء الحلّ.

- **اطلب إليهم تحليل المقدار الجبري الى ابسط صورة :**

$0.008z^3 - 0.027$

$= (0.2z - 0.3)(0.04z^2 + 0.06z + 0.09)$

تأكد من فهمك

حلل كل مقدار من المقادير الجبرية الآتية إلى أبسط صورة:

الأسئلة (1 - 8) مشابهة للمثالين (1،2)

1 $y^3 + 216$
2 $x^3 + z^3$
3 $125 + 8z^3$
4 $\frac{1}{27}x^3 + \frac{1}{8}$
5 $\frac{1}{a^3} + \frac{1}{64}$
6 $\frac{1}{3}t^3 + 9$
7 $0.125 + v^3$
8 $1 + 0.008z^3$

حلل كل مقدار من المقادير الجبرية الآتية إلى أبسط صورة:

الأسئلة (9 - 16) مشابهة للمثالين (3،4)

9 $a^3 - 8^3$
10 $8y^3 - 64$
11 $\frac{1}{c^3} - \frac{1}{8}$
12 $\frac{1}{2}v^3 - 4$
13 $0.125 - m^3$
14 $25 - \frac{1}{5}n^3$
15 $3b^3 - 81$
16 $0.216v^3 - 0.008t^3$

تدربْ وحلّ التمرينات

حلل كل مقدار من المقادير الجبرية الآتية إلى أبسط صورة:

17 $6^3 + x^3$
18 $27 + 64x^3$
19 $125y^3 + 1$
20 $\frac{1}{64} + \frac{8}{125}y^3$
21 $\frac{1}{b^3} + \frac{1}{8}$
22 $\frac{1}{5}v^3 + 25$
23 $0.027 + 27n^3$
24 $0.125x^3 + 0.008y^3$

حلل كل مقدار من المقادير الجبرية الآتية إلى أبسط صورة:

25 $y^3 - 64$
26 $27y^3 - 8$
27 $\frac{1}{x^3} - \frac{27}{8}$
28 $9 - \frac{1}{3}n^3$
29 $0.001 - v^3$
30 $4 - \frac{1}{2}t^3$
31 $25c^3 - \frac{1}{5}$
32 $0.001x^3 - 0.008y^3$

52

تدربْ وحلّ مسائل حياتية

33 **مكتبة:** مكتبة مدينة شتوتغارت هي واحدة من أجمل المكتبات في العالم وأفخمها وتقع في ألمانيا، كما أنها من أكثر المكتبات تماشياً مع متطلبات التعليم الحديثة. بناية المكتبة على شكل مكعب طول حرفه $13\frac{1}{2} - \frac{1}{2}y^3$ متر. حلّل المقدار الذي يمثل طول حرفه.



34 **حوض سمك:** حوض سمك الزينة حجمه $25x^3$ متراً مكعباً، وُضع في داخله حجر مكعب الشكل حجمه $\frac{1}{5}$ متر مكعب، ملئ بالماء كاملاً. اكتب المقدار الذي يمثّل حجم الماء ثم حلّه ؟



35 **سكن:** بدأت المنازل تأخذ أشكالاً مختلفة في التصميم مع تطور هندسة العمارة فصُممت هذه المنازل على شكل مكعبات. فإذا كان حجم المنزل الأول $\frac{8}{a^3}$ متر مكعب، وحجم المنزل الثاني $\frac{27}{b^3}$ متر مكعب. اكتب حجم المنزلين معاً ثم حلل المقدار.



فكّرْ

36 **تحدٍّ:** حلل المقدار الجبري الآتي الى أبسط صورة:

$0.002z^3 - 0.016y^3$

37 **أصحّح الخطأ:** حللت بشرى المقدار $8v^3 - 0.001$ كما يأتي:

$8v^3 - 0.001 = (2v + 0.1)(4v^2 - 0.4v + 0.01)$

اكتشف خطأ بشرى وصحّحه.

38 **حسٌ عدديٌ:** هل يمكن جمع العددين 27 ، 8 بطريقة تحليل مجموع مكعبين؟ وضّح إجابتك.

اكتب

الإشارات بين الحدود في الأقواس ليكون تحليل المقدار الجبري صحيحاً:

$125 - x^3 = (5 \ldots x)(25 \ldots 5x \ldots x^2)$

53

الإثراء

حلل المقادير الجبرية إلى أبسط صورة :

❶ $3x^3 + \frac{1}{9}y^3 = 3(x^3 + \frac{1}{27}y^3)$

$= 3(x + \frac{1}{3}y)(x^2 - \frac{1}{3}xy + \frac{1}{9}y^2)$

❷ $x^4 - x = x(x^3 - 1)$

$= x(x - 1)(x^2 + x + 1)$

❸ $0.064x^3 - 0.027$

$= (0.4x - 0.3)(0.16x^2 + 0.12x + 0.09)$

❹ $x^9 + x^3 = x^3(x^6 + 1)$

$= (x^2 + 1)(x^4 - x^2 + 1)$

❺ $y^3 - \frac{1}{125} = (y - \frac{1}{5})(y^2 + \frac{1}{5}y + \frac{1}{25})$

❻ $\frac{1}{2}h^3 + 4 = \frac{1}{2}(h^3 + 8)$

$= \frac{1}{2}(h + 2)(h^2 - 2h + 4)$

Scanned with CamScanner

الدرس 2-6 تبسيط المقادير الجبرية النسبية

نتاجاتُ التَعلُّم	ضرب المقادير الجبرية النسبية (الكسرية) وقسمتها وكتابتها بأبسط صورة، وجمع المقادير الجبرية النسبية وطرحها وكتابتها بأبسط صورة.
الموادُ والوسائل	ورقة عمل مكتوب فيها المقادير الجبرية : 1) $\frac{\sqrt{8}}{4}-\frac{\sqrt{2}}{8}+\frac{2\sqrt{2}}{4}$ 2) $\frac{2\sqrt{8}-3\sqrt{3}+\sqrt{12}}{4\sqrt{3}}$ 3) $\frac{2x^3-6x^2+12x}{2x}$

1 تهيئة

أطلب الى الطلاب توقع نتاجات التعلّم لهذا الدرس من خلال عنوان الدرس وناقشهم فيها ثم ثبّتها على السبورة.

• هيئ الطلاب لفكرة الدرس من خلال الأنشطة التالية:نظّم الطلاب في مجموعات صغيرة وأعطِ كل مجموعةٍ ورقة العمل المعدة مسبقاً.

• أطلب إلى المجموعات حل المقادير الجبرية الآتية:

اسأل الطلاب :

• كيف تجد قيمة المقدار العددي في اولاً ؟ تبسيط الجذور وايجاد مضاعف مشترك اكبر.

• كيف تجد ناتج قسمة مقدار جبري على حد جبري ؟ بقسمة كل حد من حدود المقدار الجبري على المقسوم عليه.

1) $\frac{\sqrt{8}}{4}-\frac{\sqrt{2}}{8}+\frac{2\sqrt{2}}{2}=\frac{4\sqrt{2}-\sqrt{2}+8\sqrt{2}}{8}=\frac{11\sqrt{2}}{5}$

2) $\frac{2x^3-6x^2+12x}{2x}=\frac{2x^3}{2x}-\frac{6x^2}{2x}+\frac{12x}{2x}=x^2-3x+6$

• سجّل نتائج المجموعات واعلن الفائز منها.

• اكتب على السبورةالمقدار الجبري التالي:

$$\frac{y^2-49}{y^2-14y+4y}$$

اسأل الطلاب :

• هل يمكن حل المقدارالجبري في ابسط صورة بنفس الاسلوب السابق نفسه وذلك بتحليل المقادير الجبرية؟

• استمع إلى إجاباتهم وقل لهم إنهم سيدرسون في هذا الدرس تبسيط المقادير الجبرية النسبية.

2 شرحٌ وتفسير

تعلَمْ: وجّه الطلاب الى فقرة تعلَم واطلب إليهم قراءة المعلومة المعطاة وهيئهم للمثال (1) من خلال التقديم الذي يتبعُ فقرة تعلّم .

• قدّم المثال (1) تحليل البسط والمقام وقسمته على العامل المشترك الأكبر.

• قدّم المثال (2) لتبين للطلاب كيفية تحليل المقدار الجبري الى ابسط صورة .

• قدّم المثال (3) لتبين للطلاب تبسيط المقادير الجبرية اذا كانت جمع وطرح المقادير النسبية (الكسرية) وذلك باستعمال المضاعف المشترك الأصغر اولاً ثم تبسيطه.

الدرس [2-6] تبسيط المقادير الجبرية النسبية

Simplifying Rational Algebraic Expressions

فكرة الدرس
• ضرب المقادير الجبرية النسبية وقسمتها وكتابتها بأبسط صورة
• جمع المقادير الجبرية النسبية وطرحها وكتابتها بأبسط صورة

المفردات
• النسبة ، الكسر



اشترى حسن مجموعة من باقات الزهور بمبلغ x^2-x-6 دينار، فكانت كلفة باقة الزهور الواحدة عليه $2x-6$ دينار.
اكتب نسبة ثمن الباقة الواحدة إلى الثمن الكلي لباقات الزهور وبأبسط صورة.

[2-6-1] تبسيط ضرب المقادير الجبرية النسبية وقسمتها
Simplifying multiplying and dividing rational algebraic expressions

تعرّفت سابقاً إلى خواص الأعداد النسبية والحقيقية وتعلمت كيفية تبسيط الجمل العددية باستعمال المضاعف المشترك الأصغر وترتيب العمليات، والآن سوف تتعلم كيفية تبسيط المقادير الجبرية النسبية (الكسرية) وذلك بقسمة كل من البسط والمقام على عامل مشترك، وتكرار الأمر بحيث لايبقى مجال لذلك، وعندئذ نقول ان المقدار على أبسط صورة (simplest form).

مثال (1) أكتب نسبة ثمن باقة الزهور الواحدة الى الثمن الكلي للباقات بأبسط صورة.

حلل البسط والمقام

$\frac{\text{ثمن باقة الزهور}}{\text{ثمن الباقات الكلية للزهور}}=\frac{2x-6}{x^2-x-6}=\frac{2(x-3)}{(x-3)(x+2)}$

نقسمة كل من البسط والمقام على العامل المشترك

$=\frac{2(x-3)}{(x-3)(x+2)}=\frac{2}{x+2}$

مثال (2) أكتب كل مقدار من المقادير الاتية بأبسط صورة:

i) $\frac{x^2-4}{(x^2-4x+4)}=\frac{(x+2)(x-2)}{(x-2)^2}=\frac{(x+2)(x-2)}{(x-2)(x-2)}=\frac{x+2}{x-2}$

ii) $\frac{5z+10}{z-3}\times\frac{z^3-27}{(z^2+6z+8)}=\frac{5(z+2)}{z-3}\times\frac{(z-3)(z^2+3z+9)}{(z+2)(z+4)}=\frac{5(z^2+3z+9)}{z+4}$

iii) $\frac{16-x^2}{3x+5}\times\frac{(3x^2+2x-5)}{(x^2+3x-4)}=\frac{(4+x)(4-x)}{(3x+5)}\times\frac{(3x+5)(x-1)}{(x+4)(x-1)}=4-x$

iv) $\frac{8+t^3}{4-2t+t^2}\div\frac{(2+t)^3}{t^2+9t+14}=\frac{8+t^3}{4-2t+t^2}\times\frac{t^2+9t+14}{(2+t)^3}$ اضرب الأول في مقلوب الثاني

$=\frac{(2+t)(4-2t+t^2)}{(4-2t+t^2)}\times\frac{(t+2)(t+7)}{(2+t)^3}=\frac{t+7}{2+t}=\frac{t+7}{t+2}$ حلّل البسط والمقام وقسم على العامل المشترك

54

إعادة التعليم

تبسيط المقادير الجبرية النسبية (الكسرية) وذلك بقسمة كل من البسط والمقام على العامل المشترك الأكبر.

مثال (1): اكتب المقدار الجبري في أبسط صورة:

$$\frac{x^2-x-20}{x^2+3x-40}\div\frac{x^2+x-12}{x^2+15x+56}$$

$$=\frac{(x+4)(x-5)}{(x+8)(x-5)}\times\frac{(x+8)(x+7)}{(x+4)(x-3)}=\frac{x+7}{x-3}$$

تدريبات

اكتب المقدار الجبري في أبسط صورة:

$$\frac{2}{x^2-9}-\frac{3}{x^2-6x+9}=\frac{2}{(x-3)(x+3)}-\frac{3}{(x-3)^2}$$

$$=\frac{2(x-3)-3(x+3)}{(x-3)^2(x+3)}=\frac{2x-6-3x-9}{(x-3)^2(x+3)}=\frac{-x-15}{(x-3)^2(x+3)}$$

Scanned with CamScanner

أمثلة إضافية : قدّم الأمثلة الاضافية التالية لتعزيز مفاهيم الدرس وهي مشابهةٌ تماماً لأمثلة الدرس في كتاب الطالب

بسط المقدار الآتي:

$$\frac{x^2+7x-8}{x-1} \times \frac{x^2-4}{x^2+6x-16}$$

$$= \frac{(x+8)(x-1)}{x-1} \times \frac{(x-2)(x+2)}{(x+8)(x-2)} = x+2$$

تأكد من فهمك: أطلب إلى الطلاب حلّ تدريبات تأكد من فهمك داخل الصفّ وراقب اجاباتهم .

- الأسئلة (6-1) يتطلب الحل ضرب وقسمة المقادير الجبرية وتبسيطها .
- الأسئلة (12-7) يتطلب الحل جمع المقادير الجبرية وطرحها وتبسيطها.
- يمكن تقديم صفحة إعادة التعليم المرافقة للطلاب الذين لم يتمكنوا من حلّ تدريبات تأكد من فهمك بشكلٍ صحيح.
- اطلب إلى الطلاب حلّ التدريبات (2,4,6,9) من صفحة تمرينات الدرس كواجبٍ بيتي.

خطأ متوقع: قد يخطئ بعض الطلاب عند تبسيط مقدار جبري مؤلف من حاصل قسمة كسر جبري على كسر جبري وذلك بتحويل عملية القسمة الى ضرب دون تبديل مقام وبسط الكسر الثاني مع بعض ، فلذا ذكر هم بذلك .

3

ناقش مع الطلاب الواجب البيتيّ وتحقق من قدرتهم على حل التمرينات وقدّم صفحة إعادة التعليم للطلاب الذين لم يتمكنوا من حلّ الواجب البيتي.

تدرّب وحلّ التمرينات: اطلب الى الطلاب حلّ تمرينات تدرب وحلّ التمرينات وتابع اجاباتهم

- الأسئلة (22 - 13) يتطلب الحل تبسيط المقدار الجبري بأبسط صورة .

تدرّب وحلّ مسائل حياتية: أطلب إلى الطلاب حلّ المسائل الحياتية وتابع اجاباتهم .

- السؤال (24) يتطلب الحلول اولا ايجاد عرض المستطيل بعد التوسع وهو 2x+3 وطوله بعد التوسع اوهو 2x+5 ثم اكمال الحل بجمع النسبتين وتبسيط المقدار.

[2-6-2] تبسيط جمع المقادير الجبرية النسبية وطرحها
Simplifying adding and subtracting rational algebraic expressions

تعلمت سابقا كيفية تحليل المقادير الجبرية وكذلك كيفية ايجاد مضاعف مشترك أصغر (LCM) يمثل حاصل ضرب العوامل المشتركة بأكبر أس وغير المشتركة) عند تبسيط جمل عددية كسرية، والآن سوف تتعلم كيفية تبسيط جمع المقادير الجبرية النسبية (الكسرية) وطرحها وذلك بتحليل كل من بسط ومقام الكسر الى أبسط صورة ثم اجراء عملية جمع وطرح المقادير الكسرية باستعمال المضاعف المشترك وتبسيط المقدار على أبسط صورة (simplest form)

مثال (3) أكتب المقدار الجبريّ النسبيّ بأبسط صورة:

$$\frac{y^2}{(y+2)} - \frac{4}{(y+2)}$$ المضاعف المشترك الأصغر (y + 2)

$$= \frac{y^2-4}{(y+2)}$$ تحليل البسط على صورة فرق بين مربعين

$$= \frac{(y+2)(y-2)}{(y+2)} = y-2$$ بقسمة كل من البسط والمقام على y + 2

مثال (4) أكتب كل مقدار من المقادير التالية بأبسط صورة:

i) $\frac{7x-14}{x^2-4} + \frac{5}{(x+2)} = \frac{7(x-2)}{(x+2)(x-2)} + \frac{5}{x+2}$ بتحليل البسط والمقام

$= \frac{7}{x+2} + \frac{5}{x+2}$ المضاعف المشترك الأصغر (x + 2)

$= \frac{7+5}{x+2} = \frac{12}{x+2}$

ii) $\frac{4z}{2z-5} - \frac{z}{z+3} = \frac{4z}{2z-5} \times (\frac{z+3}{z+3}) - \frac{z}{z+3} \times (\frac{2z-5}{2z-5})$ المضاعف المشترك الأصغر (2z - 5)(z + 3)

$= \frac{4z(z+3) - z(2z-5)}{(2z-5)(z+3)} = \frac{2z^2+17z}{(2z-5)(z+3)} = \frac{z(2z+17)}{(2z-5)(z+3)}$

iii) $\frac{t^2+2t+4}{t^3-8} + \frac{12}{3t-6} = \frac{t^2+2t+4}{(t-2)(t^2+2t+4)} + \frac{12}{3(t-2)} = \frac{1}{(t-2)} + \frac{4}{(t-2)} = \frac{5}{(t-2)}$

iv) $\frac{8}{v+4} + \frac{2}{v-4} - \frac{1}{v^2-16} = \frac{8}{v+4} + \frac{2}{v-4} - \frac{1}{(v+4)(v-4)} = \frac{8(v-4)+2(v+4)-1}{(v+4)(v-4)}$

$= \frac{8v-32+2v+8-1}{(v+4)(v-4)} = \frac{10v-25}{(v+4)(v-4)} = \frac{5(2v-5)}{(v+4)(v-4)}$

55

التمرينات

الاختيار من متعدد Multiple Choice

الدرس [2-6] تبسيط المقادير الجبرية النسبية
Simplifying Rational Algebraic Expressions

اختر الاجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

اكتب كل مقدار من المقادير الآتية بأبسط صورة:

1. $\frac{x+3}{4x} \times \frac{4x-12}{x^2-9}$ a) $\frac{3}{x}$ b) $\frac{x}{4}$ c) $\frac{1}{4}$ d) $\frac{1}{x}$
2. $\frac{y+2}{y^2+2y+4} \times \frac{y^3-8}{y^2-4}$ a) $\frac{1}{y-2}$ b) 1 c) $\frac{1}{y+2}$ d) -1
3. $\frac{z^2-2z-15}{9+3z} \times \frac{5}{z^2-25}$ a) $\frac{5}{z+3}$ b) $\frac{3}{5(z+5)}$ c) $\frac{5}{3(z+5)}$ d) $\frac{3}{z+5}$
4. $\frac{x^2-49}{2x^2+9x-35} \div \frac{x-7}{4x^2-25}$ a) x -7 b) 2x - 5 c) x + 7 d) 2x + 5
5. $\frac{1-z^3}{1+z+z^2} \div \frac{(1-z)^2}{1-z^2}$ a) 1 - z b) 1 + z c) $1+z+z^2$ dc) $1-z+z^2$

اكتب كل مقدار من المقادير التالية بأبسط صورة:

6. $\frac{2y^2+1}{y^3-1} - \frac{y}{y^2+y+1}$ a) $\frac{y}{y+1}$ b) $\frac{1}{y+1}$ c) $\frac{1}{y-1}$ d) $\frac{y}{y-1}$
7. $\frac{5-4z^2}{8z^3+1} + \frac{2z-1}{4z^2-2z+1}$ a) $\frac{2z-1}{(2z+1)(4z^2-2z+1)}$ b) $\frac{2z+1}{(2z+1)(4z^2-2z+1)}$ c) $\frac{2}{(2z+1)(4z^2-2z+1)}$ d) $\frac{4}{(2z+1)(4z^2-2z+1)}$
8. $\frac{3}{x-5} - \frac{2}{5-x} - \frac{130+24x+5x^2}{x^3-125}$ a) $\frac{2x}{(x^2+5x+25)}$ b) $\frac{-2x}{(x^2+5x+25)}$ c) $\frac{1}{(x^2+5x+25)}$ d) $\frac{8}{x^2+5x+25}$
9. $\frac{3y+1}{y+4} - \frac{y-4}{3y-1} - \frac{10+8y^2}{3y^2+11y-4}$ a) $\frac{5}{(y+4)(3y-1)}$ b) $\frac{3}{(y+4)(3y-1)}$ c) $\frac{-3}{(y+4)(3y-1)}$ d) $\frac{-5}{(y+4)(3y-1)}$

107

Scanned with CamScanner

فكّر: اطلب الى الطلاب حلّ أسئلة فكّر ، وقد يحتاج الطلاب ذوو المستوى الضعيف الى استعمال اعادة تعليم .

أكتب: أطلب إلى الطلاب حلّ سؤال أكتب وتابع إجاباتهم .

4 تقويم

استعمل المسألة التالية كتقويم ختامي للطلاب قبل انتهاء الدرس .

حلل المقادير الجبرية الاتية :

$$\frac{x^2+x+1}{x^4-x}-\frac{x+3}{x^2+2x-3}$$

$$=\frac{x^2+x+1}{x(x-1)(x^2+x+1)}-\frac{x+3}{(x+3)(x-1)}$$

$$=\frac{1}{x(x-1)}-\frac{1}{(x-1)}=\frac{(1-x)}{x(x-1)}=\frac{-1}{x}$$

5 توسعةٌ

يمكنك تقديم تدريباتٍ اثرائية للطلاب من خلال صفحة الإثراء المرافقة وتابعهم وقدّم لهم المساعدة في أثناء الحلّ.

- **اطلب إليهم حل المقادير الجبرية الى ابسط صورة :**

$$\frac{x^2+4x-21}{x^2+14x+49}\div\frac{x-7}{2x^2-98}$$

$$=\frac{(x+7)(x-3)}{(x+7)^2}\times\frac{2(x^2-49)}{x-7}=$$

$$\frac{(x+7)(x-3)}{(x+7)^2}\times\frac{2(x-7)(x+7)}{x-7}=2(x-3)$$

الإثراء

اكتب كل مقدار من المقادير الجبرية التالية في أبسط صورة:

1. $$\frac{x^2-2xy+y^2}{x-y}\times\frac{x+y}{x-y}\div\frac{x^2-y^2}{x^2}$$

$$=\frac{(x-y)(x-y)}{(x-y)}\times\frac{x+y}{(x-y)}\times\frac{x^2}{(x-y)(x+y)}=\frac{x^2}{x-y}$$

2. $$\frac{1}{x-1}-\frac{5}{(x-3)^2}+\frac{3x+1}{x^2-4x+3}$$

$$=\frac{1}{(x-1)}-\frac{5}{(x-3)^2}+\frac{3x+1}{(x-1)(x-3)}$$

$$=\frac{(x-3)^2-5(x-1)+(3x+1)(x-3)}{(x-1)(x-3)^2}$$

$$=\frac{x^2-6x+9-5x+5+3x^2-8x-3}{(x-1)(x-3)^2}$$

$$=\frac{4x^2-19x+11}{(x-1)(x-3)^2}$$

تأكد من فهمك

أكتب كل مقدار من المقادير التالية بأبسط صورة:

الأسئلة (1 - 6) مشابهة للمثالين (1،2)

1. $\frac{2z^2-4z+2}{z^2-7z+6}$
2. $\frac{y^3+27}{y^3-3y^2+9y}$
3. $\frac{5x+3}{x+3}\times\frac{x^2+5x+6}{25x^2-9}$
4. $\frac{z^2+7z-8}{z-1}\times\frac{z^2-4}{z^2+6z-16}$
5. $\frac{x^2-9}{x^2-4x+4}\times\frac{x^2-4}{x^2-x-6}$
6. $\frac{2y^2-2y}{y^2-9}\div\frac{y^2+y-2}{y^2+2y-3}$

أكتب كل مقدار من المقادير التالية بأبسط صورة:

الأسئلة (7 - 12) مشابهة للمثالين (3،4)

7. $\frac{2}{x^2-9}+\frac{3}{x^2-4x+3}$
8. $\frac{2y^3-128}{y^3+4y^2+16y}-\frac{y-1}{y}$
9. $\frac{z^2+z+1}{z^4-z}-\frac{z+3}{z^2+2z-3}$
10. $\frac{x^2-1}{x^2-2x+1}-1$
11. $\frac{3}{z-1}+\frac{2}{z+3}+\frac{8}{z^2+2z-3}$
12. $\frac{y-3}{y-1}+\frac{5y-15}{(y-3)^2}-\frac{3y+1}{y^2-4y+3}$

تدرب وحل التمرينات

أكتب كل مقدار من المقادير التالية بأبسط صورة:

13. $\frac{x+5}{12x}\times\frac{6x-30}{x^2-25}$
14. $\frac{y+3}{2y^2+6y+18}\times\frac{y^3-27}{y^2-9}$
15. $\frac{3-x}{4-2x}\times\frac{x^2+x-6}{9-x^2}$
16. $\frac{y+2}{2y-4}\div\frac{y^3+8}{y-2}$
17. $\frac{y^2-7y}{y^3-27}\div\frac{y^2-49}{y^2+3y+9}$
18. $\frac{64-z^3}{32+8z+2z^2}\div\frac{(4-z)^2}{16-z^2}$

أكتب كل مقدار من المقادير التالية بأبسط صورة:

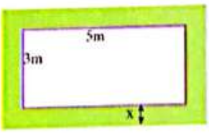
19. $\frac{5}{x^2-36}-\frac{2}{x^2-12x+36}$
20. $\frac{y^2-y}{y^3-1}-\frac{1}{y^2+y+1}$
21. $\frac{3}{x-2}-\frac{2}{x-2}+\frac{4+2x+x^2}{x^3-8}$
22. $\frac{y-5}{y+1}+\frac{y-1}{y+5}-\frac{25}{y^2+6y+5}$

56

تدرب وحل مسائل حياتية



23. **مكتبة:** إذا كان المقدار الجبري x^2-4 يمثل عدد الكتب العلمية في المكتبة، والمقدار الجبري x^2+x-6 يمثل عدد الكتب الأدبية فيها. اكتب نسبة الكتب العلمية إلى الكتب الأدبية بأبسط صورة.



24. **هندسة:** مستطيل أبعاده 3 ، 5 أمتار وُسّع إلى مستطيل أكبر وذلك بإحاطته بممر عرضه x متر. اكتب المقدار الجبري الذي يمثل مجموع نسبتي طول المستطيل قبل التوسيع إلى طوله بعد التوسيع ونسبة عرض المستطيل قبل التوسيع إلى عرضه بعد التوسيع بأبسط صورة.



25. **ألعاب نارية:** المقدار الجبري $20+15t-5t^2$ يمثل الارتفاع بالأمتار لقذيفة ألعاب نارية أُطلقت من سطح بناية ارتفاعها 20 متراً، إذ t تمثل زمن وصول القذيفة بالثواني إلى الهدف. والمقدار الجبري $4+19t-5t^2$ يمثل ارتفاع قذيفة أخرى أطلقت من سطح بناية ارتفاعها 4 أمتار اكتب نسبة ارتفاع القذيفة الأولى إلى ارتفاع القذيفة الثانية بأبسط صورة.

فكّر

26. **تحدٍ:** بسّط المقدار الجبري الآتي إلى أبسط صورة:

$$\frac{y^2-5}{2y^3-16}\div\frac{y-\sqrt{5}}{2y^2+4y+8}$$

27. **أصحح الخطأ:** بسّطت سماح المقدار الجبري وكتبته بأبسط صورة كما يأتي:

$$\frac{z^2-z-30}{5+z}\times\frac{2z+12}{z^2-36}=1$$

اكتشف خطأ سماح وصححه.

28. **حسٌ عدديٌ:** ما ناتج جمع المقدارين الجبريين بدون استعمال الورقة والقلم؟ وضّح إجابتك.

$$\frac{5}{x^2-49}+\frac{-4}{(x-7)(x+7)}$$

أكتب

قيمة المقدار الجبري بأبسط صورة

$$\frac{z^2+z-6}{2z^2+2z-12}\div\frac{z^2-16}{2z+8}$$

57

Scanned with CamScanner

الدرس

2-7 خطة حل المسألة (الخطوات الاربع)

نتاجات التَعلّمَ	استعمل الخطوات الاربع لحل المسألة.
المَوادُ والوسائلُ	ورقة عمل فيها المقادير الجبرية الاتية: 1) (x + 3)(x² - 3x + 9) 2) (2y + 7)(3y – 5)

1 تهيئةٌ

اطلب الى الطلاب توقع نتاجات التعلم لهذا الدرس من خلال عنوان الدرس وناقشهم فيها ثم ثبتها على السبورة.

• هيئ الطلاب لفكرة الدرس من خلال الأنشطة الآتية: نظّم الطلاب في مجموعاتٍ صغيرة وأعطِ كل مجموعةٍ ورقة العمل المعدة مسبقاً.

• اطلب إلى المجموعاتِ إيجاد ناتج الضرب بابسط صورة:

1) $(x+3)(x^2 - 3x + 9) = x^3 + 27$

2) $(2y + 7)(3y - 5) = 6y^2 + 11y - 35$

اسأل الطلاب :

• كيف تتحقق من صحة حل التمارين ؟ باستعمال طريقة التحليل .

• سجّل نتائج المجموعات واعلن الفائز منها.



الدرس [2-7] خطة حل المسألة (الخطوات الأربع)

Problem Solving Plan (The Four Steps)

فكرةُ الدرس

• استعمال استراتيجية الخطوات الأربع لحل المسألة.

تتخذ المباني الحديثة أشكالاً هندسية مختلفة، ففي الصورة المجاورة فندق على شكل إسطوانة دائرية قائمة مغلفة من جوانبها بالزجاج. اذا كان نصف قطر قاعدة المبنى x - 8 أمتار وارتفاعه x + 12 متراً. ما المساحة الجانبية للفندق؟

افهم

ما المعطيات في المسألة؟ مبنى الفندق على شكل أسطوانة، نصف قطر قاعدته x - 8 أمتار، وارتفاعه x + 12 متراً.

ما المطلوب من المسألة؟ إيجاد المساحة الجانبية للفندق.

خطط

كيف نحل المسألة؟ بما أن بناية الفندق مشابهة للشكل الأسطواني الدائري القائم، لذا نطبق قانون المساحة الجانبية للأسطوانة القائمة وهي:

المساحة الجانبية = 2 × النسبة الثابتة × نصف قطر القاعدة × الارتفاع $(LA = 2\pi rh)$

حل

نصف قطر القاعدة = x - 8 متر

الارتفاع = x + 12 متر

عوض في القانون بالمعطيات	$LA = 2\pi \times r \times h$
استعمل ضرب المقادير الجبرية	$= 2\pi (x - 8)(x + 12)$
استعمل خاصية التوزيع 6	$= 2\pi (x^2 + 4x - 96)$
المساحة الجانبية للفندق بالأمتار المربعة	$= 2\pi x^2 + 8\pi x - 192\pi$

تحقق

استعمل تحليل المقادير الجبرية للتحقق من صحة الحل.

	$LA = 2\pi x^2 + 8\pi x - 192\pi$
اخراج عامل مشترك	$= 2\pi (x^2 + 4x - 96)$
تحليل المقدار الجبري بالتجربة	$= 2\pi (x - 8)(x + 12)$

اي أن $r = x - 8$ ، $h = x + 12$ لذا فإنّ الحل صحيح.

58

2 شرحٌ وتفسير

سلسلة الناجح في الرياضيات

افهم

• أرشد الطلابَ الى المعطيات والمطلوب في المسألةِ .

• اطلب الى الطلاب تحويط المعطياتِ ، ووضع خطٍ تحت المطلوبِ.

خطط

• ناقش الطلاب في الطريقة المناسبة لحلّ هذه المسألة واستمع إلى مقترحاتهم .

• بيّن للطلاب أنّ حلّ المسألةالخطوات الاربع هي الطريقة الأنسب للحل.

حل

• قمْ بحلّ المسألة على وفق خطة الخطوات الاربع .

• وقدّم الأسئلة التالية للتلاميذ في أثناء الشرح لتوجيه انتباههم .

•اكتب قانون المساحة الجانبية للاسطوانة ؟ $LA = 2\,rh$

• ما نصف قطر قاعدة الفندق ؟ $x - 8$

• ما هو ارتفاع الفندق ؟ $x + 12$

• كم المساحة الجانبية للفندق ؟ $LA = 2\pi x^2 + 8\pi x - 192\pi$

Scanned with CamScanner

مســائل Problems

حل المسائل التالية باستراتيجية (الخطوات الأربع)

1 **مدينة الألعاب:** بعض الألعاب في مدينة الألعاب تشغل مساحة اكبر من المساحة التي تشغلها وهي متوقفة. فلعبة الأرجوحة تشغل مساحة دائرية قطرها x متر عند الدوران، وعند توقفها فإن قطر المساحة التي تشغلها يقل بمقدار 8 امتار. اكتب مقدار الفرق بين مساحتي التوقف والدوران للأرجوحة ثم حلّله.



2 **دبّ الباندا:** موطن دب الباندا الطبيعي هو سلسلة جبال وسط الصين، ويحتاج الباندا إلى منطقة واسعة في حديقة الحيوانات حتى يتكيف للعيش. وُسّعت المنطقة المخصصة للباندا في إحدى حدائق الحيوان بمقدار 6 أمتار إلى كل من طول وعرض المنطقة فأصبح طول المنطقة x + 8 أمتار والعرض x + 4 متراً. ما مساحة المنطقة المخصصة للباندا قبل التوسعة؟



3 **كرة الثلج:** كرة الثلج وهي كرة شفافة، تُصنع من الزجاج تنطوي على منظر طبيعي و تحتوي على الماء ويستفاد من الماء بوصفه وسطاً لسقوط الثلج. إذا كان نصف قطر كرة الثلج 3 - y سنتمتر. فما حجم الكرة؟



4 **هندسة:** صندوق مكعب الشكل طول ضلعه x سنتمتر، وُضع داخله مكعب أصغر منه طول ضلعه 3 سنتمتر. حلّل المقدار الجبري الذي يمثل الفرق بين حجمي المكعبين.



59

تحقق

- كيفَ أتحقّق من صحّة الحلّ ؟ **استمع الى تبريرات الطلاب .**
- وجّه الطلاب الى استعمال الخطوات العكسية للحل وذلك باستعمال اخراج العامل المشترك الأكبر ،ثم تحليل المقدار بواسطة التجربة لإيجاد نصف قطر الفندق وارتفاعه .
- اطلب الى الطلاب حلّ المسائل (1،3،4) من صفحة تمرينات الدرس كواجبٍ بيتيّ.

خطأٌ متوقعٌ: قد لايستطيعُ بعض الطلاب تحديدَ الخطوات اللازمة لاجراء عملية التحقق منْ صحة الحلّ ،فذكّرهم بانّ خطوات التحقق من صحّة الحلّ او الفرضية هي عكس خطوات الحلّ للمسألة .

3 تدريبٌ

- ناقش مع الطلاب الواجب البيتيّ وتحقق من قدرتهم على حلّ المسائل .
- اقرأ المسائل أمام الطلاب واطلبْ إليهم حلّها وتابع اجاباتهم .

سلسلة الناجح في الرياضيات

4 تقويمٌ

- استعمل المسألة التالية كتقويم ختامي للطلاب قبل انتهاء الدرس.

يُعدُّ متنزه الزوراء من احد الاماكن السياحية في العاصمة بغداد.

جد مساحة المنتزه إذا علمت ان بعدي المنتزه x+ 10 ، 2x+ 8 بالامتار .

بما ان ابعاد المنتزه ليست متساوية فلذا المتنزه مستطيل الشكل ومساحته هي:

مساحة المتنزه = الطول × العرض

$A = (2x + 8)(x + 10)$

$= 2x^2 + 28x + 80$ مساحة المتنزه بالامتار المربعة

Scanned with CamScanner

مراجعة الفصل

- استعملْ مراجعة الفصْلِ للتأكد من امتلاك الطلابِ المهارات اللازمة لحلّ التمرينات .
- قدّم المثال لكلّ درسٍ وأُطلب إلى الطلاب حلّ التدريب وتابع إجابتهم .

مراجعة الفصل Chapter Review

المفردات

English	عربي	English	عربي
perfect square	مربع كامل	square of sum	مربع مجموع
the lost term	الحد المفقود	square of difference	مربع فرق
the unknown term	الحد المجهول	cubic of sum	مكعب مجموع
the middle	الأوسط	cubic of difference	مكعب فرق
the parties	الطرفان	factoring	تحليل
the middle term	الحد الأوسط	algebraic expression	مقدار جبري
sum of two cubes	مجموع مكعبين	greater common factor	عامل مشترك أكبر
difference between two cubes	فرق بين مكعبين	least common multiple	مضاعف مشترك أصغر
numerator	بسط الكسر	grouping	تجميع
dominator	مقام الكسر	inverse	معكوس
simplest form	أبسط صورة	check	تحقق
divide	يقسم	correct solution	الحل الصحيح
multiple	مضاعف	difference between two squares	فرق بين مربعين
completing the square	إكمال المربع	inverse operation	عملية عكسية

الدرس [2-1] ضرب المقادير الجبرية

مثال: جد ناتج ضرب المقادير الجبرية الآتية:

i) $(x-3)^2 = x^2 - 6x + 9$

ii) $(\sqrt{2} + z)(\sqrt{2} - z) = 2 - z^2$

iii) $(x-7)(x^2 + 7x + 49) = x^3 - 343 = x^3 - 7^3$

تدريب: جد ناتج ضرب المقادير الجبرية الآتية:

i) $(z+6)^2 =$ ....

ii) $(4x-3)(4x+3) =$ ....

iii) $(5+z)(25 - 5z + z^2) =$ ....

الدرس [2-2] تحليل المقدار الجبري باستعمال العامل المشترك الاكبر

مثال: حلل المقدار باستعمال العامل المشترك الأكبر وتحقق من صحة الحل:

$4x^2 + 14x - 30 = 2(2x-3)(x+5)$

التحقق: $2(2x-3)(x+5) = 2(2x^2 + 7x - 15)$

$= 4x^2 + 14x - 30$

تدريب: حلل المقدار باستعمال العامل المشترك الأكبر وتحقق من الحل:

$\sqrt{8}\, x^2z + \sqrt{3}\,(\sqrt{6}\, xz^2 - \sqrt{12}\, xz) =$...

....

التحقق: ....

60

الدرس [2-3] تحليل المقدار الجبري بالمتطابقات

مثال 1: حلل كل مقدار جبري من المقادير الآتية كفرق بين مربعين :

i) $x^2 - 16 = (x+4)(x-4)$

ii) $25y^2 - 49 = (5y+7)(5y-7)$

تدريب 1: حلل كل مقدار جبري من المقادير الآتية كفرق بين مربعين:

i) $4x^2 - 49 =$ ....

ii) $3x^2 - y^2 =$ ....

مثال 2: حلل المقدار الجبري الآتي كمربع كامل:

$x^2 - 12x + 36 = (x)^2 - 2(x \times 6) + (6)^2$

$= (x-6)(x-6) = (x-6)^2$

تدريب 2: حلل المقدار الجبري الآتي كمربع كامل:

$81z^2 - 18z + 1 =$ ....

الدرس [2-4] تحليل المقدار الجبري من ثلاثة حدود بالتجربة

مثال 1: حلل كل مقدار من المقادير الجبرية الآتية إلى أبسط صورة:

i) $x^2 - x - 12 = (x-4)(x+3)$

الحد الأوسط $3x - 4x = -x$

ii) $y^2 - 8y + 15 = (y-3)(y-5)$

الحد الأوسط $-3x - 5x = -8x$

تدريب 1: حلل كل مقدار من المقادير الجبرية الآتية إلى أبسط صورة:

i) $y^2 - y - 20 =$ ....

الحد الأوسط ....

ii) $x^2 - 17x + 30 =$ ....

الحد الأوسط ....

مثال 2: حلّل المقدار الجبري الآتي إلى أبسط صورة:

$5x^2 + 13x - 6 = (5x-2)(x+3)$

الحد الأوسط $15x - 2x = 13x$

تدريب 2: حلّل المقدار الجبري الآتي إلى أبسط صورة:

$7 - 23z + 6z^2 =$ ....

الحد الأوسط ....

61

الدرس [2-5] تحليل المقدار الجبري مجموع مكعبين أو فرق بين مكعبين

مثال: حلل كل مقدار من المقادير الجبرية الآتية إلى أبسط صورة:

i) $x^3 + 5^3 = (x+5)(x^2 - 5x + 5^2)$

$= (x+5)(x^2 - 5x + 25)$

ii) $27z^3 + 8 = (3z)^3 + 2^3$

$= (3z+2)(9z^2 - 6z + 4)$

iii) $y^3 - 125 = y^3 - 5^3 = (y-5)(y^2 + 5y + 25)$

تدريب: حلل كل مقدار من المقادير الجبرية الآتية إلى أبسط صورة:

i) $x^3 + 27 =$ ....

....

ii) $8z^3 + 125 =$ ....

....

iii) $x^3 - 64 =$ ....

....

iv) $\frac{1}{z^3} - \frac{1}{27} =$ ....

....

الدرس [2-6] تبسيط المقادير الجبرية النسبية

مثال 1: اكتب كل مقدار بأبسط صورة:

i) $\frac{x+3}{2x-6} \times \frac{x^3 - 27}{x^2 + 3x + 9}$

$= \frac{x+3}{2(x-3)} \times \frac{(x-3)(x^2+3x+9)}{x^2+3x+9} = \frac{x+3}{2}$

ii) $\frac{125 + y^3}{25 - 5y + y^2} \div \frac{(5+y)^3}{y^2 + 10y + 25}$

$= \frac{(5+y)(25-5y+y^2)}{25-5y+y^2} \times \frac{(y+5)^2}{(5+y)^3} = 1$

iii) $\frac{3x-15}{x^2-25} + \frac{2}{x+5} = \frac{3(x-5)}{(x+5)(x-5)} + \frac{2}{x+5}$

$= \frac{3}{x+5} + \frac{2}{x+5}$

$= \frac{3+2}{x+5} = \frac{5}{x+5}$

تدريب: اكتب كل مقدار بأبسط صورة:

i) $\frac{z^2-4}{z+2} \times \frac{z^2+9z+20}{z^2+2z-8} =$ ....

....

ii) $\frac{27 - x^3}{2x^2 + 6x + 18} \div \frac{(3-x)^2}{x^2 - x - 6} =$ ....

....

iii) $\frac{4z}{2z-5} - \frac{z}{z+3} =$ ....

....

....

62

Scanned with CamScanner

اختبار الفصل

Chapter Test — اختبار الفصل

جد ناتج ضرب مقدار جبري في مقدار جبري كل منهما من حدين:

1 $(x+5)^2$ 2 $(v-\sqrt{2})(v+\sqrt{2})$ 3 $(2-x)(5-x)$ 4 $(2y-3)(y+9)$

جد ناتج ضرب مقدار جبري من حدين في مقدار جبري من ثلاثة حدود:

5 $(x+11)(x^2-11x+121)$ 6 $(\frac{1}{3}-y)(\frac{1}{9}+\frac{1}{3}y+y^2)$

7 $(y-1)^3$ 8 $(z+\frac{1}{4})^3$

حلل المقدار باستعمال العامل المشترك الأكبر (GCF) وتحقق من صحة الحل:

9 $8x^2-12x$ 10 $7y^3+14y^2-21y$ 11 $\sqrt{18}\,z^2r+\sqrt{2}\,(zr^2-zr)$

حلل المقدار باستعمال ثنائية الحد كعامل مشترك أكبر:

12 $\frac{2}{3}(y+5)+\frac{1}{3}y(y+5)$ 13 $\sqrt{5}\,z(z^2-1)-\sqrt{2}\,z^2(z^2-1)$

حلل المقدار باستعمال خاصية التجميع:

14 $6x^4-18x^3+10x-30$ 15 $56-8y+14y^2-2y^3$

حلل المقدار بالتجميع مع المعكوس:

16 $9x^3-6x^2+8-12x$ 17 $\sqrt{11}\,z^3-\sqrt{44}\,z^2+5(2-z)$

حلل كل مقدار جبري من المقادير الآتية:

18 $16-x^2$ 19 $\frac{1}{3}z^3-\frac{1}{27}$ 20 $\frac{1}{16}v-\frac{1}{2}v^4$

21 $8x^3-\frac{1}{125}$ 22 $81-18y+y^2$ 23 $7z^2-36z+5$

حدد أي من المقادير الجبرية التالية يمثل مربعاً كاملاً وحلله:

24 $25x^2+30x+9$ 25 $49-14y+y^2$ 26 $4v^2+4\sqrt{5}\,v+5$

اكتب الحد المفقود في المقدار الجبري ax^2+bx+c ليصبح مربعاً كاملاً وحلله:

27 $x^2+....+81$ 28 $36-12y+....$ 29 $7-....+4z^2$

حلل كل مقدار من المقادير الجبرية الآتية:

30 $x^2+7x+10$ 31 $x^2-5\sqrt{3}\,x+18$ 32 $2v^2+9v+7$

33 $32-16x+2x^2$ 34 $\frac{1}{4}y^2-2y+3$ 35 $12-7\sqrt{2}\,v+2v^2$

36 $8+27x^3$ 37 $125y^3-1$ 38 $\frac{1}{v^3}-\frac{8}{27}$

39 $1+0.125y^3$ 40 $z^3-0.027$ 41 $3-\frac{1}{9}v^3$

اكتب كل مقدار من المقادير التالية على أبسط صورة:

42 $\frac{27-8z^3}{4z^2-9}\div\frac{9+6z+4z^2}{9+6z}$ 43 $\frac{7}{x^2-25}-\frac{6}{x^2+10x+25}$

44 $\frac{y^2-1}{1-y^3}+\frac{1+y}{1+2y+y^2}$ 45 $\frac{z+3}{z+5}-\frac{z-5}{z-3}+\frac{1}{z^2+2z-15}$

63

- يهدفُ اختبار الفصل للتأكدِ من اتقان الطلابِ أفكارَ الفصل وملاحظة مواطن الخلل لديهم.
- يمكنك الإستعانة بالجدول التالي لمعالجة أخطاء الطلاب.

السؤال	الخطأ	المعالجة
1 -8	لا يستطيع بعض الطلاب من مراعاة الخواص عند الضرب	تدريباتُ إعادة التعليم للدرس 1
9 - 13	لا يتمكن بعض الطلاب من تحليل المقدار الجبري باستعمال العامل المشترك الاكبر .	تدريباتُ إعادة التعليم للدرس 2
14- 17	لا يتمكن بعض الطلاب من تحليل المقدار الجبري باستعمال التجميع مع المعكوس أو استعمال خاصية التجميع .	تدريباتُ إعادة التعليم للدرس 2
18– 26	لايتمكن بعض الطلاب من تحليل المقدار الجبري باستعمال المتطابقات .	تدريباتُ إعادة التعليم للدرس 3
27 – 29	لايتمكن بعض الطلاب من كتابة الحد المفقود في مقدار جبري ليصبح مربعا كاملاً.	تدريباتُ إعادة التعليم للدرس 3
30 – 35	لا يتمكن بعض الطلاب من تحليل مقدار جبري باستعمال التجربة .	تدريباتُ إعادة التعليم للدرس 4
36 – 41	لايتمكن بعض الطلاب من معرفة الفرق بين مجموع مكعبين والفرق بين مكعبين.	تدريباتُ إعادة التعليم للدرس 5
42 – 45	لايتمكن بعض الطلاب من تبسيط المقدار الجبري على الصورة النسبية.	تدريباتُ إعادة التعليم للدرس 6

Scanned with CamScanner

مخططُ الفصلِ :

الدرسُ	النتاجاتُ التعليميةُ	المفرداتُ	الخطةُ الزمنيةُ	الموادُ والوسائلُ
التمهيدُ للفصلِ الاختبارُ القبليُّ			حصةٌ واحدةٌ	
1 حل نظام من معادلتين خطيتين بمتغيرين	حل نظام من معادلتين خطيتين بيانيا وبالتعويض وبالحذف في مجموعة الاعداد الحقيقية.	- معادلة خطية - نظام المعادلات الخطية - حل النظام	3 حصصٍ	ورقة عمل
2 حل المعادلات التربيعية بمتغير واحد	حل المعادلة المؤلفة من حدين بتحليل الفرق بين مربعين في مجموعة الاعداد الحقيقية .	- معادلة - درجة ثانية - متغير واحد - فرق بين مربعين	3 حصصٍ	ورقة عمل
3 حل المعادلات التربيعية بالتجربة	حل المعادلات الخطية من الدرجة الثانية المؤلفة من ثلاثة حدود بالتحليل بالتجربة في مجموعة الاعداد الحقيقية.	- معادلة خطية - التجربة	3 حصص	ورقة عمل
4 حل معادلات تربيعية بالمربع الكامل	حل المعادلات التربيعية بطريقة إكمال المربع.	- الحد الأول - الحد الأخير - مربع كامل - إكمال المربع	3 حصص	ورقة عمل
5 حل المعادلات بالقانون العام	حل المعادلات من الدرجة الثانيه بالقانون العام	- معامل - الحد المطلق - القانون العام	3 حصص	ورقة عمل
6 حل المعادلات الكسرية	حل المعادلات الكسرية.	- بسط الكسر - مقام الكسر - معادلة كسرية الطرف الأيمن الطرف الأيسر	حصتان	ورقة عمل
7 خطة حل المسألة (كتابة معادلة)	إستعمال إستراتيجية كتابة معادلة لحل المسألة		حصتان	
مراجعةُ الفصلُ			حصة واحدة	
اختبارُ الفصلُ			حصة واحدة	

Scanned with CamScanner

مصفوفةُ المدى والتتابعُ لمحتوى الفصلَ

•تعلم الطالبُ سابقاً الأعداد الحقيقية والمفاهيم والخصائص والمهارات المتعلقة بها مثل تمثيلها على مستقيم الأعداد والمقارنة بينها وترتيبها وإجراء العمليات عليها وكذلك تعلموا كيفية حل المعادلات والمتباينات من الدرجة الاولى بعدة خطوات في مجموعة الاعداد الحقيقية ،وسوف يطور الطلاب معرفتهم في حل المعادلات فيتعلمون في هذا الفصل حل نظام من معادلتين خطيتين بمتغيرين ،حل المعادلات التربيعية بمتغير واحد ،وحل المعادلة التربيعية بالتجربة ،وحل المعادلات التربيعية بالمربع الكامل واكمال المربع ،وحل المعادلات بالقانون العام ،وحل المعادلات الكسرية، واستعمال استراتيجية كتابة معادلة لحل المسألة.

الترابط الرأسي

الدروسُ التي تَعَلَّمَها سابقاً

- ترتيب العمليات في الأعداد الحقيقية .
- تبسيط الجمل العددية التي تحتوي على جذور تربيعية .
- حل معادلات من الدرجة الاولى في R .
- حل المتباينات المركبة ومتباينات القيمة المطلقة في R .
- تحليل المقادير الجبرية (باستعمال العامل المشترك، فرق بين مربعين ،التجربة ،المربع الكامل،فرق ومجموع بين مكعبين) .

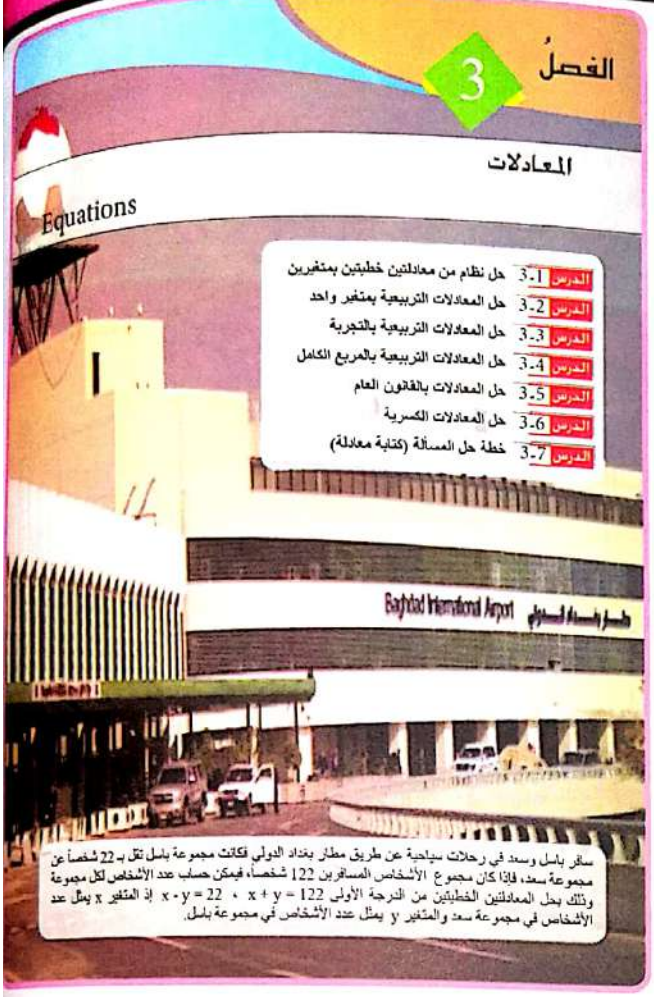
الدروسُ التي سيتَعَلَّمَها في هذا الفصل

- حل نظام من معادلتين خطيتين بمتغيرين .
- حل المعادلات التربيعية بمتغير واحد .
- حل المعادلات التربيعية بالتجربة .
- حل معادلات تربيعية بالمربع الكامل .
- حل المعادلات بالقانون العام .
- حل المعادلات الكسرية.
- خطة حل المسألة (كتابة معادلة) .

المفردات

- **معادلة خطية بمتغيرين :** هي معادلة تحتوي على متغيرين كلا منهما من القوة واحد .
- **نظام من معادلتين خطيتين بمتغيرين :** هو نظام يتألف من معادلتين خطيتين كلا منهما بمتغيرين .
- **حل النظام :** يعني إيجاد قيم المتغيرين في المعادلتين .
- **المعادلة التربيعية بمتغير واحد :** هي معادلة يحتوي على متغير واحد ويكون أعلى أس له 2 وصيغتها العامة $ax^2+bx+c=0$ حيث (a) و $a,b,c \in R$.

Scanned with CamScanner


الفصلُ 3

المعادلات

Equations

الدرس 3-1 حل نظام من معادلتين خطيتين بمتغيرين

الدرس 3-2 حل المعادلات التربيعية بمتغير واحد

الدرس 3-3 حل المعادلات التربيعية بالتجربة

الدرس 3-4 حل المعادلات التربيعية بالمربع الكامل

الدرس 3-5 حل المعادلات بالقانون العام

الدرس 3-6 حل المعادلات الكسرية

الدرس 3-7 خطة حل المسألة (كتابة معادلة)

سافر باسل وسعد في رحلات سياحية عن طريق مطار بغداد الدولي فكانت مجموعة باسل تقل بـ 22 شخصاً عن مجموعة سعد، فإذا كان مجموع الأشخاص المسافرين 122 شخصاً، فيمكن حساب عدد الأشخاص لكل مجموعة وذلك بحل المعادلتين الخطيتين من الدرجة الأولى $x + y = 122$ ، $x - y = 22$ إذ المتغير x يمثل عدد الأشخاص في مجموعة سعد والمتغير y يمثل عدد الأشخاص في مجموعة باسل.

التمهيدُ للفصلِ

•وجّه الطلاب الى صفحة الفصل في كتاب الطالب ثم اطلب اليهم ملاحظة الصورة وناقشهم في المعلومة المعطاة: سافر باسل وسعد في رحلات سياحية عن طريق مطار بغداد الدولي فكانت مجموعة باسل تقل ب 22 شخصا عن مجموعة سعد ، فإذا كان مجموع الأشخاص المسافرين 122 شخصا ، فيمكن حساب عدد الأشخاص لكل مجموعة وذلك بحل المعادلتين الخطيتين $x + y = 122$ ، $x - y = 22$ إذ المتغير x يمثل عدد الأشخاص في مجموعة سعد والمتغير y يمثل عدد الأشخاص في مجموعة باسل.

•اسأل الطلاب :

• ماذا يمثل المقدار الجبري $x + y$ ؟ مجموع الأشخاص في مجموعتي سعد وباسل.

• ماذا يمثل المقدار الجبري $x - y$؟ الفرق في عدد الأشخاص بين مجموعتي سعد وباسل.

• كم عدد الأشخاص في مجموعة سعد ، مجموعة باسل ؟

$x = 72$ ، $y = 50$.

• كيف حصلنا على عدد الاشخاص في كل مجموعة ؟

• استمع لإجابات بعض الطلاب ووجّههم إلى ملاحظة أنّه لحل المعادلة نستعمل خصائص الاعداد .

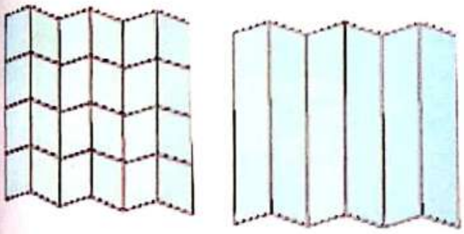
• بيّن للطلاب بانّهم سوف يدرسون في هذا الفصل :

حل معادلتين خطيتين بمتغيرين بيانيا ، بالتعويض ، وبالحذف ، وحل المعادلات التربيعية بمتغير واحد ،وحل المعادلة التربيعية بالتجربة والمربع الكامل ،وحل المعادلات بالقانون العام ،وحل المعادلات الكسرية، واستعمال استراتيجية كتابة معادلة لحل المسألة .

المطوياتُ : منظّم أفكار

عمل المطوية الجدول المثني:

قم برسم أسطرٍ عموديةٍ وأفقيةٍ على ورقةٍ قياسها 29 سم × 21 سم او أكبر ليكون عدد الاعمدة والصفوف حسب الحاجة ، قمّ بطيّ الورقة عموديا لعمل جداول واكتب عناوين الأعمدة والصفوف بحسب الحاجة .



استعمال المطوية:

اكتب عنوان الفصل على الجزء الخارجيّ من المطوية , وقسمّ كلّ عمود إلى أربعة أقسام كما في الشكل ، وفي كلّ عمودٍ اكتب عناوين الدروس (جمع المقادير الجبرية وطرحها ، ضرب حدٍّ جبري في مقدارٍ جبريٍّ ، ضرب المقاديرِ الجبريةِ ، قسمة حدٍّ جبريٍّ على حدٍّ جبريٍّ ، تحليل المقادير الجبرية) في القسم الاول وفي القسم الثاني اكتب فكرة الدرس ، وفي القسم الثالث اكتب ملخص الدرس وفي القسم الرابع مثالا عن كلّ درس .

Scanned with CamScanner

التقويمُ التشخيصيّ:

• استعمل الاختبار القبلي للتحقق من امتلاك الطلاب المعرفة السابقة اللازمة لدراسة هذا الفصل وهي: ايجاد ناتج ضرب مقدارين جبريين كل منهما يتألف من حدين ، وايجاد ناتج ضرب مقدارين جبريين أحدهما يتألف من حدين والاخر من ثلاثة حدود ، تحليل مقدار جبري باستعمال العامل المشترك الأكبر (GCF) ، تحليل مقدار جبري بالفرق بين مربعين، وبالمربع الكامل واكمال المربع ، وبالتجربة ، وبالفرق بين مكعبين ومجموع مكعبين.

تشير الأخطاء التي قد يقع فيها الطلاب إلى جوانب الضعف في إجاباتهم ، مما يستوجب من المدرسين وضع خطط تدريس بديلة وتنويعها ، ولمعالجة الأخطاء.

المعالجةُ:

عالج احتياجات الطلاب بشكل فردي قبل البدء بتدريس الفصل وذلك بالاعتماد على نتائج الاختبار القبلي، ويمكنك معالجة الخلل لدى الطلاب بالاستعانة بالجدول التالي الذي يقترح معالجة مناسبة لكل مجموعة من الأسئلة تحتوي على الفكرة نفسها .

Pretest الاختبار القبلي

جد ناتج ضرب مقدار جبري في مقدار جبري كل منهما من حدين:

1 $(y-5)^2$ 2 $(z+2)(z-2)$ 3 $(x-\sqrt{5})(x+\sqrt{5})$
4 $(4-y)(6-y)$ 5 $(3z-2)(z+8)$

جد ناتج ضرب مقدار جبري من حدين في مقدار جبري من ثلاثة حدود:

6 $(x+3)(x^2-3x+9)$ 7 $(\frac{1}{2}-y)(\frac{1}{4}+\frac{1}{2}y+y^2)$

حلل المقدار باستعمال العامل المشترك الأكبر (GCF) وتحقق من صحة الحل:

8 $5x^2-10x$ 9 $9y^4+6y^3-3y$ 10 $\sqrt{12}z^2+\sqrt{3}z$

حلل المقدار باستعمال ثنائية الحد كعامل مشترك أكبر:

11 $x(5-x)-3(5-x)$ 12 $\frac{1}{2}(y+1)+\frac{1}{2}y(y+1)$ 13 $\sqrt{3}z(z-1)-\sqrt{2}(z-1)$

حلل المقدار باستعمال التجميع:

14 $6x^3-12x^2+5x-10$ 15 $9-18y+7y^2-14y^3$ 16 $\sqrt{2}z^4-\sqrt{6}z^3+z-\sqrt{3}$

حلل المقدار بالتجميع مع المعكوس:

17 $4x^3-2x^2+3-6x$ 18 $\frac{3}{4}y^3-\frac{1}{4}y^2+4-12y$ 19 $\sqrt{4}z^3-\sqrt{25}z^2+3(5-2z)$

حلل كل مقدار جبري من المقادير الاتية:

20 y^2-25 21 $\frac{1}{2}z^2-\frac{1}{8}$ 22 $36-12x+x^2$
23 $y^2-2y-15$

حدد أي من المقادير الجبرية التالية يمثل مربعاً كاملاً وحلله:

24 $16x^2+40x+25$ 25 $64-16y+y^2$ 26 z^2-6z-9

اكتب الحد المفقود في المقدار الجبري ax^2+bx+c ليصبح مربعاً كاملاً وحلله:

27 $x^2+....+64$ 28 $9-24y+....$ 29 $5-....+4z^2$

حلل كل مقدار من المقادير الجبرية الاتية:

30 $18-3y-y^2$ 31 $z^2-2\sqrt{3}z+3$ 32 $4-21x+5x^2$
33 $1+27z^3$ 34 y^3-125 35 $y^3-\frac{1}{8}$
36 $\frac{1}{x^3}-\frac{1}{64}$ 37 $1-0.125z^3$

65

سلسلة الناجح في الرياضيات

المعالجة	الخطأ	السؤال
تذكير الطلاب ببعض الامثلة حول ناتج ضرب قوسين كل منهما مكون من حدين .	لايستطيع بعض الطلبة ايجاد ناتج ضرب مقدارين جبرين كل منهما مكون من حدين .	1-5
تذكير الطلاب ببعض الامثلة حول ناتج ضرب مقدارين جبرين احدهما من حدين والثاني من ثلاثة حدود	لايستطيع بعض الطلبة ايجاد ناتج ضرب مقدارين جبرين احدهما من حدين والثاني من ثلاثة حدود .	6 – 7
تذكير الطلاب ببعض الامثلة حول تحليل المقدار الجبري باستعمال العامل المشترك الاكبر او ثنائية الحد كعامل مشترك اكبر .	لايتمكن بعض الطلاب من تحليل المقدار الجبري باستعمال العامل المشترك الاكبر او ثنائية الحد كعامل مشترك اكبر .	8 – 13
تذكير الطلاب ببعض الامثلة حول تحليل مقدار جبري باستعمال التجميع أو التجميع مع المعكوس	لايتمكن بعض الطلاب من تحليل المقدار الجبري باستعمال التجميع أو التجميع مع المعكوس.	14 - 19
تذكير الطلاب ببعض الامثلة حول تحليل مقدار جبري من حدين كفرق بين مربعين و ثلاثة حدود التحليل بالتجربة .	لايتمكن بعض الطلاب من تحليل المقدار الجبري من حدين كفرق بين مربعين و ثلاثة حدود التحليل بالتجربة	20 - 23
تذكير الطلاب ببعض الامثلة حول المقدار جبري من ثلاثة حدود المربع الكامل وكيفية تحديده .	لايتمكن بعض الطلاب من تحديد المقدار الجبري المكون من ثلاثة حدود كونه مربعا كاملا أو تحليله كمربع كامل.	24 - 26
تذكير الطلاب ببعض الامثلة حول كيفية ايجاد الحد المفقود في مقدار جبري ليصبح مربعا كاملاً يمكن تحليله.	لايتمكن بعض الطلاب من كتابة الحد المفقود في مقدار جبري ليصبح مربعا كاملاً يمكن تحليله .	27 - 29

Scanned with CamScanner

الدرس 3-1 حل نظام معادلتين خطيتين بمتغيرين

نتاجات التعلّم	حل نظام من معادلتين خطيتين بيانيا وبالتعويض وبالحذف .
الموادُ والوسائلُ	ورقة عمل تحتوي على : $1)\ y - 2x = 1 \quad , \quad 2)\ y - 3x = -2$

1 تهيئةٌ

اطلب الى الطلاب توقع نتاجات التعلم لهذا الدرس من خلال عنوان الدرس وناقشهم فيها ثم ثبتها على السبورة.

• هيئ الطلاب لفكرة الدرس من خلال الأنشطة الآتية: نظم الطلاب في مجموعات صغيرة وأعطِ كل مجموعة ورقة العمل المعدة مسبقاً.

• اطلب الى المجموعات تمثيل المعادلات في المستوى الاحداثي .

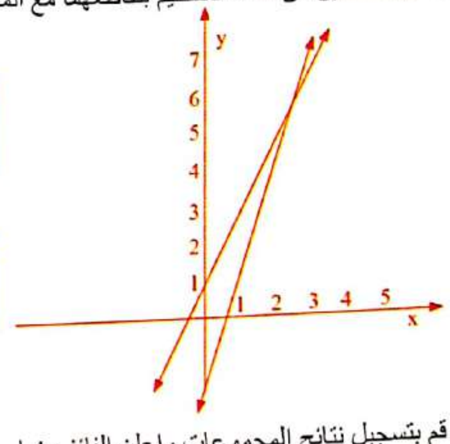
• اسأل الطلاب :

• كيف يمكن رسم معادلة مستقيم في المستوي الاحداثي ؟

بتعيين نقطتين من نقاط المستقيم بتقاطعهما مع المحاور .

x	y
0	1
$-\frac{1}{2}$	0

x	y
0	-2
$\frac{2}{3}$	0



قم بتسجيل نتائج المجموعات واعلن الفائز منها.

• اسأل الطلاب

ما نقطة تقاطع المستقيمين؟

استمع إلى إجاباتهم وقل لهم إنهم سيدرسون في هذا الدرس حل نظام من معادلتين خطيتين بيانيا وبالتعويض وبالحذف.

2 شرحٌ وتفسيرٌ

تَعلّمَ: وجّه الطلاب الى فقرة تعلّم واطلب إليهم قراءة المعلومة المعطاة وهيئهم للمثال (1) من خلال التقديم الذي يتبع فقرة تعلّم .

• اسأل الطلاب :ما فائدة التحقق من صحة الحل ؟

هو للتأكد من ان قيم المتغيرين التي حصلنا عليها في مجموعة الحل صحيحة وتحقق المعادلتين في النظام.

• قدّم المثال (2) لتبين للطلاب كيفية إيجاد مجموعة الحل بيانيا والتحقق من صحة الحل .

• قدّم المثال (4 , 3) لتبين للطلاب كيفية حل معادلتين خطيتين بالتعويض والحذف .

الدرس [3-1] حل نظام من معادلتين خطيتين بمتغيرين

Solving the system of two Linear Equations with two variables

فكرة الدرس
• حل نظام من معادلتين خطيتين بيانيا وبالتعويض وبالحذف .

المفردات
• معادلة خطية
• نظام المعادلات الخطية
• حل النظام

لدى أحمد معمل تعليب التمور، بلغت تكاليف العلب وهي فارغة 100000 دينار، وملء العلبة الواحدة بالتمر يكلف 500 دينار، وتباع بـ 1000 دينار. ويرغب أحمد في معرفة عدد العلب التي عليه بيعها ليحقق ربحا.



[3-1-1] حل نظام من معادلتين خطيتين بيانيا
Solving the system of two linear equations by graphic method

لتكن $L_1 : a_1x + b_1y = c_1$ ، $L_2 : a_2x + b_2y = c_2$ معادلتين من الدرجة الأولى (خطيتين) بمتغيرين x , y ، لحل هذا النظام بيانياً نتبع ما يأتي: 1) تمثيل كل من المستقيمين في المستوي الإحداثي 2) لإيجاد احداثي نقطة تقاطع المستقيمين نرسم عمودان من النقطة على المحورين الصادي والسيني فتكون نقطة التقاطع تمثل مجموعة الحل.

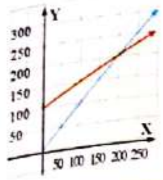
مثال (1) من تعلم، جد عدد العلب التي يبيعها أحمد ليحقق ربحا.

نفرض تكاليف الإنتاج بالمتغير y ، وعدد العلب المبيعة بالمتغير x ، وعليه:

معادلة تمثل تكاليف الانتاج الكلية $y = 500x + 100000$ ..... (1)

معادلة تمثل القيمة الكلية للمبيعات $y = 1000x$ .... (2)

تدريج المحور y بألوف الدنانير



نمثل المعادلتين بيانياً وتحديد نقطة تقاطع المستقيمين (200،200) التي تمثل بيع 200 علبة، وتحقيق الربح يبدأ عندما يبيع أكثر من 200 علبة.

الزوج المرتب (200،200) الذي هو حل للمعادلتين يسمى حلاً للنظام.

مثال (2) جد مجموعة الحل للنظام بيانياً .

$x - y = 1$ .... (1)

$x + y = 3$ .... (2)

نمثل المعادلتين بيانياً ونحدد نقطة تقاطع المستقيمين (2,1)

لتمثيل المعادلات بيانيا نأخذ نقاط التقاطع مع المحاور

المعادلة (1)

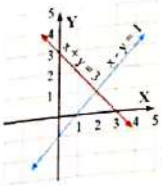
x	y = x - 1
0	-1
1	0

النقاط (1 ، 0) ، (0 ، -1)

المعادلة (2)

x	y = 3 - x
0	3
3	0

النقاط (3 ، 0) ، (0 ، 3)



مجموعة الحل للنظام هي $S = \{(2,1)\}$

للتحقق من صحة الحل نعوض عن قيمة المتغيرين x , y في كلا المعادلتين للحصول على عبارتين صائبتين.

التعويض بالمعادلة ....(1) $x - y = 1 \rightarrow 2 - 1 = 1 \rightarrow 1 = 1$

التعويض بالمعادلة ....(2) $x + y = 3 \rightarrow 2 + 1 = 3 \rightarrow 3 = 3$

66

إعادة التعليم

حل نظام من معادلتين خطيتين يعني ايجاد احداثيات نقطة تقاطع المستقيمين اللذين يمثلان المعادلتين الخطيتين ويمكن حل النظام إما بيانياً او بطريقة الحذف او التعويض .

جد مجموعة الحل للمعادلتين باستعمال التعويض:

$y = 2x$ .... (1)

$y = x + 4$ .... (2)

من المعادلة ....(1) نعوض عن قيمة y في المعادلة ...(2)

$\Rightarrow 2x = x + 4 \Rightarrow \quad 2x - x = 4 \Rightarrow x = 4$

نعوض عن قيمة x لإيجاد قيمة المتغير y

$y = x + 4 \Rightarrow y = 4 + 4 \Rightarrow y = 8$

لذا مجموعة الحل للنظام هي $\{(8,4)\}$

تدريبات

جد مجموعة الحل للمعادلتين بأستعمال الحذف:

$2x + 6y = 8$ ...... (1)

$3x + 3y = 6$ ...... (2)

نضرب المعادلة (1) في 3 والمعادلة (2) في 2

$6x + 18y = 24$ ....(1)

$\mp 6x \mp 6y = \mp 12$ ....(2) بالطرح

$12y = 12 \Rightarrow y = 1$

نعوض عن قيمة y في احدى المعادلتين الاصليتين

$2x + (6 \times 1) = 8 \Rightarrow \quad 2x = 2 \Rightarrow x = 1$

لذا مجموعة الحل للنظام هي $\{(1,1)\}$.

Scanned with CamScanner

[3-1-2] حل نظام من معادلتين خطيتين بالتعويض
Solving the system of two linear equations by substitution method

تتلخص هذه الطريقة لحل نظام من معادلتين خطيتين بمتغيرين y ، x نقوم بتحويل إحدى المعادلتين الى معادلة بمتغير واحد فقط وذلك بإيجاد علاقة بين y ، x من احدى المعادلتين وتعويضها في المعادلة الأخرى.

مثال (3) جد مجموعة الحل للنظام باستعمال التعويض:

i)
$$\left.\begin{array}{l} y = 4x \quad \ldots\ldots (1) \\ y = x + 6 \quad \ldots\ldots (2) \end{array}\right\} \Rightarrow 4x = x + 6$$
$$\Rightarrow 4x - x = 6 \Rightarrow x = 2$$
$$y = x + 6 \Rightarrow y = 2 + 6 \Rightarrow y = 8$$

لذا مجموعة الحل للنظام هي $\{(2 , 8)\}$

ii)
$$\left.\begin{array}{l} x + 8y = 10 \ldots (1) \\ x - 4y = 2 \ldots\ldots (2) \end{array}\right\} \Rightarrow x = 2 + 4y$$
$$2 + 4y + 8y = 10 \Rightarrow 12y = 8 \Rightarrow y = \frac{2}{3}$$
$$x + 8y = 10 \Rightarrow x + 8 \times \frac{2}{3} = 10 \Rightarrow x = 10 - \frac{16}{3} \Rightarrow x = \frac{14}{3}$$

لذا مجموعة الحل للنظام هي $\{(\frac{14}{3} , \frac{2}{3})\}$

[3-1-3] حل نظام من معادلتين خطيتين بالحذف
Solving the system of two linear equations by elimination method

تتلخص هذه الطريقة لحل نظام من معادلتين خطيتين بمتغيرين x, y وذلك بحذف أحد المتغيرين وبجعل معامل احدهما متساويا بالقيمة ومختلفاً بالإشارة في كلا المعادلتين.

مثال (4) جد مجموعة الحل للنظام باستعمال الحذف:

i)
$$\left.\begin{array}{l} x + 2y = 5 \quad \ldots\ldots (1) \\ 3x - y = 1 \quad \ldots\ldots (2) \end{array}\right\}$$
$$\Rightarrow \left\{\begin{array}{l} x + 2y = 5 \quad \ldots\ldots (1) \\ 6x - 2y = 2 \quad \ldots\ldots (2) \end{array}\right. \text{بالجمع}$$
$$7x = 7 \Rightarrow x = 1$$
$$x + 2y = 5 \Rightarrow 1 + 2y = 5 \Rightarrow 2y = 4 \Rightarrow y = 2$$

لذا مجموعة الحل للنظام هي $\{(1 , 2)\}$

ii)
$$\left.\begin{array}{l} 3x + 4y = 10 \quad \ldots\ldots (1) \\ 2x + 3y = 7 \quad \ldots\ldots (2) \end{array}\right\}$$
$$\Rightarrow \left\{\begin{array}{l} 6x + 9y = 21 \quad \ldots\ldots (2) \\ \mp 6x \mp 8y = \mp 20 \quad \ldots (1) \end{array}\right. \text{بالطرح}$$
$$y = 1$$
$$2x + (3 \times 1) = 7 \Rightarrow 2x = 4 \Rightarrow x = 2$$

لذا مجموعة الحل للنظام هي $\{(2 , 1)\}$

67

التمرينات

اختيار من متعدد — Multiple Choice

الدرس [3-1] حل نظام من معادلتين خطيتين بمتغيرين
Solving the system of two Linear Equations with two variables

اختر الاجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

جد مجموعة حل للنظام بيانياً:

1) $\left.\begin{array}{l} y = 4x - 6 \\ y = x \end{array}\right\}$ a) $\{(-2 , -2)\}$ b) $\{(-2 , 2)\}$ c) $\{(2 , -2)\}$ d) $\{(2 , 2)\}$

2) $\left.\begin{array}{l} y = x - 3 \\ y = 3 - x \end{array}\right\}$ a) $\{(-3 , 0)\}$ b) $\{(3, 0)\}$ c) $\{(0 , -3)\}$ d) $\{(0 , 3)\}$

جد مجموعة الحل للنظام باستعمال التعويض لكل مما يأتي:

3) $\left.\begin{array}{l} 3x + 4y = 26 \\ 5x - 2y = 0 \end{array}\right\}$ a) $\{(2 , 5)\}$ b) $\{(-2 , -5)\}$ c) $\{(2 , -5)\}$ d) $\{(-2 , 5)\}$

4) $\left.\begin{array}{l} y = 6x + 12 \\ 3y = 2x - 8 \end{array}\right\}$ a) $\{(\frac{-11}{4} , \frac{9}{2})\}$ b) $\{(\frac{11}{4} , \frac{-9}{2})\}$ c) $\{(\frac{-11}{4} , \frac{-9}{2})\}$ d) $\{(\frac{11}{4} , \frac{9}{2})\}$

5) $\left.\begin{array}{l} \frac{3x}{4} - \frac{y}{2} = 4 \\ \frac{y}{2} - \frac{x}{4} = 2 \end{array}\right\}$ a) $\{(12 , -10)\}$ b) $\{(-12, -10)\}$ c) $\{(12 , 10)\}$ d) $\{(-12 , 10)\}$

جد مجموعة الحل للنظام باستعمال الحذف لكل مما يأتي:

6) $\left.\begin{array}{l} 7x - 4y = 12 \\ 3x - y = 5 \end{array}\right\}$ a) $\{(-\frac{8}{5} , \frac{1}{5})\}$ b) $\{(-\frac{8}{5} , -\frac{1}{5})\}$ c) $\{(\frac{8}{5} , \frac{1}{5})\}$ d) $\{(\frac{8}{5} , -\frac{1}{5})\}$

7) $\left.\begin{array}{l} 6y - 2x - 8 = 0 \\ y + x - 12 = 0 \end{array}\right\}$ a) $\{(8 , -4)\}$ b) $\{(8, 4)\}$ c) $\{(-8 , 4)\}$ d) $\{(-8 , -4)\}$

8) $\left.\begin{array}{l} \frac{2}{3}x - \frac{1}{6}y = 2\frac{1}{3} \\ \frac{1}{4}x - \frac{1}{2}y = 3\frac{1}{2} \end{array}\right\}$ a) $\{(-2 , -6)\}$ b) $\{(-2, 6)\}$ c) $\{(2 , -6)\}$ d) $\{(2 , 6)\}$

108

أمثلة إضافية: 1) جد مجموعة حل النظام بيانيا وتحقق من صحة الحل

$$\left.\begin{array}{l} y = 3x - 2 \ \ldots\ldots (1) \\ y = 2x \ \ldots\ \ldots\ldots (2) \end{array}\right\} \Rightarrow S = \{(2, 4)\}$$

التحقق: نعوض من قيمة المتغيرين x و y في كلا المعادلتين للحصول على عبارتين صائبتين .

المعادلة (1) $R.S = 3(2) - 2 = 4 = L.S$

المعادلة (2) $R.S = 2(2) = 4 = L.S$

2) جد مجموعة الحل للنظام باستعمال الحذف:

$$\left.\begin{array}{l} y - 5x = 1 \ \ldots\ldots (1) \\ 2y - x = 3 \ \ldots\ldots (2) \end{array}\right\} \Rightarrow S = \{(\frac{1}{9}, \frac{14}{9})\}$$

تأكد من فهمك: اطلب الى الطلاب حلّ تدريبات تأكد من فهمك داخل الصفّ وراقب اجاباتهم .

- الأسئلة (1-3) يتطلب الحل رسم المعادلتين بيانيا في المستوي نفسه وإيجاد نقطة تقاطعهما.
- الأسئلة (4-6) يتطلب الحل تحويل إحدى المعادلتين الى معادلة بمتغير واحد فقط وتعويضها في المعادلة الأخرى.
- يمكن تقديم صفحة إعادة التعليم المرافقة للطلاب الذين لم يتمكنوا من حل تدريبات تأكد من فهمك بشكل صحيح.
- اطلب إلى الطلاب حلّ التدريبات (8 ، 6 ،4 ،2) من صفحة تمرينات الدرس كواجب بيتي.

خطأ متوقع: قد يخطئ بعض الطلاب عند حل المعادلات بيانيا ولذا يكون الناتج غير دقيق فذكرهم بطريقة رسم المستقيمات في المستوي الاحداثي .

3 تدريب

ناقش مع الطلاب الواجب البيتيّ وتحقق من قدرتهم على حلّ التمرينات وقدم صفحة إعادة التعليم للطلاب الذين لم يتمكنوا من حل الواجب البيتي.

تدرّب وحلّ التمرينات: اطلب الى الطلاب حلّ تمرينات تدرّب وحلّ التمرينات وتابع اجاباتهم .

- الأسئلة (15-16) يتطلب الحل تحويل إحدى المعادلتين الى معادلة بمتغير واحد فقط وتعويضها في المعادلة الأخرى.

تدرّب وحلّ مسائل حياتية : أطلب إلى الطلاب حلّ المسائل الحياتية وتابعْ اجاباتهم .

- السؤال (23) يتطلب حل السؤال فرض عدد الاصدقاء الذين دعاهم أنور وليكن x . عدد الاصدقاء الذين دعاهم سجاد وليكن y. ثم كتابة معادلتين تمثل المسألة .

Scanned with CamScanner

فكّر : اطلب الى الطلاب حلّ أسئلة فكّر ، وقد يحتاج الطلاب ذوو المستوى الضعيف الى امثلة اضافية.

السؤال (25) يلاحظ بأن أحمد أخطأ في استعمال عملية الحذف وكذلك أخطأ في كتابة الزوج المرتب الذي يمثل مجموعة الحل.

اكتب : اطلب إلى الطلاب حلّ سؤال أكتب وتابع إجاباتهم .

4 تقويمٌ

استعمل المسألة التالية كتقويم ختامي للطلاب قبل انتهاء الدرس .

جد مجموعة الحل للنظام بأستعمال التعويض:

$$\left.\begin{array}{l} x = 5y \;\dots\dots (1) \\ y = x+8 \;\dots\dots (2) \end{array}\right\} \Rightarrow \quad S = \{(-10, -2)\}$$

جد مجموعة الحل للنظام بأستعمال الحذف:

$$\left.\begin{array}{l} y - 10x = 7 \;\dots\dots (1) \\ 2y + 2x = 3 \;\dots\dots (2) \end{array}\right\} \Rightarrow \quad S = \{(\frac{-1}{2}, 2)\}$$

5 توسعة

يمكنك تقديم تدريباتٍ اثرائيةٍ للطلاب من خلال صفحة الإثراء المرافقة وتابعهم وقدم لهم المساعدة في أثناء الحلّ.

$$\left.\begin{array}{l} \frac{1}{3}y - \frac{1}{2}x = \frac{-4}{3} \;\dots\dots (1) \\ \frac{1}{2}y - \frac{1}{4}x = 0 \;\dots\dots (2) \end{array}\right\} \Rightarrow \quad S = \{(2, -1)\}$$

تأكد من فهمك

جد مجموعة الحل للنظام بيانيا:

الأسئلة (3 - 1) مشابهة للمثالين (2،1)

[1] $\left.\begin{array}{l} 3x - y = 6 \\ x - y = 3 \end{array}\right\}$ [2] $\left.\begin{array}{l} y - x = 3 \\ y + x = 0 \end{array}\right\}$ [3] $\left.\begin{array}{l} y = x - 2 \\ y = 3 - x \end{array}\right\}$

جد مجموعة الحل للنظام باستعمال طريقة التعويض لكل مما يأتي:

الأسئلة (6 - 4) مشابهة للمثال (3)

[4] $\left.\begin{array}{l} 2x + 3y = 1 \\ 3x - 2y = 0 \end{array}\right\}$ [5] $\left.\begin{array}{l} x - 2y = 11 \\ 2x - 3y = 18 \end{array}\right\}$ [6] $\left.\begin{array}{l} y - 5x = 10 \\ y - 3x = 8 \end{array}\right\}$

جد مجموعة الحل للنظام باستعمال طريقة الحذف لكل مما يأتي:

الأسئلة (9 - 7) مشابهة للمثال (4)

[7] $\left.\begin{array}{l} 3x - 4y = 12 \\ 5x + 2y = -6 \end{array}\right\}$ [8] $\left.\begin{array}{l} x - 3y = 6 \\ 2x - 4y = 24 \end{array}\right\}$ [9] $\left.\begin{array}{l} 3y - 2x - 7 = 0 \\ y + 3x + 5 = 0 \end{array}\right\}$

جد مجموعة الحل للنظام وتحقق من صحة الحل:

[10] $\left.\begin{array}{l} \frac{2x}{3} - \frac{y}{2} = 1 \\ y - \frac{x}{3} = 4 \end{array}\right\}$ [11] $\left.\begin{array}{l} 0.2x - 6y = 4 \\ 0.1x - 7y = -2 \end{array}\right\}$ [12] $\left.\begin{array}{l} \frac{1}{2}x + \frac{2}{3}y = 2\frac{3}{4} \\ \frac{1}{4}x - \frac{2}{3}y = 6\frac{1}{4} \end{array}\right\}$

تدربْ وحلّ التمرينات

جد مجموعة حل للنظام بيانياً:

[13] $\left.\begin{array}{l} x - y = -4 \\ y + x = 6 \end{array}\right\}$ [14] $\left.\begin{array}{l} y = x - 4 \\ x = 2 - y \end{array}\right\}$

جد مجموعة الحل للنظام باستعمال طريقة التعويض لكل مما يأتي:

[15] $\left.\begin{array}{l} 3x + 2y = 2 \\ x - y = 8 \end{array}\right\}$ [16] $\left.\begin{array}{l} 2x - y = -4 \\ 3x - y = 3 \end{array}\right\}$

جد مجموعة الحل للنظام باستعمال طريقة الحذف لكل مما يأتي:

[17] $\left.\begin{array}{l} 3x = 22 - 4y \\ 4y = 3x - 14 \end{array}\right\}$ [18] $\left.\begin{array}{l} 5x - 3y = 6 \\ 2x + 5y = -10 \end{array}\right\}$

جد مجموعة الحل للنظام وتحقق من صحة الحل:

[19] $\left.\begin{array}{l} \frac{x}{3} - \frac{y}{3} = 2 \\ 2x + 3y = 6 \end{array}\right\}$ [20] $\left.\begin{array}{l} 0.2x - 3y = 3 \\ 0.1x - 6y = -3 \end{array}\right\}$

68

سلسلة الناجح في الرياضيات

الإثراء

جد مجموعة الحل للمعادلتين:

❶ $$\left.\begin{array}{l} 3y - 0.4x = 3 \;\dots\dots (1) \\ 6y - 0.2x = 2 \dots\dots (2) \end{array}\right\} \Rightarrow S = \{(\frac{-20}{3}, \frac{1}{9})\}$$

جد مجموعة الحل للمعادلتين باستعمال التعويض:

❷ $$\left.\begin{array}{l} 5x - y = 0 \;\dots\dots (1) \\ y = x + 8 \;\dots\dots (2) \end{array}\right\} \Rightarrow S = \{(2, 10)\}$$

جد مجموعة الحل للمعادلتين باستعمال الحذف:

❸ $$\left.\begin{array}{l} -2y - 8x = 6 \;\dots\dots (1) \\ y + 2x = 3 \;\dots\dots (2) \end{array}\right\} \Rightarrow S = \{(-3, 9)\}$$

جد مجموعة الحل للمعادلتين باستعمال الحذف:

❹ $$\left.\begin{array}{l} \frac{3}{4}x - \frac{1}{2}y = 7 \\ \frac{5}{4}x + \frac{1}{2}y = 13 \end{array}\right\} \Rightarrow S = \{(10, 1)\}$$

تدربْ وحلّ مسائل حياتية

[21] **طقس:** تقل عدد الأيام (x) التي تنخفض فيها درجة الحرارة في مدينة بغداد لشهر كانون الثاني عن 10 درجات سيليزية بمقدار 9 أيام على عدد الأيام (y) التي تزداد فيها درجة الحرارة على 10 درجات سيليزية. اكتب معادلتين تمثل هذا الموقف، ثم جد حلهما بطريقة الحذف لإيجاد عدد الأيام في كل حالة.



[22] **تجارة:** باع متجر 25 ثلاجة وغسالة، بسعر مليون دينار للثلاجة ونصف مليون دينار للغسالة. إذا كان ثمن هذه الأجهزة 20 مليون دينار فكم جهازاً باع من كل نوع؟ اكتب معادلتين تمثلان المسألة ثم حلّهما بطريقة التعويض.



[23] **حفلة تخرّج:** عمل سجاد وأنور حفلة بمناسبة تخرجهما من الكلية فكان عدد الأصدقاء الذين دعاهم سجاد أكثر بثلاثة من عدد الأصدقاء الذين دعاهم أنور. وكان عدد المدعوين 23 شخصاً، فكم شخصاً دعا كل منهما؟ اكتب معادلتين تمثلان المسألة ثم حلهما لإيجاد المطلوب.



فكّر

[24] **تحدٍّ:** جد مجموعة الحل للنظام:

$$\left.\begin{array}{l} \frac{2}{6}x - \frac{1}{3}y = 1 \\ \frac{1}{2}x + \frac{1}{2}y = 3 \end{array}\right\}$$

[25] **أصحّح الخطأ:** قال أحمد إن مجموعة حل للنظام: $\left.\begin{array}{l} 2x + 3y = 6 \\ 3x + 2y = 1 \end{array}\right\}$ هي المجموعة $\{(\frac{5}{16}, \frac{5}{9})\}$ اكتشف خطأ احمد وصحّحه.

أكتبْ

مجموعة حل للنظام: $\left.\begin{array}{l} 5x - 6y = 0 \\ x + 2y = 4 \end{array}\right\}$

69

Scanned with CamScanner

الدرس 3-2 حل المعادلات التربيعية بمتغير واحد

نتاجاتُ التَعلّمَ	حل المعادلة المؤلفة من حدين بالتحليل فرق بين مربعين وكذلك إيجاد مجموعة الحل للمعادلة من الدرجة الثانية بمتغير واحد بطريقة خاصية الجذر التربيعي.
الموادُ والوسائلُ	ورقة عمل فيها المقادير التالية : 1) $x^2 - 16$, 2) $5 - y^2$ 3) $32 - 2y^2$

1 تهيئة

اطلب الى الطلاب توقع نتاجاتِ التعلّم لهذا الدرس من خلال عنوان الدرس وناقشهم فيها ثم ثبتها على السبورة.

• هيئ الطلاب لفكرة الدرس من خلال الأنشطةِ الآتيةِ: نظم الطلاب في مجموعات صغيرة وأعطِ كل مجموعة ورقة العمل المعدة مسبقاً .

• اطلب إلى المجموعات تحليل المقادير الجبرية باستعمال الفرق بين مربعين .

اسأل الطلاب :

• كيف نكتب الحد 5 كمربع كامل ؟ $(\sqrt{5})^2$

• كيف تمت عملية التحليل في ثالثاً ؟ باستخراج العامل المشترك الأكبر بين الحدين ثم تحليل المقدار كفرق بين مربعين

1) $x^2 - 16 = (x+4)(x-4)$

2) $5 - y^2 = (\sqrt{5} + y)(\sqrt{5} - y)$

4) $32 - 2y^2 = 2(4 + y)(4 - y)$

• سجل نتائج المجموعات واعلن الفائز منها.

اكتب على السبورة المعادلة الاتية:

$x^2 - 16 = 0$

اسأل الطلاب :

• هل يمكن حل هذه المعادلة وإيجاد قيمة المتغير ، وساعد الخطوات اللازمة لحل المعادلة ؟

• استمع إلى إجاباتهم وقل لهم إنهم سيدرسون في هذا الدرس حل المعادلات التربيعية بمتغير واحد باستعمال تحليل الفرق بين مربعين وإستعمال خاصية (قاعدة) الجذر التربيعي.

2 شرحٌ وتفسيرٌ

تعلمَ: وجّه الطلاب إلى فقرة تَعلَم واُطلب إليهم قراءة المعلومة المعطاة ، وهيئهم للمثال (1) من خلالِ التقديم الذي يتبع فقرة تَعلَمَ .

• اسأل الطلاب : ما فائدة التحقق من صحة الحل ؟

للتأكد من ان قيمة المتغير التي حصلنا عليها صحيحة وتحقق المعادلة التي تمثل المسألة

• قدِّم المثال (4) لتبين للطلاب كيفية حل معادلة باستعمال قاعدة الجذر التربيعي .

الدرس [3-2] حل المعادلات التربيعية بمتغير واحد

Solving Quadratic Equations with one variable



تعد الزقورة من المعالم الحضارية في العراق اذ انها تقع في جنوب العراق.
وسنمثل لوحة جدارية للزقورة مربعة الشكل مساحتها $9m^2$ على جدار استنتج طول ضلع اللوحة

فكرة الدرس
• حل المعادلة المؤلفة من حدين بتحليل الفرق بين مربعين.

المفردات
• معادلة
• درجة ثانية
• متغير واحد
• فرق بين مربعين

[3-2-1] حل المعادلات بالتحليل فرق بين مربعين

Using difference between two squares to solve equations

المعادلة العامة من الدرجة الثانية بمتغير واحد $ax^2 + bx + c = 0$ حيث $(a \neq 0)$ وان $a,b,c \in R$.
وحلّها يعني ايجاد مجموعة قيم المتغير (x) التي تحقق المعادلة أي تجعلها عبارة صحيحة.
وسوف ندرس في هذا البند حل المعادلات المؤلفة من حدين باستعمال العامل المشترك الأكبر والفرق بين مربعين وخاصية الضرب الصفري.

مثال (1) اكتب معادلة تمثل مساحة اللوحة، ثم حلها لإيجاد طول ضلع اللوحة.

افرض طول ضلع اللوحة هو المتغير x والمعادلة التي تمثل مساحة اللوحة هي: $x^2 = 9$

التحليل باستعمال الفرق بين مربعين $x^2 - 9 = 0 \Rightarrow (x+3)(x-3) = 0$

خاصية الضرب الصفري $\Rightarrow x+3=0$ or $x-3=0$

طول اللوحة الجدارية هو 3m $\Rightarrow (x = -3$ يهمل$)$ or $x = 3$

مثال (2) حل المعادلة التالية باستعمال الفرق بين مربعين وتحقق من صحة الحل:

التحليل باستعمال الفرق بين مربعين $16 - y^2 = 0 \Rightarrow (4+y)(4-y) = 0$

مجموعة الحل $4+y=0$ or $4-y=0 \Rightarrow y=-4$ or $y=4 \Rightarrow S=\{-4,4\}$

التحقق: كل قيمة في مجموعة الحل للمتغير y يجب ان تحقق المعادلة

بالتعويض عن $y=-4$: $L.S = 16 - y^2 = 16 - (-4)^2 = 16 - 16 = 0 = R.S$

بالتعويض عن $y=4$: $L.S = 16 - y^2 = 16 - 4^2 = 16 - 16 = 0 = R.S$

مثال (3) حل المعادلات التالية باستعمال الفرق بين مربعين:

i) $4x^2 - 25 = 0 \Rightarrow (2x+5)(2x-5) = 0 \Rightarrow 2x+5=0$ or $2x-5=0$
$\Rightarrow x = \frac{-5}{2}$ or $x = \frac{5}{2} \Rightarrow S = \{\frac{-5}{2}, \frac{5}{2}\}$

ii) $3z^2 - 12 = 0 \Rightarrow 3(z^2-4) = 0 \Rightarrow (z+2)(z-2) = 0$ بقسمة الطرفين على 3 ثم التحليل
$\Rightarrow z+2=0$ or $z-2=0 \Rightarrow S=\{-2,2\}$

iii) $2y^2 - 6 = 0 \Rightarrow y^2 - 3 = 0 \Rightarrow (y+\sqrt{3})(y-\sqrt{3}) \Rightarrow y = -\sqrt{3}$ or $y = \sqrt{3} \Rightarrow S = \{-\sqrt{3}, \sqrt{3}\}$

iv) $x^2 - 5 = 0 \Rightarrow (x+\sqrt{5})(x-\sqrt{5}) = 0 \Rightarrow x = -\sqrt{5}$ or $x = \sqrt{5} \Rightarrow S = \{-\sqrt{5}, \sqrt{5}\}$

v) $(z+1)^2 - 36 = 0 \Rightarrow (z+1+6)(z+1-6) = 0 \Rightarrow (z+7)(z-5) = 0 \Rightarrow S = \{-7, 5\}$

70

إعادة التعليم

حل المعادلة من الدرجة الثانية بمتغير واحد يعني إيجاد قيمة المتغير فيها. استعمل تحليل الفرق بين مربعين وطريقة خاصية الجذر التربيعي.

1) حل المعادلة التالية باستعمال الفرق بين مربعين :

$4 - x^2 = 0 \Rightarrow (2-x)(2+x) = 0$

$\Rightarrow x = 2$ or $x = -2 \Rightarrow S = \{2,-2\}$

2) حل المعادلة التالية باستعمال خاصية الجذر التربيعي :

$y^2 = \frac{4}{9} \Rightarrow y = \pm\sqrt{\frac{4}{9}} \Rightarrow y = \pm\frac{2}{3}$

$\Rightarrow S = \{\frac{2}{3}, \frac{-2}{3}\}$

تدريبات

1) حل المعادلة التالية باستعمال الفرق بين مربعين :

$4z^2 - 36 = 0 \Rightarrow z = 3$ or $z = -3 \Rightarrow S = \{3,-3\}$

2) حل المعادلة التالية باستعمال قاعدة الجذر التربيعي :

$36 - x^2 = 0 \Rightarrow x = \pm\sqrt{36} \Rightarrow x = \pm 6$

$\Rightarrow S = \{6, -6\}$

Scanned with CamScanner

أمثلة اضافية: قدّم الأمثلة الاضافية التالية لتعزيز مفاهيم الدرس وهي مشابهة تماماً لأمثلة الدرس في كتاب الطالب.

حل المعادلات التالية في بأستعمال الفرق بين مربعين :

1) $81 - x^2 = 0 \Rightarrow x = 9$ or $x = -9$ $S = \{9, -9\}$

2) $(x+1)^2 - 16 = 0 \Rightarrow$ $S = \{-5, 3\}$

حل المعادلة التالية بأستعمال قاعدة الجذر التربيعي وتحقق من صحة الحل:

3) $x^2 = 25 \Rightarrow x = \pm\sqrt{25} \Rightarrow x = \pm 5$

$\Rightarrow S = \{5, -5\}$

التحقق : بالتعويض عندما $x = -5$

$L.S = x^2 = (-5)^2 = 25 = R.S$

بالتعويض عندما $x = 5$ $L.S = x^2 = (5)^2 = 25 = R.S$

تأكد من فهمك : اطلب إلى الطلاب حلّ تدريبات تأكد من فهمك داخل الصف وراقب اجاباتهم .

- الاسئلة (3،5) ، يتطلب الحل ايجاد العامل المشترك الأكبر ثم القسمة عليه بطرفي المعادلة ثم التحليل باستعمال الفرق بين مربعين.
- الاسئلة (16،18) ، تطلب الحل تربيع طرفي المعادلة لايجاد قيمة المتغير.
- يمكنُ تقديم صفحة إعادة التعليم المرافقة للطلاب الذين لم يتمكنوا من حل تدريبات تأكد من فهمك بشكلٍ صحيح.
- اطلب إلى الطلاب حلّ التدريبات (7 ، 5 ، 3 ، 1) من صفحة تمرينات الدرس كواجب بيتي.

خطأ متوقع: قد يخطئ بعض الطلاب عند حل بعض المعادلات التي تحتاج الى خطوة مسبقة قبل التحليل فيحللون المقدار مباشرة ، فذكرهم بايجاد العامل المشترك اولاً ثم تحليل المقدار كفرق بين مربعين.

3 تدريب

ناقش مع الطلاب الواجب البيتي وتحقق من قدرتهم على حلّ التمرينات وقدم صفحة إعادة التعليم للطلاب الذين لم يتمكنوا من حلّ الواجب البيتي.

تدرّب وحلّ التمرينات : اطلب الى الطلاب حلّ تمرينات تدرّب وحلّ التمرينات وتابع اجاباتهم .

- الأسئلة (22،27) يتطلب الحل إستعمال الفرق بين مربعين كما في المثالين 2 و 3 .

تدرّب وحلّ مسائل حياتية : أطلب إلى الطلاب حلّ المسائل الحياتية وتابع اجاباتهم

- السوال (37) يتطلب ايجاد مساحة قطعة الموكيت المستطيلة والتي تمثل مساحة الغرفة المربعة. إذن طول الضلع يساوي 6 .

[3-2-2] حل المعادلات بخاصية الجذر التربيعي
Using square root property to solve the equations

تعلمت في البند السابق كيفية حل المعادلة من الدرجة الثانية بمتغير واحد بطريقة التحليل باستعمال الفرق بين مربعين، والآن سوف نجد مجموعة الحل للمعادلة من الدرجة الثانية بمتغير واحد بطريقة خاصية الجذر التربيعي:

$\sqrt{x^2} = |x| \geq 0$

$25 = 5^2 \Rightarrow \sqrt{25} = \sqrt{(5^2)} = |5| = 5$

$25 = (-5)^2 \Rightarrow \sqrt{25} = \sqrt{(-5)^2} = |-5| = 5$

وبصورة عامة إذا كان a عدد حقيقي موجب فإنّ: $x^2 = a \Rightarrow x = \pm\sqrt{a}$

مثال (4) حل المعادلة التالية باستعمال قاعدة الجذر التربيعي وتحقق من صحة الحل:

$x^2 = 9 \Rightarrow x = \pm\sqrt{9} \Rightarrow x = \pm 3$

$\Rightarrow S = \{3, -3\}$

التحقق: كل قيمة في مجموعة الحل للمتغير x يجب أن تحقق المعادلة

$L.S = x^2 = 3^2 = 9 = R.S$

$L.S = x^2 = (-3)^2 = -3 \times -3 = 9 = R.S$

مثال (5) حل المعادلة التالية باستعمال قاعدة الجذر التربيعي:

i) $y^2 = 36 \Rightarrow y = \pm\sqrt{36} \Rightarrow y = \pm 6 \Rightarrow S = \{6, -6\}$

ii) $z^2 = \frac{9}{25} \Rightarrow z = \pm\sqrt{\frac{9}{25}} \Rightarrow z = \pm\frac{3}{5} \Rightarrow S = \{\frac{3}{5}, -\frac{3}{5}\}$

iii) $x^2 + 81 = 0 \Rightarrow x^2 = -81$ لايوجد لها حل في الأعداد الحقيقية (لايوجد عدد حقيقي مربعه سالب)

iv) $3y^2 = 7 \Rightarrow y^2 = \frac{7}{3} \Rightarrow y = \pm\sqrt{\frac{7}{3}} \Rightarrow y = \pm\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}} \Rightarrow S = \{\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}}, -\frac{\sqrt{7}}{\sqrt{3}}\}$

v) $4x^2 - 5 = 0 \Rightarrow 4x^2 = 5 \Rightarrow x^2 = \frac{5}{4} \Rightarrow x = \pm\sqrt{\frac{5}{4}} \Rightarrow y = \pm\frac{\sqrt{5}}{2} \Rightarrow S = \{\frac{\sqrt{5}}{2}, -\frac{\sqrt{5}}{2}\}$

ملاحظة: إذا ربّعت طرفي معادلة صحيحة فإنّ المعادلة الناتجة تبقى صحيحة $(y = x \Rightarrow y^2 = x^2)$، مثلاً:

$\sqrt{x} = 5 \Rightarrow (\sqrt{x})^2 = 5^2 \Rightarrow x = 25$

والعكس ليس صحيح أي أنّ: $x^2 = y^2 \nRightarrow x = y$

مثال (6) حل المعادلات التالية:

i) $3\sqrt{x} = 18 \Rightarrow \sqrt{x} = 6 \Rightarrow (\sqrt{x})^2 = 6^2 \Rightarrow x = 36 \Rightarrow S = \{36\}$

ii) $\sqrt{y+8} = 3 \Rightarrow (\sqrt{y+8})^2 = 3^2 \Rightarrow y + 8 = 9 \Rightarrow y = 9 - 8 \Rightarrow y = 1 \Rightarrow S = \{1\}$

iii) $\sqrt{5z} = 7 \Rightarrow (\sqrt{5z})^2 = 7^2 \Rightarrow 5z = 49 \Rightarrow z = \frac{49}{5} \Rightarrow S = \{\frac{49}{5}\}$

iv) $\sqrt{\frac{x}{13}} = 1 \Rightarrow (\sqrt{\frac{x}{13}})^2 = 1^2 \Rightarrow \frac{x}{13} = 1 \Rightarrow x = 13 \Rightarrow S = \{13\}$

71

التمرينات

Multiple Choice اختيار من متعدد

الدرس [3-2] حل المعادلات التربيعية بمتغير واحد
Solving Quadratic Equations with one variable

اختر الأجوبة الصحيحة لكل مما يأتي:

حل المعادلات التالية باستعمال العامل المشترك الأكبر والفرق بين مربعين:

1. $3x^2 - 12x = 0$ a) $x = \{4, -4\}$ b) $x = \{3, -3\}$ c) $x = \{0, 4\}$ d) $x = \{0, 3\}$
2. $7z^2 - 21 = 0$ a) $x = \{7, -7\}$ b) $x = \{3, -3\}$ c) $x = \{\frac{1}{3}, -\frac{1}{3}\}$ d) $x = \{\sqrt{3}, -\sqrt{3}\}$
3. $4(x^2 - 1) - 5 = 0$ a) $x = \{\frac{3}{2}, -\frac{3}{2}\}$ b) $x = \{\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\}$ c) $x = \{\frac{3}{2}, \frac{3}{2}\}$ d) $x = \{\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\}$
4. $(y + 7)^2 - 81 = 0$ a) $x = \{2, -2\}$ b) $x = \{16, -16\}$ c) $x = \{2, -16\}$ d) $x = \{-2, 16\}$
5. $3x^2 - 6 = 0$ a) $x = \{\sqrt{3}, -\sqrt{3}\}$ b) $x = \{\sqrt{2}, -\sqrt{2}\}$ c) $x = \{6, -6\}$ d) $x = \{2, -2\}$

حل المعادلات التالية باستعمال قاعدة الجذر التربيعي:

6. $x^2 = 144$ a) $x = \{7, -7\}$ b) $x = \{14, -14\}$ c) $x = \{12, -12\}$ d) $x = \{12, 12\}$
7. $32 - 2y^2 = 0$ a) $x = \{6, 6\}$ b) $x = \{4, -4\}$ c) $x = \{6, -6\}$ d) $x = \{4, 4\}$
8. $5z^2 = 9$ a) $x = \{\frac{3}{5}, -\frac{3}{5}\}$ b) $x = \{\frac{5}{3}, -\frac{5}{3}\}$ c) $x = \{\frac{3}{\sqrt{5}}, -\frac{3}{\sqrt{5}}\}$ d) $x = \{\frac{3}{\sqrt{5}}, \frac{3}{\sqrt{5}}\}$
9. $4(y^2 - 1) = 45$ a) $x = \{\frac{7}{2}, -\frac{7}{2}\}$ b) $x = \{\frac{7}{3}, -\frac{7}{3}\}$ c) $x = \{\frac{9}{4}, -\frac{9}{4}\}$ d) $x = \{\frac{7}{4}, -\frac{7}{4}\}$
10. $\frac{1}{2}z^2 = \frac{1}{6}$ a) $x = \{\frac{2}{3}, -\frac{2}{3}\}$ b) $x = \{\frac{\sqrt{3}}{3}, -\frac{\sqrt{3}}{3}\}$ c) $x = \{\frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}}\}$ d) $x = \{\frac{1}{3}, -\frac{1}{3}\}$
11. $x^2 - \frac{13}{16} = \frac{3}{16}$ a) $x = \{\frac{3}{4}, -\frac{3}{4}\}$ b) $x = \{\frac{\sqrt{3}}{4}, -\frac{\sqrt{3}}{4}\}$ c) $x = \{2, -2\}$ d) $x = \{1, -1\}$

109

Scanned with CamScanner

فكّر: اطلب الى الطلاب حلّ أسئلة فكّر، وقد يحتاج الطلاب ذوو المستوى الضعيف الى استعمال بعض الأمثلة .
السؤال (52 (i)) توزيع عملية الضرب على عملية الجمع ثم إستعمال خاصية الجذر التربيعي أو تحليل الفرق بين مربعين .

أكتب : اطلب إلى الطلاب حلّ سؤال أكتب وتابع إجاباتهم .

4 تقويمٌ

استعمل المسائل التالية كتقويم ختامي للطلاب قبل انتهاء الدرس .

حل المعادلات التالية :

1) $25x^2 - 4 = 0$, $S = \{\frac{2}{5}, \frac{-2}{-5}\}$

2) $y^2 = \frac{4}{9}$, $S = \{\frac{2}{3}, \frac{-2}{3}\}$

5 توسعةٌ

يمكنك تقديم تدريباتٍ اثرائيةٍ للطلاب من خلال صفحة الإثراء المرافقة وتابعهم وقدّم لهم المساعدة في أثناء الحلّ.

- **حل المعادلات التالية باستعمال الفرق بين مربعين :**

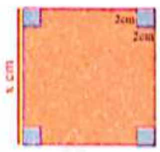
1) $\frac{1}{4}y^2 - 1 = 0 \Longrightarrow S = \{2, -2\}$

2) $3x^2 - 27 = 0 \Longrightarrow S = \{3, -3\}$

تدربْ وحلّ مسائل حياتية



37 **موكيت سجاد:** قطعة موكيت سجاد مستطيلة طولها 12m وعرضها 3m، قطّعت إلى اجزاء لتغطية أرضية غرفة مربعة الشكل. أكتب معادلة تمثل المسألة ثم جد طول ضلع الغرفة.



38 **هندسة:** قطعة كارتون مربعة الشكل طول ضلعها x cm، قطعت أربعة مربعات متساوية من زواياها طول ضلع كل مربع 2cm، وثُنيتْ لتكون صندوقاً دون غطاء على شكل متوازي سطوح مستطيلة حجمه $32\ cm^3$. أكتب معادلة تمثل المسألة ثم جد طول ضلع قطعة الكارتون الأصلية.



39 **نافورة:** صُمّم حوض سباحة مربع الشكل طول ضلعه 3m في منتصف حديقة مربعة الشكل، فكانت المساحة المتبقية من الحديقة والمحيطة بالحوض $40m^2$، أكتب معادلة تمثّل المسألة ثم جد طول ضلع الحديقة.

فكّر

40 **تحدٍّ:** حل المعادلات التالية:

i) $9(x^2 + 1) = 34$ ii) $4x^2 - 3 = 0$

41 هل المجموعة المعطاة تمثل مجموعة الحل للمعادلة أم لا؟

i) $(2y + 1)^2 = 16$, $\{\frac{3}{\sqrt{2}}, -\frac{3}{\sqrt{2}}\}$ ii) $3x^2 - 7 = 0$, $\{\frac{7}{\sqrt{3}}, -\frac{7}{\sqrt{3}}\}$

42 **أصحح الخطأ:** قال صلاح إنّ المجموعة $\{\frac{4}{\sqrt{5}}, -\frac{4}{\sqrt{5}}\}$ تمثل مجموعة الحل للمعادلة $5x^2 = 4$ اكتشف خطأ صلاح وصحّحه.

43 **حسٌ عدديٌ:** عدد صحيح موجب من رقم واحد لو أُنقص من مربعه واحد لكان الناتج عدد من مضاعفات العشرة. ما العدد؟

أكتب مجموعة الحل للمعادلة:

$(8 - 3y)^2 - 1 = 0$

73

تأكد من فهمك

حل المعادلات التالية باستعمال الفرق بين مربعين وتحقق من صحة الحل:

الأسئلة (1 - 3) مشابهة للمثال (2)

1 $x^2 - 16 = 0$ 2 $81 - y^2 = 0$ 3 $2z^2 - 8 = 0$

حل المعادلات التالية باستعمال الفرق بين مربعين:

الأسئلة (4 - 9) مشابهة للمثال (3)

4 $4x^2 - 9 = 0$ 5 $5y^2 - 20 = 0$

6 $(y + 2)^2 - 49 = 0$ 7 $(3 - z)^2 - 1 = 0$

8 $x^2 - 3 = 0$ 9 $y^2 - \frac{1}{9} = 0$

حل المعادلات التالية باستعمال قاعدة الجذر التربيعي:

الأسئلة (10 - 15) مشابهة للمثال (4)

10 $x^2 = 64$ 11 $z^2 = 7$

12 $2y^2 = \frac{49}{8}$ 13 $6z^2 - 5 = 0$

14 $4(x^2 - 12) = 33$ 15 $z^2 + \frac{2}{3} = \frac{5}{6}$

حل المعادلات التالية:

الأسئلة (16 - 18) مشابهة للمثال (5)

16 $3\sqrt{x} = 15$ 17 $\sqrt{y - 5} = 2$ 18 $\sqrt{2z} = 6$

تدربْ وحلّ التمرينات

حل المعادلات التالية وتحقق من صحة الحل:

19 $x^2 = 49$ 20 $5y^2 - 10 = 0$ 21 $3z^2 - 27 = 0$

حل المعادلات التالية باستعمال الفرق بين مربعين:

22 $9x^2 - 36 = 0$ 23 $7y^2 - 28 = 0$

24 $9(x^2 - 1) - 7 = 0$ 25 $(y + 5)^2 - 64 = 0$

26 $x^2 - 2 = 0$ 27 $y^2 - \frac{1}{36} = 0$

حل المعادلات التالية باستعمال قاعدة الجذر التربيعي:

28 $x^2 = 121$ 29 $50 - 2y^2 = 0$

30 $x^2 = \frac{1}{64}$ 31 $3y^2 = \frac{25}{3}$

32 $7(x^2 - 2) = 50$ 33 $\frac{1}{5}y^2 = \frac{1}{3}$

حل المعادلات التالية:

34 $6\sqrt{x} = 30$ 35 $\sqrt{y - 9} = 4$ 36 $\sqrt{4z} = 8$

72

الإثراء

حل المعادلات التالية باستعمال الفرق بين مربعين :

❶ $(x+1)^2 - \frac{9}{16} = 0 \Rightarrow x + 1 = \pm \frac{3}{4}$

$x = \frac{3}{4} - 1$ or $x = -\frac{3}{4} - 1 \Rightarrow S = \{-\frac{1}{4}, \frac{-7}{4}\}$

❷ $y^2 - \frac{2}{25} = 0$

$y = \pm\frac{\sqrt{2}}{5} \Rightarrow S = \{\frac{\sqrt{2}}{5}, -\frac{\sqrt{2}}{5}\}$

حل المعادلة التالية باستعمال قاعدة الجذر التربيعي:

❸ $2z^2 - \frac{49}{50} = 0$ $z = \pm\frac{7}{10}$ $S = \{\frac{7}{10}, -\frac{7}{10}\}$

❹ $3y^2 - \frac{8}{3} = 0 \Rightarrow y = \pm\sqrt{\frac{8}{9}} = \pm\frac{2\sqrt{2}}{3}$

$\Rightarrow S = \{\frac{2\sqrt{2}}{3}, -\frac{2\sqrt{2}}{3}\}$

❺ **حل المعادلة الآتية :**

1) $\frac{2}{3}\sqrt{y} = 4 \Rightarrow \sqrt{y} = 6 \Rightarrow (\sqrt{y})^2 = 6^2$ بتربيع طرفي المعادلة

$y = 36$

Scanned with CamScanner

الدرس 3-3 حل المعادلات التربيعية بالتجربة

نتاجات التعلّم	حل المعادلات من الدرجة الثانية المؤلفة من ثلاثة حدود بالتحليل بالتجربة.
المواد والوسائل	ورقة عمل فيها المقادير الآتية : $1)\ x^2 + 2x - 15\ ,\ 2)\ y^2 - 3y + 2$

1 تهيئة

اطلب الى الطلاب توقع نتاجات التعلم لهذا الدرس من خلال عنوان الدرس وناقشهم فيها ثم ثبتّها على السبورة.

• هيئ الطلاب لفكرة الدرس من خلال الأنشطة الآتية: نظم الطلاب في مجاميع صغيرة واعط كل مجموعة ورقة العمل المعدة مسبقاً .

• اطلب إلى المجموعات تحليل المقادير الجبرية الى قوسين باستعمال التجربة .

اسأل الطلاب :

• ما نوع اشارة القوسين في المقدار الاول ؟ مختلفتان.

• ما نوع اشارة القوسين في المقدار الثاني ؟ متشابهتان .

$1)\ x^2 + 2x - 15 = (x+5)(x-3)$

$2)\ y^2 - 3y + 2 = (y-2)(y-1)$

• سجل نتائج المجموعات واعلن الفائز منها.

اكتب على السبورة المعادلة الآتية :

$2x^2 - 7x - 4 = 0$

• اسأل الطلاب : هل يمكن حل هذه المعادلة وايجاد قيمة المتغير باستعمال التحليل بالتجربة ؟

•استمع إلى إجاباتهم وقل لهم إنهم سيدرسون في هذا الدرس حل معادلات من الدرجة الثانية بمتغير واحد في مجموعة الاعداد الحقيقية باستعمال التحليل بالتجربة.

2 شرحٌ وتفسيرٌ

تَعلّمْ: وجه الطلاب إلى فقرة تَعلّمْ وأُطلب إليهم قراءة المعلومة المعطاة ، وهيئهم للمثال (1) من خلال التقديم الذي يتبع فقرة تَعلّمْ .

• اسأل الطلاب : كيف احصل على حل للمعادلة

$x^2 + x - 240 = 0$

• قدم المثالين (2) لتبين للطلاب كيفية حل معادلات الدرجة الثانية بمتغير واحد بالتحليل بالتجربة في مجموعة الاعداد الحقيقية .

• قدم المثالين (4) لتبين للطلاب امثلة متنوعة لحل معادلة من الدرجة الثانية باستعمال تحليل مقدار جبري بالتجربة مع وجود معامل الى المتغير في معادلة .

الدرس [3-3] حل المعادلات التربيعية بالتجربة

Using Probe and Error to solve the Quadratic Equations

فكرة الدرس
• حل المعادلات من الدرجة الثانية المؤلفة من ثلاثة حدود بالتحليل بالتجربة

المفردات
• المعادلة التربيعية
• التجربة



إذا كان طول ملعب كرة السلة يزيد بمقدار 2m على ضعف عرضه، ومساحته $480m^2$ فما بُعدي الملعب؟

[3-3-1] حل المعادلة $x^2 + bx + c = 0$

Solving the equation $x^2 + bx + c = 0$

تعرفت سابقاً كيفية ايجاد تحليل مقدار جبري مؤلف من ثلاثة حدود بواسطة التجربة، والآن سوف تستعمل التحليل في حل المعادلات من الدرجة الثانية والمؤلفة من ثلاثة حدود $x^2 + bx + c = 0$ إذ b,c اعداد حقيقية (تحلل المقدار الى قوسين بإشارتين مختلفتين أو بإشارتين متشابهتين بحسب إشارة الحد المطلق والحد الأوسط)

مثال (1) ايجاد بُعدي ملعب كرة السلة

نفرض أن عرض الملعب بالمتغير x ، ولذا فإن طول الملعب يكون 2x + 2

مساحة الملعب = الطول × العرض

$x(2x+2) = 480 \Rightarrow 2x^2 + 2x - 480 = 0 \Rightarrow x^2 + x - 240 = 0$

$\Rightarrow (x+16)(x-15) = 0$ الحد الأوسط $-15x + 16x = x$

$\Rightarrow x + 16 = 0 \Rightarrow x = -16$ يهمل لانه لايوجد طول بالسالب

$\text{or } x - 15 = 0 \Rightarrow x = 15$

لذا عرض الملعب 15m وطوله $2 \times 15 + 2 = 32m$

مثال (2) حل المعادلات التالية بالتحليل بالتجربة:

i) $x^2 - 7x + 12 = 0 \Rightarrow (x-3)(x-4) = 0 \Rightarrow x = 3 \text{ or } x = 4 \Rightarrow S = \{3, 4\}$

ii) $y^2 + 8y + 15 = 0 \Rightarrow (y+3)(y+5) = 0 \Rightarrow y = -3 \text{ or } y = -5 \Rightarrow S = \{-3, -5\}$

iii) $z^2 + z - 30 = 0 \Rightarrow (z+6)(z-5) = 0 \Rightarrow z = -6 \text{ or } z = 5 \Rightarrow S = \{-6, 5\}$

iv) $x^2 - 2x - 63 = 0 \Rightarrow (x-9)(x+7) = 0 \Rightarrow x = 9 \text{ or } x = -7 \Rightarrow S = \{9, -7\}$

v) ما العدد الذي مربعه يزيد عليه بمقدار 12؟

نفرض العدد x ، فيكون مربع العدد x^2، والجملة العددية التي تمثل المسألة هي

$x^2 - x = 12 \Rightarrow x^2 - x - 12 = 0 \Rightarrow (x-4)(x+3) = 0 \Rightarrow x = 4 \text{ or } x = -3$

لذا العدد إما 4 أو -3

74

إعادة التعليم

لحل معادلة من الدرجة الثانية مؤلفة من ثلاثة حدود بالتحليل بالتجربة يفتح قوسان بإشارتين مختلفتين أو متشابهتين بحسب إشارة الحد المطلق والحد الأوسط فسوف تحصل على قيمتين للمتغير. وكما في المثالين الآتيين :

حل المعادلات التالية بالتحليل بالتجربة :

$1)\ 2y^2 - 11y + 12 = 0 \Rightarrow (y-4)(2y-3) = 0$

$\Rightarrow y = 4 \text{ or } y = \frac{3}{2} \Rightarrow S = \{4, \frac{3}{2}\}$

$2)\ z^2 - 4z - 21 = 0 \Rightarrow (z+3)(z-7) = 0$

$\Rightarrow z = -3 \text{ or } z = 7 \Rightarrow S = \{-3, 7\}$

تدريباتٌ

حل المعادلات التالية بالتحليل بالتجربة :

$1)\ x^2 + 2x - 35 = 0 \quad ، \quad S = \{-7, 5\}$

$2)\ 7y - 5y^2 + 6 = 0 \quad ، \quad S = \{2, \frac{-3}{5}\}$

$3)\ z^2 - z - 12 = 0 \quad ، \quad S = \{-3, 4\}$

Scanned with CamScanner

أمثلة إضافية: قدّم الأمثلة الاضافية التالية لتعزيز مفاهيم الدرس وهي مشابهة تماماً لأمثلة الدرس في كتاب الطالب.

حل المعادلات التالية بالتحليل بالتجربة :

1) $z^2 - 2z - 15 = 0$ ، $S = \{5, -3\}$

2) $21 + 32y + 12y^2 = 0$ ، $S = \{\frac{-7}{6}, \frac{-3}{2}\}$

3) $27 - 3x - 4x^2 = 0$ ، $S = \{-3, \frac{9}{4}\}$

تأكد من فهمك: أطلب إلى الطلاب حلّ تدريبات تأكد من فهمك داخل الصف وراقب اجاباتهم .

- الأسئلة (6-1) يتطلب الحل استعمال التحليل بالتجربة.
- الأسئلة (9-7) يتطلب الحل وضع فرضية للمسألة وتكوين معادلة من الدرجة الثانية بمتغير واحد ثم حلها باستعمال التحليل بالتجربة.
- يمكن تقديم صفحة إعادة التعليم المرافقة للطلاب الذين لم يتمكنوا من حلّ تدريبات تأكد من فهمك بشكلٍ صحيح.
- اطلب إلى الطلاب حلّ التدريبات (8 ، 6 ، 4 ، 2) من صفحة تمرينات الدرس كواجب بيتي.

خطأ متوقع: قد يخطئ بعض الطلاب عند كتابة معادلة جبرية تمثل مسألة لفظية فيكتبون معادلة لايمكن حلها ،فذكرهم بان عليهم التأكد من المعادلة التي تمثل المسألة .

3 تدريبٌ

ناقش مع الطلاب الواجب البيتيّ وتحقق من قدرتهم على حلّ التمرينات وقدّم صفحة إعادة التعليم للطلاب الذين لم يتمكنوا من حلّ الواجب البيتي.

تدرّب وحلّ التمرينات: اطلب الى الطلاب حلّ تمرينات تدرّب وحلّ التمرينات وتابع اجاباتهم .

- السؤال (22) يتطلب الحل كتابة معادلة تمثل المسألة اولاً ،ثم حلها .

تدرّب وحلّ مسائل حياتية: أطلب إلى الطلاب حلّ المسائل الحياتية وتابع اجاباتهم .

- السؤال (32) يتطلب حل السؤال فرض عرض الملعب يساوي x ثم كتابة الطول بدلالة العرض 2x+4 وكتابة المعادلة التي تمثل المسألة ، ثم حلها .
- السؤال (33,34) يتطلب حل المسألة فرض العرض بمتغير ثم ايجاد الطول بدلالة العرض ثم كتابة معادلة تمثل المسألة .

[3-3-2] حل المعادلة $ax^2+bx+c=0$ وأن $a \neq 0$

Solving the equation $ax^2+bx+c=0$, $a \neq 0$

تعلمت سابقاً حل معادلة من الدرجة الثانية بطريقة التجربة وأن المتغير x^2 من دون معامل، اما الآن فستتعلم كيفية حل المعادلة نفسها ولكن مع وجود معامل للمتغير x^2

مثال (3) مسبح يقل طوله عن ثلاثة أمثال عرضه بمقدار 1m. فاذا كانت مساحة المسبح $140\ m^2$ ، جد أبعاده



نفرض عرض المسبح بالمتغير x

لذا طول المسبح 3x - 1

المعادلة التي تمثل المسألة هي $x(3x-1) = 140$ ، نحل المعادلة

$x(3x-1) = 140 \Rightarrow 3x^2 - x - 140 = 0$

$\Rightarrow (3x+20)(x-7) = 0$

$\Rightarrow \begin{cases} 3x+20=0 \Rightarrow x = -\frac{20}{3} \\ \text{or } x-7=0 \Rightarrow x=7 \end{cases}$

يهمل لانه لايوجد طول بالسالب

لذا عرض المسبح 7m وطوله 20m

مثال (4) حل المعادلات التالية بالتحليل بالتجربة:

i) $4y^2 - 14y + 6 = 0 \Rightarrow (4y-2)(y-3) = 0$

$\Rightarrow \begin{cases} 4y-2=0 \Rightarrow y=\frac{1}{2} \\ \text{or } y-3=0 \Rightarrow y=3 \Rightarrow S=\{\frac{1}{2}, 3\} \end{cases}$

ii) $3x^2 + 18x - 21 = 0 \Rightarrow (3x-3)(x+7) = 0$

$\Rightarrow \begin{cases} 3x-3=0 \Rightarrow x=1 \\ \text{or } x+7=0 \Rightarrow x=-7 \Rightarrow S=\{1, -7\} \end{cases}$

iii) $20 + 13z + 2z^2 = 0 \Rightarrow (4+z)(5+2z) = 0$

$\Rightarrow \begin{cases} 4+z=0 \Rightarrow z=-4 \\ \text{Or } 5+2z=0 \Rightarrow z=-\frac{5}{2} \Rightarrow S=\{-4, -\frac{5}{2}\} \end{cases}$

iv) $9x^2 - 69x - 24 = 0 \Rightarrow 3(3x^2-23x-8) = 0 \Rightarrow 3x^2 - 23x - 8 = 0$

$\Rightarrow (3x+1)(x-8) = 0$

$\Rightarrow \begin{cases} 3x+1=0 \Rightarrow x=-\frac{1}{3} \\ \text{or } x-8=0 \Rightarrow x=8 \Rightarrow S=\{-\frac{1}{3}, 8\} \end{cases}$

75

التمرينات

الاختيار من متعدد Multiple Choice

الدرس [3-3] حل المعادلات التربيعية بطريقة التجربة

Using Probe and Error to solve the Quadratic Equations

اختر الاجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

حل المعادلات التالية بالتحليل بالتجربة:

1. $y^2 + 10y + 21 = 0$ a) s={3,-7} b) s={-3,7} c) s={-3,-7} d) s={3,7}
2. $x^2 - 5x - 36 = 0$ a) s={7,-8} b) s={-4,9} c) s={4,-9} d) s={-4,-9}
3. $x^2 - 8x - 48 = 0$ a) s={4,12} b) s={4,-12} c) s={-4,12} d) s={-4,-12}
4. $4y^2 + 18y + 18 = 0$ a) s={-3, $\frac{3}{4}$} b) s={3, $\frac{3}{4}$} c) s={3, $\frac{3}{2}$} d) s={-3, $\frac{-3}{2}$}
5. [illegible] a) s={1,7} b) s={-1,7} c) s={-1,-7} d) s={1,-7}
6. [illegible] a) [illegible] b) s={1,-11} c) s={11,-1} d) s={-1,-11}
7. $32 + 12x - 9x^2 = 0$ a) s={$\frac{4}{3}$, $\frac{8}{3}$} b) s={$\frac{-4}{3}$, $\frac{-8}{4}$} c) s={$\frac{4}{3}$, $\frac{-8}{3}$} d) s={$\frac{-4}{3}$, $\frac{8}{3}$}
8. ما العدد الذي مربعه يزيد عليه بمقدار 42 ؟

a) s={7,6} b) s={7,-6} c) s={-7,6} d) s={-7,-6}

9. عددان حاصل ضربهما 54 ، أحدهما يزيد عن الآخر بمقدار 3 . فما العددان؟

a) s={6,9} b) s={6,-9} c) s={-6,9} d) s={-6,-9}

10. عددان حاصل ضربهما 48 ، أحدهما يقل عن الآخر بمقدار 8 . فما العددان؟

a) s={8,6} b) s={12,-4} c) s={10,4} d) s={-12,-4}

110

Scanned with CamScanner

فكر: اطلب الى الطلاب حلّ أسئلة فكّر ، وقد يحتاج الطلاب ذوو المستوى الضعيف الى بعض الأمثلة.

اكتب: اطلب إلى الطلاب حل سؤال أكتب وتابع إجاباتهم .

4 تقويمٌ

استعمل المسائل التالية كتقويمٍ ختاميّ للطلاب قبل انتهاء الدرس .

حل المعادلات الاتية :

1) $3x^2 - 17x + 20 = 0$ ، $S = \{4, \frac{5}{3}\}$

2) $5y^2 + 17y - 12 = 0$ ، $S = \{-4, \frac{3}{5}\}$

5 توسعةٌ

يمكنك تقدّيم تدريباتٍ اثرائيةٍ للطلاب من خلال صفحة الإثراء المرافقةِ وتابّعهم وقدم لهم المساعدة في أثناء الحلّ.

- **اطلب إليهم حل المعادلة الآتية :**

1) $y(4y-1) = 14$ ، $S = \{2, \frac{-7}{4}\}$

2) $2x^2 + \sqrt{3}\,x - 3 = 0$ ، $S = \{-\sqrt{3}, \frac{\sqrt{3}}{2}\}$

تدربْ وحلّ مسائل حياتية

32 **رياضة:** إذا كان طول صورة إعلانية لملعب كرة القدم يزيد بمقدار 4m على ضعف عرضها، فما بعدا الصورة إذا كانت مساحتها $160\ m^2$ ؟



33 **حقل نعام:** إذا كان طول حقل لتربية طيور النعام يقل بمقدار 4m عن ضعف عرضه، فإذا كانت مساحة الحقل $96m^2$ ، فهل يكفي سياج طوله 44m لتحويط الحقل؟



34 **اطار صورة:** اشترى سامر إطار لصورة، طوله ضعف عرضه. يحتاج سامر إلى تصغير الإطار بمقدار 2cm من طوله وعرضه ليصبح مناسباً للصورة، فما أبعاد الإطار الذي اشتراه سامر، إذا كانت مساحة الصورة $40cm^2$ ؟



فكّر

35 **تحدٍّ:** حل المعادلات التالية بالتحليل بالتجربة:

ii) $3y^2 - 11y + 10 = 80$ i) $(x-3)(x+2) = 14$

36 **وضّح:** هل أن المجموعة المعطاة تمثل مجموعة حل للمعادلة أم لا؟

ii) $42 - 33y + 6y^2 = 0$, $\{2, \frac{7}{2}\}$ i) $4x^2 + 2x = 30$, $\{\frac{-2}{5}, 3\}$

37 **أصحّح الخطأ:** قالت رنا ان مجموعة الحل للمعادلة $2x^2 - 34x + 60 = 0$ هي $\{3,15\}$. أحدد خطأ رنا وأصحّحه.

أكتب

معادلة تمثل المسألة التالية ثم جد حلها:

ما العدد الذي ينقص ضعفه عن مربعه بمقدار 35 ؟

77

تأكد من فهمك

حل المعادلات التالية بالتحليل بالتجربة:

الأسئلة (1 - 6) مشابهة للمثال (2)

$x^2 - 9x + 18 = 0$

2 $x^2 - 4x - 32 = 0$

$y^2 + 45y - 49 = 0$

4 $y^2 + 9y - 36 = 0$

$x^2 - 3x + 2 = 0$

6 $y^2 - 8y - 33 = 0$

الأسئلة (7 - 9) مشابهة للمثال (1)

7 ما العدد الذي مربعه يزيد على ضعفه بمقدار 35 ؟

8 ما العدد الذي لو أضيف 4 أمثاله إلى مربعه لكان الناتج 45 ؟

9 سجادة طولها يزيد على عرضها بمقدار 2m ومساحتها $48m^2$. ما أبعاد السجادة؟

حل المعادلات الآتية:

الأسئلة (10 - 14) مشابهة للمثال (4)

$15x^2 - 11x - 14 = 0$

11 $6 + 7x - 5x^2 = 0$

$42 + 64y + 24y^2 = 0$

13 $36 - 75x + 6x^2 = 0$

$70 - 33y + 2y^2 = 0$

السؤال (15) مشابه للمثال (3)

15 أرض مستطيلة الشكل يزيد طولها بمقدار 4m على عرضها. ما بُعدا الأرض إذا كانت مساحتها $60m^2$ ؟

تدربْ وحلّ التمرينات

حل المعادلات التالية بالتحليل بالتجربة:

$x^2 - 15x + 56 = 0$

17 $y^2 + 16y + 63 = 0$

$x^2 + 15x - 16 = 0$

19 $y^2 - y - 42 = 0$

$x^2 - 4x + 3 = 0$

21 $y^2 - 6y - 55 = 0$

22 قطعة معدن مستطيلة الشكل ينقص عرضها بمقدار 2m عن طولها. ما بُعدا القطعة المعدنية إذا كانت مساحتها $24m^2$ ؟

$12x^2 - 20x + 7 = 0$

24 $28 + 2z - 8z^2 = 0$

$81 - 9x - 12x^2 = 0$

26 $50z^2 + 10z - 4 = 0$

27 صالة طعام ينقص طولها عن مثلي عرضها بمقدار 3m ومساحتها $54m^2$. ما أبعاد الصالة؟

جد مجموعة الحل للمعادلات التالية وتحقق من صحة الحل:

$x^2 - 4x + 3 = 0$

29 $y^2 - 9y - 36 = 0$

$4 - 26x + 12x^2 = 0$

31 $80 - 38y + 3y^2 = 0$

76

الإثراء

حل المعادلات التالية بالتحليل بالتجربة :

1 $z^2 + 13z + 42 = 0$

$z = -6$ or $z = -7 \Rightarrow S = \{-6, -7\}$

2 $y^2 - 6y - 55 = 0$

$y = 11$ or $y = -5 \Rightarrow S = \{11, -5\}$

3 $6x^2 - 75x + 36 = 0$

$x = 12$ or $x = \frac{1}{2} \Rightarrow S = \{12, \frac{1}{2}\}$

4 $3y^2 + 5y - 12 = 0$

$y = -3$ or $y = \frac{4}{3} \Rightarrow S = \{-3, \frac{4}{3}\}$

5 $11z^2 - 41z - 12 = 0$

$z = 4$ or $z = \frac{-3}{11}$ $S = \{4, \frac{-3}{11}\}$

6 عدد مكون من رقمين ،فإذا كان رقم عشراته يزيد على رقم احادة بمقدار 1 وحاصل ضرب رقمية 42 ،فما هو العدد؟

نفرض ان رقم الآحاد هو x ،

فيكون رقم العشرات x+1 ،والمعادلة التي تمثل المسألة هي:

$x(x+1) = 42 \Rightarrow x^2 + x - 42 = 0$

$(x+7)(x-6) = 0 \Rightarrow x = -7$ يهمل

$\Rightarrow x = 6$

العدد هو 76

Scanned with CamScanner

الدرس 3-4 حل المعادلات التربيعية بالمربع الكامل

نتاجات التَعلّم	حل المعادلات التربيعية بطريقة إكمال المربع.
المواد والوسائل	ورقة عمل فيها المقادير الآتية: 1) $x^2 - 4x + 4$ 2) $y^2 + 6y + 9$

1 تهيئة

اطلب الى الطلاب توقع نتاجات التعلّم لهذا الدرس من خلال عنوان الدرس وناقشهم فيها ثم ثبتها على السبورة.

• هيىء الطلاب لفكرة الدرس من خلال الأنشطة الآتية: نظّم الطلاب في مجموعات صغيرة وأعطِ كل مجموعةٍ ورقة العمل المعدة مسبقاً.

• اطلب إلى المجموعات تحليل المقادير الجبرية باستعمال طريقة المربع الكامل.

اسأل الطلاب :

• متى يحلل المقدار الجبري المؤلف من ثلاثة حدود كمربع كامل؟

أولاً :ان يكون الحد الاول والحد الاخير مربعات كاملة باشارة موجبة، ثانياً :الحد الأوسط يساوي ضعف حاصل ضرب جذر الحد الاول في جذر الحد الاخير .

1) $x^2 - 4x + 4 = (x - 2)^2$

2) $y^2 + 6y + 9 = (y + 3)^2$

• سجل نتائج المجموعات واعلن الفائز منها.

• اكتب على السبورة المعادلة الآتية: $x^2 - 2x + 1 = 0$

• اسأل الطلاب :

• هل يمكن حل هذه المعادلة وإيجاد قيمة المتغير باستعمال تحليل المقدار كمربع كامل ؟

• استمع إلى إجاباتهم وقل لهم إنهم سيدرسون في هذا الدرس حل معادلات من الدرجة الثانية بالمربع الكامل في مجموعة الاعداد الحقيقية

2 شرحٌ وتفسيرٌ

تعلّم: وجّه الطلاب إلى فقرة تَعلّم وأُطلب إليهم قراءة المعلومة المعطاة ، وهيئهم للمثال (1) من خلال التقديم الذي يتبع فقرة تَعلّم .

• اسأل الطلاب :كيف يتحقق من ان المقدار في الطرف الايسر يمثل مربعاً كاملاً ؟

الحد الوسط = 2 ×(جذر الحد الأول×جذر الحد الأخير)

•قدّم المثال (3)لتبين للطلاب كيفية حل معادلات تربيعية بطريقة إكمال المربع .

• قدّم المثال (4) تبين للطلاب كيفية حل مسألة تمثل معادلة تربيعية يمكن حلها بطريقة إكمال المربع .

الدرس [3-4] حل المعادلات التربيعية بالمربع الكامل
Solving the Quadratic Equations by Perfect Square

فكرة الدرس
• حل المعادلات التربيعية بطريقة إكمال المربع

المفردات
• الحد الأول
• الحد الأخير
• مربع كامل
• إكمال المربع

تعلّم



الجكوار (Panthera onca) هو أحد السنوريات الكبرى المنتمية لجنس النمور ، جد قيمة x من المعادلة $x^2 - 20x + 100 = 0$ والتي تمثل طول ضلع المنطقة المربعة المحددة له بالمتر المربع في حديقة الحيوانات

[3-4-1] حل المعادلات التربيعية بالمربع الكامل
Solving the quadratic equations by perfect square

تعرفت سابقاً كيفية تحليل مقدار جبري على هيئة مربع كامل، والآن سوف نستعمل هذا التحليل في حل معادلات بالتحليل بالمربع الكامل لإيجاد مجموعة الحل للمعادلة

مثال (1) ما المقدار الذي يمثله طول ضلع المنطقة المربعة؟

$x^2 - 20x + 100 = 0$ نتحقق من الطرف الايسر من المعادلة لنتأكد من ان المقدار يمثل مربعاً كاملاً

$2(x \times 10)$ مربع كامل لان: الحد الاوسط = 2×(جذر الحد الأول×جذر الحد الاخير)

$x^2 - 20x + 100 = 0 \Rightarrow (x - 10)^2 = 0 \Rightarrow (x - 10)(x - 10) = 0$ تحليل المقدار

$\Rightarrow \begin{cases} x - 10 = 0 \Rightarrow x = 10 \\ \text{or } x - 10 = 0 \Rightarrow x = 10 \end{cases}$

لذا طول ضلع المنطقة المربعة المخصصة للنمر هو 10m

مثال (2) حل المعادلات التالية بالمربع الكامل:

i) $4x^2 + 20x + 25 = 0$ الحد الاوسط $2 \times (2x \times 5) = 20x$

$\Rightarrow (2x + 5)^2 = 0 \Rightarrow 2x + 5 = 0 \Rightarrow 2x = -5 \Rightarrow x = -\frac{5}{2}$ نأخذ احد العوامل المتكررة

ii) $y^2 - y + \frac{1}{4} = 0$ الحد الاوسط $2 \times (y \times \frac{1}{2}) = y$

$\Rightarrow (y - \frac{1}{2})^2 = 0 \Rightarrow y - \frac{1}{2} = 0 \Rightarrow y = \frac{1}{2}$ نأخذ احد العوامل المتكررة

iii) $3 - 6\sqrt{3}z + 9z^2 = 0$ الحد الاوسط $2 \times (\sqrt{3} \times 3z) = 6\sqrt{3}z$

$\Rightarrow (\sqrt{3} - 3z)^2 = 0 \Rightarrow \sqrt{3} - 3z = 0 \Rightarrow 3z = \frac{1}{\sqrt{3}}$ نأخذ احد العوامل المتكررة

78

إعادة التعليم

لحل المعادلة التربيعية بالمربع الكامل ، الحد الوسط يساوي x^2 (2 × جذر الاول × الجذر الثاني).

1) حل المعادلة التالية بالمربع الكامل :

$y^2 - 18y + 81 = 0 \quad (y - 9)^2 = 0$

$\Rightarrow y - 9 = 0 \quad y = 9$ نأخذ أحد العوامل المتكررة

أما التحليل بطريقة إكمال المربع يتم بإضافة (مربع نصف معامل x) الى طرفي المعادلة بعد قسمة حدود المعادلة على معامل x^2 .

2) حل المعادلة التالية بطريقة إكمال المربع :

$z^2 - 8z = 9 \Rightarrow z^2 - 8z + 16 = 9 + 16$

$\Rightarrow (z - 4)^2 = 25 \Rightarrow (z - 4) = \pm 5$

$\Rightarrow \begin{cases} z - 4 = 5 \Rightarrow z = 9 \\ \text{or } z - 4 = -5 \Rightarrow z = -1 \end{cases} \Rightarrow S = \{9, -1\}$

تدريبات

جد مجموعة الحل للمعادلات الآتية :

1) $y^2 - 8y + 16 = 0$, $y = 4$

2) $x^2 + 2\sqrt{3}x + 3 = 0$, $x = -\sqrt{3}$

3) $z^2 - z = 1$, $S = \{\frac{1+\sqrt{5}}{2}, \frac{1-\sqrt{5}}{2}\}$

Scanned with CamScanner

أمثلة اضافية : قدّم الأمثلة الاضافية التالية لتعزيز مفاهيم الدرس وهي مشابهةٌ تماماً لأمثلة الدرس في كتاب الطالب.

حل المعادلات التالية بالتحليل بالمربع الكامل:

1) $y^2 + 22y + 122 = 0$, $y = -11$

2) $z^2 - 2\sqrt{7}z + 7 = 0$, $z = \sqrt{7}$

حل المعادلة التالية باكمال المربع:

3) $y^2 + \frac{3}{2}y = 1,$

$y^2 + \frac{3}{2}y + \frac{9}{16} = \frac{25}{16}$, $S = \{\frac{1}{2}, -2\}$

تأكد من فهمك: أطلب إلى الطلاب حلّ تدريبات تأكد من فهمك داخل الصف وراقب اجاباتهم .

• الأسئلة (7-12) يتطلب الحل جعل حدود المتغير في الطرف الايسر والحد المطلق (العدد) في الطرف الايمن ثم اجراء الخطوات الازمة باكمال المربع.

• يمكن تقديم صفحة إعادة التعليم المرافقة للطلاب الذين لم يتمكنوا من حل تدريبات تأكد من فهمك بشكلٍ صحيح.

• اطلب إلى الطلاب حلّ التدريبات (7، 6، 5، 3) من صفحة تمرينات الدرس كواجب بيتي.

خطأ متوقع: قد يخطئ بعض الطلاب عند حل المعادلات باكمال المربع عند وجود معامل الى x^2 فلا يقسمون عليه في الخطوة الاولى ،فذكر هم بان يقسموا على معامل x^2 اولا ثم يضيفوا مربع نصف معامل x الى طرفي المعادلة .
يعطي قيمة واحدة للمتغير و هي التي تحقق المعادلة

3 تدريبٌ

ناقش مع الطلاب الواجب البيتيّ وتحقق من قدرتهم على حلّ التمرينات وقدّم صفحة إعادة التعليم للطلاب الذين لم يتمكنوا من حلّ الواجب البيتي.

تدرب وحل التمرينات: اطلب الى الطلاب حلّ تمرينات تدرّب وحلّ التمرينات وتابع اجاباتهم .

• الأسئلة (25-27) يتطلب حلّ المعادلة استعمال تقريب العدد الى المربع الكامل في الطرف الأيمن .

تدرّب وحلّ مسائل حياتية: أطلب إلى الطلاب حلّ المسائل الحياتية وتابع اجاباتهم .

• السؤال (28) يتطلب الحلُ التحليل بالمربع الكامل لأيجاد قيمة المتغير.

• السؤال (29) يتطلب الحلُ أولاً كتابة المعادلة التي تمثل المسألة ثم ايجاد مجموعة الحل للمعادلة.

[3-4-2] حل المعادلات التربيعية بإكمال المربع
Solving quadratic equations by completing the square

الآن سوف تتعرف الى كيفية حل معادلة من الدرجة الثانية بطريقة إكمال المربع:

1) نضع المعادلة التربيعية بالصورة $ax^2 + bx = -c$ ، حيث $a \neq 0$.
2) إذا كان $a \neq 1$ فنقسم المعادلة على a .
3) نضيف إلى طرفي المعادلة المقدار (مربع نصف معامل x)
4) نحلل الطرف الأيسر الذي أصبح مربعاً كاملاً بعد الخطوة 3 ، ونبسط الطرف الأيمن.
5) نأخذ الجذر التربيعي للطرفين ونجد قيم x .

مثال (3) حل المعادلات التالية بطريقة إكمال المربع:

i) $x^2 - 4x - 12 = 0 \Rightarrow x^2 - 4x = 12$

$\Rightarrow x^2 - 4x + 4 = 12 + 4$

$\Rightarrow x^2 - 4x + 4 = 16 \Rightarrow (x-2)^2 = 16$

$\Rightarrow x - 2 = \pm 4 \Rightarrow \begin{cases} x - 2 = 4 \Rightarrow x = 6 \\ \text{or } x - 2 = -4 \Rightarrow x = -2 \end{cases} \Rightarrow S = \{6, -2\}$

ii) $2y^2 - 3 = 3y \Rightarrow 2y^2 - 3y = 3$

$\Rightarrow y^2 - \frac{3}{2}y = \frac{3}{2}$

$\Rightarrow y^2 - \frac{3}{2}y + \frac{9}{16} = \frac{3}{2} + \frac{9}{16}$

$\Rightarrow (y - \frac{3}{4})^2 = \frac{33}{16}$

$\Rightarrow y - \frac{3}{4} = \pm\frac{\sqrt{33}}{4}$

$\Rightarrow \begin{cases} y - \frac{3}{4} = \frac{\sqrt{33}}{4} \Rightarrow y = \frac{3+\sqrt{33}}{4} \\ \text{or } y - \frac{3}{4} = -\frac{\sqrt{33}}{4} \Rightarrow y = \frac{3-\sqrt{33}}{4} \end{cases} \Rightarrow S = \left\{\frac{3-\sqrt{33}}{4}, \frac{3+\sqrt{33}}{4}\right\}$

مثال (4) مستطيل يزيد طوله على عرضه بمقدار 2cm ، قدّر طول المستطيل وعرضه بالتقريب لأقرب عدد صحيح إذا كانت مساحته $36cm^2$.

نفرض عرض المستطيل بالمتغير x فيكون طول المستطيل هو x + 2
والمعادلة التي تمثل المسألة:

$x(x+2) = 36$

$\Rightarrow x^2 + 2x = 36$

$\Rightarrow x^2 + 2x + 1 = 36 + 1$

$\Rightarrow (x+1)^2 = 37 \Rightarrow x + 1 = \pm\sqrt{37} \Rightarrow x + 1 \approx \pm 6$

$\Rightarrow \begin{cases} x + 1 \approx 6 \Rightarrow x \approx 5 \\ \text{or } x + 1 \approx -6 \Rightarrow x \approx -7 \end{cases}$ يهمل

لذا عرض المستطيل التقريبي 5cm وطوله 7cm

79

التمرينات

Multiple Choice

الدرس [3-4] حل المعادلات التربيعية بإكمال المربع
Using Completing the Square to solve the Quadratic Equations

اختر الاجابة الصحيحة لكل مما يأتي:
حل المعادلات التالية بالمربع الكامل:

1 $x^2 + 6x + 9 = 0$ a) $x = 6$ b) $x = -3$ c) $x = 4$ d) $x = 3$

2 $4z^2 - 20z + 25 = 0$ a) $z = \frac{-5}{2}$ b) $z = \frac{-2}{5}$ c) $z = \frac{5}{2}$ d) $z = \frac{2}{5}$

3 $\frac{1}{16} - \frac{1}{2}x + x^2 = 0$ a) $y = \frac{1}{4}$ b) $y = \frac{-1}{4}$ c) $y = \frac{1}{2}$ d) $y = \frac{-1}{2}$

4 $y^2 - 2\sqrt{3}y + 3 = 0$ a) $y = -3$ b) $y = 3$ c) $y = -\sqrt{3}$ d) $y = \sqrt{3}$

حل المعادلات التالية بإكمال المربع:

5 $x^2 - 12x = 13$ a) $s = \{13, 1\}$ b) $s = \{13, -1\}$ c) $s = \{-13, 1\}$ d) $s = \{-13, -1\}$

6 $4y^2 - 32y = 17$ a) $s = \{\frac{1}{2}, \frac{17}{2}\}$ b) $s = \{\frac{-1}{2}, \frac{2}{17}\}$ c) $s = \{\frac{1}{2}, \frac{2}{17}\}$ d) $s = \{\frac{-1}{2}, \frac{17}{2}\}$

7 $16z^2 - 40z - 11 = 0$ a) $s = \{\frac{11}{4}, \frac{1}{4}\}$ b) $s = \{\frac{-11}{4}, \frac{-1}{4}\}$ c) $s = \{\frac{11}{4}, \frac{-1}{4}\}$ d) $s = \{\frac{-11}{4}, \frac{1}{4}\}$

8 $y^2 - \frac{1}{3}y = \frac{2}{9}$ a) $\{\frac{3}{2}, \frac{1}{3}\}$ b) $\{\frac{-3}{2}, \frac{1}{3}\}$ c) $\{\frac{2}{3}, \frac{-1}{3}\}$ d) $\{\frac{-2}{3}, \frac{1}{3}\}$

9 $z^2 + 2\sqrt{5}z = 4$ a) $s = \{3 + \sqrt{5}, 3 - \sqrt{5}\}$ b) $s = \{\sqrt{5} - 3, 3 - \sqrt{5}\}$ c) $s = \{3 - \sqrt{5}, -3 - \sqrt{5}\}$ d) $s = \{\sqrt{5} + 3, \sqrt{5} - 3\}$

حل المعادلات التالية بإكمال المربع، وجد الناتج بالتقريب لأقرب عدد صحيح:

10 $x^2 - 8x = 8$ a) $s = \{9, 1\}$ b) $s = \{9, -1\}$ c) $s = \{-9, 1\}$ d) $s = \{-9, -1\}$

111

Scanned with CamScanner

فكّر: اطلب الى الطلاب حلّ أسئلة فكّر ، وقد يحتاج الطلاب ذوو المستوى الضعيف الى بعض الامثلة.

• السؤال (31) يتطلب حل المعادلة استعمال تقريب العدد الى المربع الكامل في الطرف الايمن .

أكتبْ: اطلب إلى الطلاب حلّ سؤال أكتبْ وتابع إجاباتهم .

4 تقويمٌ

استعمل المسائل التالية كتقويم ختامي للطلاب قبل انتهاء الدرس

حل المعادلات التالية بالمربع الكامل أو اكمال المربع:

1) $7x^2 - 6\sqrt{7}\,x + 9 = 0$, $S = \{\frac{3}{\sqrt{7}}\}$

2) $4z^2 + 8z - 60 = 0$, $S = \{3, -5\}$

5 توسعةٌ

يمكنك تقديم تدريباتٍ اثرائيةٍ للطلاب من خلال صفحة الاثراء المرافقة وتابعهم وقدّم لهم المساعدة في أثناء الحلّ.

• **اطلب إليهم إيجاد مجموعة الحل للمعادلات الآتية :**

1) $\frac{1}{25} - \frac{2}{5}y + y^2 = 0$, $y = \frac{1}{5}$

2) $y^2 + 3y - 6 = 0$, $S = \{ \frac{\sqrt{33}-3}{2} , \frac{-\sqrt{33}-3}{2} \}$

تأكّد من فهمك

حل المعادلات التالية بالمربع الكامل:

الأسئلة (1 - 6) مشابهة للمثال (2)

1. $x^2 + 12x + 36 = 0$
2. $y^2 - 10y + 25 = 0$
3. $4x^2 - 4x + 1 = 0$
4. $y^2 + 2\sqrt{7}\,y + 7 = 0$
5. $x^2 + 16x = -64$
6. $\frac{1}{16} - \frac{1}{2}x + x^2 = 0$

حل المعادلات التالية بإكمال المربع:

الأسئلة (7 - 12) مشابهة للمثال (3)

7. $x^2 - 10x - 24 = 0$
8. $y^2 - 3 = 2y$
9. $4x^2 - 3x - 16 = 0$
10. $3y^2 + 2y = 1$
11. $x^2 - \frac{6}{5}x = \frac{1}{5}$
12. $5y^2 + 15y - 30 = 0$

تدربْ وحلّ التمرينات

حل المعادلات التالية بالمربع الكامل:

13. $x^2 + 24x + 144 = 0$
14. $y^2 - 20y + 100 = 0$
15. $y^2 + 4\sqrt{2}\,y + 8 = 0$
16. $7 - 2\sqrt{7}\,z + z^2 = 0$
17. $3y^2 + 36 - 12\sqrt{3}\,y = 0$
18. $9z^2 - 10z + \frac{25}{9} = 0$

حل المعادلات التالية بإكمال المربع:

19. $y^2 + 2\sqrt{3}\,y = 3$
20. $4z^2 - 12z - 27 = 0$
21. $x^2 - 2x = 0$
22. $y^2 - 8y = 24$
23. $x^2 - \frac{2}{3}x = 4$
24. $8y^2 + 16y - 64 = 0$

حل المعادلات التالية بإكمال المربع، وجد الناتج بالتقريب لأقرب عدد صحيح:

25. $x^2 - 6x = 15$
26. $y(2y + 28) = 28$
27. $z^2 - 10z + 10 = 0$

تدربْ وحلّ مسائل حياتية



28. مدينة بابل: مدينة بابل باللاتينية Babylon هي مدينة عراقية كانت تقع على نهر الفرات، وكانت عاصمة البابليين أيام حكم حمورابي سنة (1792 - 1750) قبل الميلاد. جد قيمة x من المعادلة $x^2 - 28x + 196 = 0$ والتي تمثل طول ضلع احدى القاعات المربعة الشكل.



29. دب الباندا: المساحة المخصصة لدب الباندا في حديقة الحيوانات مستطيلة الشكل 126 متراً مربعاً، وعرضها يقل بمقدار 8 متر عن طولها. جد أبعاد المنطقة المخصصة للدب بالتقريب لأقرب عدد صحيح.



30. حيتان: تجنح بعض المجموعات من الحيتان إلى الشاطئ ولايوجد تفسير علمي لهذه الظاهرة، ويحاول حماة البيئة إرجاعها إلى البحر. حل المعادلة $x^2 + 20x = 525$ بطريقة إكمال المربع لإيجاد قيمة x التي تمثل عدد الحيتان التي جنحت إلى أحد شواطئ استراليا.

فكّر

31. تحدٍ: حل المعادلات التالية في R بإكمال المربع، وجد الناتج بالتقريب لأقرب عدد صحيح:

i) $4x(x - 6) = 27$ ii) $6y^2 - 48y = 6$

32. أصحح الخطأ: حلّت سوسن المعادلة $4x^2 - 4\sqrt{3}\,x + 3 = 0$ بطريقة إكمال المربع وكتبت مجموعة الحل للمعادلة بالشكل الآتي: $S = \{\frac{\sqrt{3}}{4}, -\frac{\sqrt{3}}{4}\}$. اكتشف خطأ سوسن وصححه.

31. حسٌ عدديٌ: هل ان مجموعة حل للمعادلة $y^2 - 4y + 4 = 0$ تحتوي على قيمتين متساويتين بالمقدار احدهما سالبة والأخرى موجبة؟ وضح إجابتك.

أكتبْ

مجموعة الحل للمعادلة: $\frac{1}{81} - \frac{2}{9}z + z^2 = 0$

81

الإثراء

حل المعادلات التالية بالمربع الكامل:

❶ $16y^2 - 40y + 25 = 0$,

$(4y - 5)^2 = 0 \Rightarrow x = \frac{5}{4}$

❷ $2x^2 - 2\sqrt{2}\,x + 1 = 0$,

$(\sqrt{2}\,x - 1)^2 = 0 \quad x = \frac{1}{\sqrt{2}}$

❸ $z^2 - \sqrt{3}\,z + \frac{3}{4} = 0$,

$(z - \frac{\sqrt{3}}{2})^2 = 0 \Rightarrow z = \frac{\sqrt{3}}{2}$

حل المعادلات التالية بإكمال المربع:

❹ $x^2 - 2\sqrt{3}\,x = 5$,

$S = \{\sqrt{3} + 2\sqrt{2} , \sqrt{3} - 2\sqrt{2}\}$

❺ $y^2 - 2y = 0$, $S = \{2, 0\}$

❻ $y^2 + 6y = 15$,

$S = \{-3 + 2\sqrt{6} , -3 - 2\sqrt{6}\}$

Scanned with CamScanner

نتاجات التَعلّمَ	حل المعادلات من الدرجة الثانية بالقانون العام.
الموادُ والوسائلُ	ورقة عمل فيها المعادلات الآتية: 1) $z^2 - 36 = 0$ 2) $x^2 - 10x + 25 = 0$ 3) $9 + 12y + 4y^2 = 0$

1 تهيئةٌ

اطلب الى الطلاب توقع نتاجات التعلّم لهذا الدرس من خلال عنوان الدرس وناقشهم فيها ثم ثبتها على السبورة.

• هيىء الطلاب لفكرة الدرس من خلال الأنشطة الآتية: نظّم الطلاب في مجموعاتٍ صغيرة واعطِ كلّ مجموعة بطاقات العمل المعدة مسبقاً.

•اطلب إلى المجموعات حل المعادلات التالية وايجاد مجموعة الحل.

• اسأل الطلاب :

• ماذا يمثل تحليل المعادلة الاولى ؟ فرق بين مربعين

• ماذا يمثل تحليل المعادلة الثانية ؟ مربع كامل

1) $z^2 - 36 = 0$, $S = \{6, -6\}$

2) $x^2 - 10x + 25 = 0$, $x = 5$

3) $9 + 12y + 4y^2 = 0$, $y = -\frac{3}{2}$

• اكتب على السبورة المعادلة الآتية:

$x^2 - x - 1 = 0$

• اسأل الطلاب :هل يمكن ايجاد مجموعة الحل لها باحدى الطرائق التي درسوها سابقا.

•استمع إلى إجاباتهم وقل لهم إنهم سيدرسون في هذا الدرس حل معادلات من الدرجة الثانية بمتغير واحد في مجموعة الاعداد الحقيقية والتي لايمكن حلها بالطرائق التي درسوها سابقا باستعمال القانون العام .

2 شرحٌ وتفسيرٌ

تَعلَّمَ: وجّه الطلاب إلى فقرة تَعلّمَ واُطلب إليهم قراءة المعلومة المعطاة ، وهيئهم للمثال (1) من خلال التقديم الذي يتبع فقرة تَعلّمَ .

• اسأل الطلاب : ما الخطوات اللازمة لحل المثال (1) ؟

كتابة المعادلة التي تمثل المسألة ثم وضعها بالصورة العامة وتحديد المعاملات لغرض حل المعادلة بالقانون العام وايجاد مجموعة الحل في الاعداد الحقيقية .

• قدّم المثال (3)لتبين للطلاب كيفية استعمال المقدار المميز بتحديد جذور المعادلة من الدرجة الثانية .

الدرس [3-5] حل المعادلات بالقانون العام

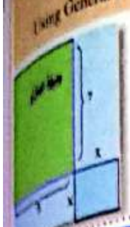
Using General Law to solve the Equations

فكرة الدرس
• حل المعادلات من الدرجة الثانية بالقانون العام.

المفردات
• معامل
• الحد المطلق
• القانون العام

تعلم

أريد رصف ممرّ على جانبي حديقة منزل بالسيراميك طول الحديقة 7m وعرضها 5m ، ومساحة الرصف $45m^2$. جد عرض الممر المطلوب رصفه بالسيراميك.



[3-5-1] حل المعادلات باستعمال القانون $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ وان $a \neq 0$

Solving the equations by using the law $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ and $a \neq 0$

تعلمت في الدروس السابقة كيفية حل معادلة من الدرجة الثانية بطرائق عدة، ولكن هنالك معادلات لايمكن حلها بالطرائق السابقة، سوف نحلها بطريقة القانون العام (الدستور) وذلك لإيجاد الجذور الحقيقية للمعادلة التربيعية وكما يأتي

1) نضع المعادلة التربيعية بالصورة العامة (القياسية) $ax^2 + bx + c = 0$.

2) نكتب قيم المعاملات: a معامل x^2 ، b معامل x مع إشارته، c الحد المطلق مع إشارته.

3) نعوض بالقانون العام لإيجاد قيمتي المتغير.

مثال (1) من فقرة تعلم، ما عرض الممر المطلوب رصفه على جانبي الحديقة؟

على فرض أن عرض الممر هو x ، فانّ مساحة الجزء الأيمن من الممر = 7x ،

ومساحة الجزء الممر الأمامي = 5x ، ومساحة زاوية الممر = x^2 ومجموع مساحتي الرصف $45m^2$

المعادلة التي تمثل المسألة $x^2 + 7x + 5x = 45 \Rightarrow x^2 + 12x = 45$

وضع المعادلة بالصورة العامة $x^2 + 12x - 45 = 0$

تعين المعاملات والتعويض بالقانون العام $a = 1 , b = 12 , c = -45$

$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \Rightarrow x = \frac{-12 \pm \sqrt{144 - 4\times1\times(-45)}}{2\times1} \Rightarrow x = \frac{-12 \pm \sqrt{144 + 180}}{2}$

$\Rightarrow x = \frac{-12 \pm \sqrt{324}}{2} \Rightarrow x = \frac{-12 \pm 18}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{-12 + 18}{2} \Rightarrow x = 3 & \text{عرض الممر 3m} \\ \text{or } x = \frac{-12 - 18}{2} \Rightarrow x = -15 & \text{يهمل غير ممكن} \end{cases}$

مثال (2) جد مجموعة الحل للمعادلات التالية باستعمال القانون العام:

$x^2 - 3x - 5 = 0 , a = 1 , b = -3 , c = -5$

$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \Rightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 20}}{2} \Rightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{29}}{2} \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{3 + \sqrt{29}}{2} \\ \text{or } x = \frac{3 - \sqrt{29}}{2} \end{cases} \Rightarrow S = \{\frac{3 + \sqrt{29}}{2}, \frac{3 - \sqrt{29}}{2}\}$

82

إعادة التعليم

حل المعادلة التالية بالقانون العام:

$2x^2 + 4x - 3 = 0$, $S = \{\frac{-2+\sqrt{10}}{2}, \frac{-2-\sqrt{10}}{2}\}$

لمعرفة نوع جذور المعادلة بالمقدار المميز $\Delta = b^2 - 4ac$

i) $\Delta > 0$ ومربع كامل للمعادلة جذران حقيقيان نسبيان .

ii) $\Delta > 0$ وليس مربعاً كاملاً للمعادلة جذران حقيقيان غيرنسبين

iii) إذا كان $\Delta < 0$ للمعادلة جذران غير حقيقيين وهنا نقول ليس للمعادلة حل في مجموعة الاعداد الحقيقية.

iv) إذا كان $\Delta = 0$ للمعادلة جذران حقيقيان متساويان $(\frac{-b}{2a})$.

مثال(2) بين نوع جذري المعادلة: $2y^2 - 5y + 3 = 0$

$\Delta = 25 - 4(2)(3) = 1$ جذران حقيقيان نسبيان

تدريباتُ

جد مجموعة الحل للمعادلات الآتية :

1) $x^2 - 9x + 20 = 0$, $S = \{4 , 5\}$

2) $y^2 + 3y + 5 = 0$, لايوجد لها حل في R

3) $2x^2 + 12x + 18 = 0$, $x = -3$

Scanned with CamScanner

امثلة اضافية : قدّم الامثلة الاضافية التالية لتعزيز مفاهيم الدرس وهي مشابهةٌ تماماً لأمثلة الدرس في كتاب الطالب.

حل المعادلات التالية باستعمال القانون :

1) $3x^2 + x - 2 = 0$, $S = \{-1 , \frac{2}{3}\}$

2) $y^2 + 5y = 1$, $S = \{ \frac{-5+\sqrt{29}}{2} , \frac{-5-\sqrt{29}}{2} \}$

3) $2x^2 + 4x - 3 = 0$, $S = \{ \frac{-2+\sqrt{10}}{2} , \frac{-2-\sqrt{10}}{2} \}$

تأكد من فهمك: اطلب الى الطلاب حلّ تدريبات تأكد من فهمك داخل الصفّ وراقب اجابتهم .

• الأسئلة (7-10) يتطلب الحل وضع المعادلة بالصورة العامة وتحديد المعاملات والتعويض بالقانون العام وايجاد مجموعة الحل في الاعداد الحقيقية .

• الأسئلة (7-12) يتطلب الحل تحديد المعاملات والتعويض بالمقدار المميز وايجاد جذري المعادلة في الاعداد الحقيقية .

• يمكن تقديم صفحة إعادة التعليم المرافقة للطلاب الذين لم يتمكنوا من حلّ تدريبات تأكّد من فهمك بشكلٍ صحيح.

• أطلب إلى الطلاب حلّ التدريبات (6 ، 4 ، 2 ، 1) من صفحة تمرينات الدرس كواجب بيتي.

خطأ متوقعٌ: قد يخطىء بعض الطلاب عند حل المعادلات بالدستور وذلك بكتابة معاملات الحدود بدون كتابة المعادلة بالصيغة العامة لها ، فذكر هم بكتابة المعادلة بالصيغة العامة اولاً ثم ايجاد المعاملات وتطبيق القانون .

3 تدريبٌ

ناقش مع الطلاب الواجب البيتيّ وتحقق من قدرتهم على حلّ التمرينات وقدّم صفحة إعادة التعليم للطلاب الذين لم يتمكنوا من حلّ الواجب البيتي.

تدرب وحلّ التمرينات: اطلب الى الطلاب حلّ تمرينات تدرب وحل التمرينات وتابع اجاباتهم .

• السؤال (17) يتطلب تبسيط المعادلة وكتابتها بالصيغة العامة وإيجاد الحل بالقانون العام .

• السؤال (26) يتطلب معرفة ان مجموعة الحل لاتنتمي الى مجموعة الاعداد الحقيقية .

تدرب وحلّ مسائل حياتية: أطلب إلى الطلاب حلّ المسائل الحياتية وتابع اجاباتهم .

• الأسئلة (27-28) يتطلب الحل إستعمال القانون العام ثم ايجاد محموعة الحل للمعادلة .

[3-5-2] المقدار المميز ($\Delta = b^2 - 4ac$) The discriminate ($\Delta = b^2 - 4ac$)

تعلمت في الجزء الأول من هذا الدرس كيفية حل المعادلة بالقانون العام لإيجاد الجذور الحقيقية للمعادلة. والآن سوف نتطرق إلى مميز المعادلة التربيعية $ax^2 + bx + c = 0$ وهو $\Delta = b^2 - 4ac$، وان نوع جذري المعادلة يتعين كما يأتي:

نوع الجذرين	$\Delta = b^2 - 4ac$
جذران حقيقيان نسبيان ...(المعاملات اعداد نسبية)...	1) موجب ومربع كامل
جذران حقيقيان غير نسبيين ...	2) موجب وليس مربعاً كاملاً
جذران حقيقيان متساويان $(\frac{-b}{2a})$ ...	3) صفر
جذران غير حقيقيين (مجموعة الحل في $R = \emptyset$) ...	4) سالب

مثال (3) حدد جذري المعادلة أولاً، ثم جد مجموعة الحل إذا كان ممكناً:

i) $2x^2 + 3x - 2 = 0$, $a = 2$, $b = 3$, $c = -2$

$\Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow \Delta = 9 - 4 \times 2 \times (-2) = 25$

$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \Rightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{9 + 16}}{4} \Rightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{25}}{4} \Rightarrow x = \frac{-3 + 5}{4} = \frac{1}{2}$ or $x = \frac{-3 - 5}{4} = -2$

ii) $y^2 - 4y - 9 = 0$, $a = 1$, $b = -4$, $c = -9$

$\Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow \Delta = 16 - 4 \times 1 \times (-9) = 52$

$y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \Rightarrow x = \frac{4 \pm \sqrt{16 + 36}}{2} \Rightarrow x = \frac{4 \pm \sqrt{52}}{2} \Rightarrow x = 2 + \sqrt{13}$ or $x = 2 - \sqrt{13}$

iii) $z^2 + 8z = -16 \Rightarrow z^2 + 8z + 16 = 0$, $a = 1$, $b = 8$, $c = 16$

$\Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow \Delta = 64 - 4 \times 1 \times 16 = 0$

$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \Rightarrow x = \frac{-8 \pm \sqrt{64 - 64}}{2} = -4$

يمكن تطبيق القانون $(\frac{-b}{2a})$ مباشرة

iv) $x^2 - 2x + 10 = 0$, $a = 1$, $b = -2$, $c = 10$

$\Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow \Delta = 4 - 4 \times 1 \times 10 = -36$

مثال (4) ما قيمة الثابت k التي تجعل جذري المعادلة $x^2 - (k+1)x + 4 = 0$ متساويين؟ تحقق من الاجابة.

يكون جذرا المعادلة متساويين عندما قيمة المقدار المميز Δ يساوي صفر.

$a = 1$, $b = -(k+1)$, $c = 4$

$\Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow \Delta = (k+1)^2 - 4 \times 1 \times 4 \Rightarrow \Delta = (k+1)^2 - 16$

$\Delta = 0 \Rightarrow (k+1)^2 - 16 = 0$

$\Rightarrow (k+1)^2 - 16 = 0 \Rightarrow (k+1)^2 = 16$

$\Rightarrow k + 1 = \pm 4 \Rightarrow \begin{cases} k + 1 = +4 \Rightarrow k = 3 \\ \text{or } k + 1 = -4 \Rightarrow k = -5 \end{cases}$

التحقق: نعوض بقيمة $k = 3$ بالمعادلة الأصلية ونجد جذور المعادلة:

$x^2 - (k+1)x + 4 = 0 \Rightarrow x^2 - 4x + 4 = 0 \Rightarrow (x - 2)^2 = 0 \Rightarrow x = 2$

نعوض بقيمة $k = -5$ بالمعادلة الأصلية ونجد جذور المعادلة:

$x^2 - (k+1)x + 4 = 0 \Rightarrow x^2 + 4x + 4 = 0 \Rightarrow (x + 2)^2 = 0 \Rightarrow x = -2$

83

التمرينات

Multiple Choice

الدرس [3-5] حل المعادلات بالقانون العام

Using General Law to solve the equations

اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

مجموعة الحل للمعادلات التالية بإستعمال القانون العام:

1 $x^2 - 3x - 4 = 0$ a) $s = \{4, 1\}$ b) $s = \{4, -1\}$ c) $s = \{-4, 1\}$ d) $s = \{-4, -1\}$

2 $y^2 - 5y - 5 = 0$ a) $s = \{\frac{3 + 5\sqrt{5}}{2}, \frac{3 - 5\sqrt{5}}{2}\}$ b) $s = \{\frac{5 + 3\sqrt{5}}{4}, \frac{3 - 5\sqrt{5}}{4}\}$ c) $s = \{\frac{5 + 3\sqrt{5}}{2}, \frac{5 - 3\sqrt{5}}{2}\}$ d) $s = \{\frac{5 + 3\sqrt{3}}{2}, \frac{3 - 3\sqrt{3}}{2}\}$

3 $2x^2 - 8x = -3$ a) $s = \{\frac{4 + \sqrt{10}}{2}, \frac{4 - \sqrt{10}}{2}\}$ b) $s = \{\frac{2 + \sqrt{10}}{2}, \frac{4 + \sqrt{10}}{2}\}$ c) $s = \{\frac{4 + \sqrt{5}}{4}, \frac{4 - \sqrt{5}}{4}\}$ d) $s = \{\frac{2 + \sqrt{5}}{2}, \frac{2 - \sqrt{5}}{2}\}$

4 $3x^2 - 6(2x+1) = 0$ a) $s = \{2 + \sqrt{3}, 2 - \sqrt{3}\}$ b) $s = \{2 + \sqrt{2}, 2 - \sqrt{2}\}$ c) $s = \{2 + \sqrt{6}, 2 - \sqrt{6}\}$ d) $s = \{6 + \sqrt{6}, 6 - \sqrt{6}\}$

حدد جذور المعادلة بإستعمال المميز:

5 $x^2 - 6x - 7 = 0$

a) جذران حقيقيان نسبيان b) جذران حقيقيان غير نسبيين

c) جذران حقيقيان متساويان $(\frac{-b}{2a})$ d) جذران غير حقيقيين (مجموعة الحل في $R = \emptyset$)

6 $2y^2 - 3y - 8 = 0$

a) جذران حقيقيان نسبيان b) جذران حقيقيان غير نسبيين

c) جذران حقيقيان متساويان $(\frac{-b}{2a})$ d) جذران غير حقيقيين (مجموعة الحل في $R = \emptyset$)

7 $8x^2 - 8x + 2 = 0$

a) جذران حقيقيان متساويان $(\frac{-b}{2a})$ b) جذران حقيقيان غير نسبيين

c) جذر حقيقي واحد $(\frac{-b}{2a})$ d) جذران غير حقيقيين (مجموعة الحل في $R = \emptyset$)

8 ما قيمة الثابت k التي تجعل جذري المعادلة $y^2 - (k + 10)y + 16 = 0$ متساويين؟

a) $k = 2 , -18$ b) $k = -2 , -18$ c) $k = 6 , 18$ d) $k = -6 , -18$

112

Scanned with CamScanner

فكّر: اطلب الى الطلاب حلّ اسئلة فكّر ، وقد يحتاج الطلاب ذوو المستوى الضعيف الى بعض الامثلة.

- السؤال (30) المعادلة لها حل.
- السؤال (31) الطرف الايسر من المعادلة مربع كامل لذا للمعادلة قيمة واحدة الى المتغير وهي 4 .

اكتبْ: اطلب الى الطلاب حلّ سؤال أكتب وتابع إجاباتهم .

4 تقويمٌ

استعمل المسائل التالية كتقويم ختامي للطلاب قبل انتهاء الدرس .

حل المعادلات التالية بإستعمال القانون العام :

1) $y^2 - 5y + 6 = 0$, $S = \{3, 2\}$

2) $x^2 - 2x - 3 = 0$, $S = \{3, -1\}$

5 توسعةٌ

يمكنك تقديم تدريبات اثرائية للطلاب من خلال صفحة الإثراء المرافقة وتابعهم وقدّم لهم المساعدة في أثناء الحلّ.

- اطلب إليهم حل المعادلة التالية بالقانون العام:

1) $x^2 - 3x - 2 = 0$, $S = \{\frac{3+\sqrt{17}}{2}, \frac{3-\sqrt{17}}{2}\}$

تدربْ وحلّ مسائل حياتية

27 **ألعاب نارية:** في إحدى المناسبات أُطلقت مجموعة من الألعاب النارية عموديا في الهواء وصلت الى ارتفاع 140m. احسب الزمن (t ثانية) الذي وصلت به إلى هذا الارتفاع من المعادلة التالية: $5t^2 + 60t = 140$



28 **تجارة:** يحسب سامر سعر الكلفة للبدلة الرجالية الواحدة ثم يضيف عليها مبلغ للربح ويبيعها للزبائن بمبلغ 120 ألف دينار ، إذا كانت p في المعادلة $p^2 - 30p + 225 = 0$ تمثل مبلغ ربح سامر في البدلة الواحدة بألوف الدنانير ، فما سعر كلفة البدلة الواحدة؟



فكّر

29 **تحدٍّ:** حدّد جذور المعادلة أولاً، ثم جد مجموعة الحل إذا كان ممكناً:

i) $x^2 + 8x = 10$ ii) $3y^2 - 6y - 42 = 0$

30 **أصحّح الخطأ:** قال سعد ان المعادلة $2x^2 - 3x - 9 = 0$ ليس لها حل في مجموعة الاعداد الحقيقية. اكتشف خطأ سعد وصحّحه.

31 **حسٌّ عدديٌّ:** استعملت مروةُ المقدار المميز لكتابة جذري المعادلة $z^2 - 8z + 16 = 0$ دون تحليلها. فسّر كيف استطاعت مروة كتابة جذري المعادلة.

أكتبْ

نوع جذري المعادلة $x^2 + 100 = 20x$ باستعمال المقدار المميز دون حلها.

85

تأكد من فهمك

جد مجموعة الحل للمعادلات التالية باستعمال القانون العام:

3-5

الأسئلة (1 - 6) مشابهة للمثالين (1،2)

1 $x^2 - 4x - 5 = 0$

2 $y^2 + 5y - 1 = 0$

3 $3x^2 - 9x = -2$

4 $4y^2 + 8y = 6$

5 $4x^2 - 12x + 9 = 0$

6 $2y^2 - 3 = -5y$

حدّد جذور المعادلة أولاً، ثم جد مجموعة الحل إذا كان ممكناً:

الأسئلة (7 - 10) مشابهة للمثال (3)

7 $2x^2 + 3x = 5$

8 $3x^2 - 7x + 6 = 0$

9 $y^2 - 2y + 1 = 0$

10 $y^2 + 12 = -9y$

11 ما قيمة الثابت k التي تجعل جذري المعادلة $x^2 - (k + 2)x + 36 = 0$ متساويين؟ تحقق من الاجابة.

12 ما قيمة الثابت k التي تجعل جذري المعادلة $4y^2 + 25 = (k - 5)y$ متساويين ؟ تحقق من الاجابة.

13 ما قيمة الثابت k التي تجعل جذري المعادلة $z^2 + 16 = (k + 4)z$ متساويين؟ تحقق من الاجابة.

14 بيّن ان المعادلة $z^2 - 6z + 28 = 0$ ليس لها حل في مجموعة الأعداد الحقيقية.

الأسئلة (11 - 14) مشابهة للمثالين (3،4)

تدرب وحلّ التمرينات

جد مجموعة الحل للمعادلات التالية باستعمال القانون العام:

15 $x^2 - 7x - 14 = 0$

16 $y^2 + 3y - 9 = 0$

17 $2x^2 - 8(3x + 2) = 0$

18 $2y^2 - 2 = -10y$

حدّد جذور المعادلة أولاً، ثم جد مجموعة الحل إذا كان ممكناً:

19 $x^2 + 4x = 5$

20 $y^2 - 2y - 10 = 0$

21 $2x^2 - 5x + 7 = 0$

22 $y^2 - 14y + 49 = 0$

23 ما قيمة الثابت k التي تجعل جذري المعادلة $x^2 - (k + 6)x + 49 = 0$ متساويين؟ تحقق من الاجابة.

24 ما قيمة الثابت k التي تجعل جذري المعادلة $4y^2 + 36 = (k - 6)y$ متساويين ؟ تحقق من الإجابة.

25 ما قيمة الثابت k التي تجعل جذري المعادلة $z^2 + 81 = (k + 9)z$ متساويين؟ تحقق من الإجابة.

26 بيّن أن المعادلة $2z^2 - 3z + 10 = 0$ ليس لها حل في مجموعة الأعداد الحقيقية.

84

الإثراء

حدد جذور المعادلة وجد مجموعة الحل اذا كان ممكناً :

1 $4x^2 - 4x + 1 = 0$

$\Rightarrow \Delta = 16 - 4(4)(1) = 0 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$

2 $y^2 + y = 2$

$\Rightarrow \Delta = 1 + 4(1)(2) = 9 \Rightarrow S = \{1, -2\}$

3 $2x^2 + x + 1 = 0$

$\Rightarrow \Delta = 4(2)1) = -7 \Rightarrow S = \{\emptyset\}$

4 جد قيم الثابت h التي تجعل جذري المعادلة $y^2 + hy + 2 = 0$ متساويين ثم تحقق من الاجابة .

$\Delta = 0 \Rightarrow h^2 - 8 = 0 \Rightarrow (h - 2\sqrt{2})(h + 2\sqrt{2}) = 0$

$\Rightarrow h = 2\sqrt{2}$ or $h = -2\sqrt{2}$

التحقق : نعوض بقيمة $h = 2\sqrt{2}$ بالمعادلة الأصلية وتجد جذور المعادلة .

$y^2 + 2\sqrt{2}\,y + 2 = 0 \Rightarrow y = -\sqrt{2}$

نعوض بقيمة $h = -2\sqrt{2}$ بالمعادلة الاصلية ونجد جذور المعادلة:

$\Rightarrow y^2 - 2\sqrt{2}\,y + 2 = 0 \Rightarrow y = \sqrt{2}$

Scanned with CamScanner

3-6 حل المعادلات الكسرية

نتاجات التَعلّم	حل المعادلات الكسرية من الدرجة الثانية.
الموادُ والوسائل	ورقة عمل فيها المقادير الكسرية : 1) $\frac{6}{x-2} + \frac{x}{2-x}$ 2) $\frac{6}{y+2} + \frac{y}{2-y} - \frac{y^2+4}{y^2-4}$

1 تهيئة

اطلب الى الطلاب توقع نتاجات التعلّم لهذا الدرس من خلال عنوان الدرس وناقشهم فيها ثم ثبتها على السبورة.

• هيىء الطلاب لفكرة الدرس من خلال الأنشطة الآتية: نظّم الطلاب في مجموعاتٍ صغيرة واعطِ كلّ مجموعة قطع العد وورقة العمل المعدة مسبقاً.

•اطلب إلى المجموعات تبسيط المقادير الجبرية.

• اسأل الطلاب :

• ما الخطوات اللازمة لتبسيط مقدار جبري كسري؟

اولاً:كتابة كل حد بأبسط صورة مع تحليل مقام الكسر.

ثانياً:ايجاد م.م.أ واستعمال ترتيب العمليات.

$$1)\ \frac{6}{x-2} + \frac{x}{2-x} = \frac{6-x}{x-2}$$

$$2)\ \frac{2}{y+2} + \frac{y}{y-2} - \frac{y+4}{(y+2)(y-2)}$$

$$= \frac{2(y-2)+y(y+2)-y-4}{(y+2)(y-2)} = \frac{y^2+3y-8}{(y+2)(y-2)}$$

• سجل نتائج المجموعات واعلن الفائز منها.

• اكتب على السبورة المعادلة الآتية :

$$\frac{6}{x-2} + \frac{x}{2-x} = \frac{x}{4}$$

• اسأل الطلاب هل يمكن ايجاد مجموعة الحل لها باحدى الطرائق التي درسوها سابقا.

• استمع إلى إجاباتهم وقل لهم إنهم سيدرسون في هذا الدرس حل المعادلات الكسرية من الدرجة الثانية بمتغير واحد في مجموعة الاعداد الحقيقية.

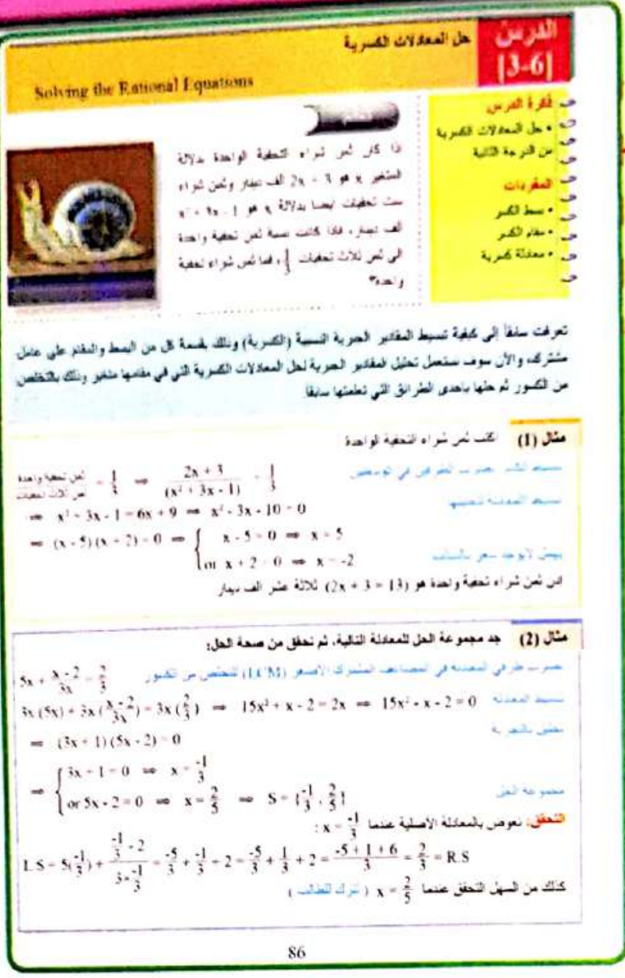
2 شرحٌ وتفسيرٌ

تعلّم: وجّه الطلاب إلى فقرة تعلم وأطلب إليهم قراءة المعلومة المعطاة ، وهينهم للمثال (1) من خلال التقديم الذي يتبع فقرة تَعلّم .

• اسأل الطلاب : ما الخطوات اللازمة لحل المثال (1) ؟

كتابة المعادلة التي تمثل المسألة بالصورة الكسرية اولاً،ثم تبسيطها وحلها باحدى الطرائق السابقة.

• قدّم المثال (3) لتبين للطلاب ملاحظة استبعاد قيم المتغير من مجموعة الحل التي تجعل مقام الكسر صفراً .


الدرس [3-6] حل المعادلات الكسرية
Solving the Rational Equations

فكرة الدرس
• حل المعادلات الكسرية من الدرجة الثانية

المفردات
• بسط الكسر
• مقام الكسر
• معادلة كسرية

تعلم

اذا كان ثمن شراء التحفة الواحدة بدلالة المتغير x هو 3 + 2x الف دينار وثمن شراء ست تحفيات ايضا بدلالة x هو x^2+3x-1 الف دينار ، فاذا كانت نسبة ثمن تحفة واحدة الى ثمن ثلاث تحفيات $\frac{1}{3}$ ، فما ثمن شراء تحفة واحدة؟

تعرفت سابقاً إلى كيفية تبسيط المقادير الجبرية النسبية (الكسرية) وذلك بقسمة كل من البسط والمقام على عامل مشترك، والآن سوف نستعمل تحليل المقادير الجبرية لحل المعادلات الكسرية التي في مقامها متغير وذلك بالتخلص من الكسور ثم حلها باحدى الطرائق التي تعلمتها سابقا

مثال (1) اكتب ثمن شراء التحفة الواحدة

$$\frac{\text{ثمن تحفة واحدة}}{\text{ثمن ثلاث تحفيات}} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{2x+3}{(x^2+3x-1)} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow x^2+3x-1 = 6x+9 \Rightarrow x^2-3x-10=0$$

$$\Rightarrow (x-5)(x+2)=0 \Rightarrow \begin{cases} x-5=0 \Rightarrow x=5 \\ \text{or } x+2=0 \Rightarrow x=-2 \end{cases}$$

ان ثمن شراء تحفة واحدة هو (13 = 3 + 2x) ثلاثة عشر الف دينار

مثال (2) جد مجموعة الحل للمعادلة التالية، ثم تحقق من صحة الحل:

نضرب طرفي المعادلة في المضاعف المشترك الاصغر (LCM) للتخلص من الكسور

$$5x + \frac{x-2}{3x} = \frac{2}{3}$$

$$3x(5x) + 3x\left(\frac{x-2}{3x}\right) = 3x\left(\frac{2}{3}\right) \Rightarrow 15x^2+x-2=2x \Rightarrow 15x^2-x-2=0$$

$$\Rightarrow (3x+1)(5x-2)=0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3x+1=0 \Rightarrow x=\frac{-1}{3} \\ \text{or } 5x-2=0 \Rightarrow x=\frac{2}{5} \end{cases} \Rightarrow S=\{\frac{-1}{3}, \frac{2}{5}\}$$

التحقق: نعوض بالمعادلة الاصلية عندما $x=\frac{-1}{3}$:

$$L.S = 5\left(\frac{-1}{3}\right) + \frac{\frac{-1}{3}-2}{3\cdot\frac{-1}{3}} = \frac{-5}{3} + \frac{-1}{3} - 2 = \frac{-5}{3} + \frac{1}{3} + 2 = \frac{-5+1+6}{3} = \frac{2}{3} = R.S$$

كذلك من السهل التحقق عندما $x=\frac{2}{5}$ (تترك للطالب)

86

إعادة التعليم

لحل معادلة كسرية بمتغير واحد : حلل البسط والمقام إن وجد (بطرق التحليل المذكورة سابقا)واكتب كل حد بابسط صورة، استخرج المضاعف المشترك الأصغر (LCM) لمقامات الحدود، نضرب جميع أطراف المعادلة في (LCM) لاختصار المقامات والتخلص منها ، حل المعادلة باحدى الطرائق التي درستها سابقا لايجاد قيمة المتغير والتي تمثل مجموعة الحل.

جد مجموعة الحل للمعادلة الآتية :

$$\frac{2x}{x-4} + \frac{x}{x+4} = \frac{28}{x^2-16} \Rightarrow \frac{2x}{x-4} + \frac{x}{x+4}$$

$$= \frac{28}{(x+4)(x-4)} = 2x(x+4) - x(x-4) = 28$$

$$\Rightarrow x^2 + 12x - 28 = 0$$

$$\Rightarrow (x+14)(x-2) = 0 \Rightarrow s = \{-14, 2\}$$

تدريباتٌ

جد مجموعة الحل للمعادلات الآتية :

$$1)\ y + \frac{y-1}{y} = \frac{1}{y} \quad ,s = \{1, -2\}$$

$$2)\ x + \frac{3x-2}{x+1} = 1 \quad ,s = \{\frac{-3+\sqrt{21}}{2}, \frac{-3-\sqrt{21}}{2}\}$$

Scanned with CamScanner

تعلمت سابقاً كيفية تبسيط جمع المقادير الجبرية النسبية (الكسرية) وطرحها وذلك بتحليل كل من بسط ومقام الكسر إلى أبسط صورة ثم اجراء عملية جمع وطرح المقادير الكسرية باستعمال المضاعف المشترك الأصغر وتبسيط الناتج على أبسط صورة (simplest form)، والآن سوف نستعمل ذلك في حل المعادلات الكسرية لإيجاد مجموعة حل المعادلة الكسرية.

مثال (3) جد مجموعة الحل للمعادلة:

$\frac{x}{x-3}+\frac{4x}{x+3}=\frac{18}{x^2-9}$

حلل المقامات الى أبسط صورة ممكنة $\Rightarrow \frac{x}{x-3}+\frac{4x}{x+3}=\frac{18}{(x-3)(x+3)}$

نضرب طرفي المعادلة في LCM $(x-3)(x+3)$ $\Rightarrow x(x+3)+4x(x-3)=18$

نبسط المعادلة ونحلها لايجاد قيم المتغير $\Rightarrow x^2+3x+4x^2-12x-18=0 \Rightarrow 5x^2-9x-18=0$

$\Rightarrow (5x+6)(x-3)=0 \Rightarrow x=-\frac{6}{5}$ or $x=3$

ملاحظة: يجب استبعاد القيم التي تجعل مقام أي حد كسري من حدود المعادلة الأصلية صفراً لانه يؤدي إلى القسمة على صفر وهذا غير جائز.

ولذا نستبعد $x=3$ من الحل لأن $(\frac{3}{0}=\frac{x}{x-3})$، ويكون الحل فقط هو $x=-\frac{6}{5}$

التحقق: نعوض بالمعادلة الأصلية $x=-\frac{6}{5}$ ونرى ان كان طرفا المعادلة متساويين أم لا؟

$LS=\frac{x}{x-3}+\frac{4x}{x+3}=\frac{-\frac{6}{5}}{-\frac{6}{5}-3}+\frac{4\times-\frac{6}{5}}{-\frac{6}{5}+3}=\frac{6}{21}-\frac{8}{3}=-\frac{50}{21}$

$RS=\frac{18}{x^2-9}=\frac{18}{(-\frac{6}{5})^2-9}=\frac{18}{\frac{36}{25}-9}=-\frac{450}{189}=-\frac{50}{21}$

$LS=RS$ لذا قيمة $x=-\frac{6}{5}$ تحقق المعادلة

مثال (4) جد مجموعة الحل للمعادلة:

$\frac{2}{x+2}-\frac{x}{2-x}=\frac{x^2+4}{x^2-4}$

$\Rightarrow \frac{2}{x+2}+\frac{x}{x-2}=\frac{x^2+4}{(x+2)(x-2)}$

نستعمل الخاصية $a-b=-(b-a)$

نضرب طرفي المعادلة في LCM $(x+2)(x-2)$ $\Rightarrow 2(x-2)+x(x+2)=x^2+4$

$\Rightarrow 2x-4+x^2+2x-x^2-4=0 \Rightarrow 4x-8=0 \Rightarrow x=2$

عند التعويض عن $x=2$ بالمعادلة الأصلية نحصل على عملية قسمة على صفر وهذا غير جائز $(\frac{2}{0}=\frac{x}{2-x})$

لذلك المعادلة ليس لها حل في مجموعة الأعداد الحقيقية (R)، أي مجموعة الحل في R هي مجموعة خالية (∅)

87

التمرينات

Multiple Choice — الاختيار من متعدد

الدرس [3-6] حل المعادلات الكسرية

Solving the Rational Equations

اختر الاجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

جد مجموعة الحل لكل معادلة من المعادلات التالية:

1. $\frac{3}{12x^2}-\frac{1}{6}=\frac{1}{4x}$ a) $x=\{2,\frac{1}{2}\}$ b) $x=\{-2,\frac{1}{2}\}$ c) $x=\{2,\frac{-1}{2}\}$ d) $x=\{-2,\frac{-1}{2}\}$
2. $\frac{x}{6}-\frac{7}{6x}+\frac{x}{3}=0$ a) $x=\{1,\frac{-7}{2}\}$ b) $x=\{-1,\frac{-7}{2}\}$ c) $x=\{1,\frac{7}{2}\}$ d) $x=\{-1,\frac{7}{2}\}$
3. $\frac{8x}{5}=\frac{5}{8x}$ a) $x=\{\frac{5}{8},\frac{-8}{5}\}$ b) $x=\{\frac{5}{8},\frac{8}{5}\}$ c) $x=\{\frac{5}{8},\frac{-5}{8}\}$ d) $x=\{\frac{8}{5},\frac{-8}{5}\}$
4. $\frac{1+2y}{3y+9}=\frac{y}{2}$ a) $x=\{1,\frac{1}{3}\}$ b) $x=\{-1,\frac{1}{3}\}$ c) $x=\{2,\frac{1}{3}\}$ d) $x=\{-2,\frac{1}{3}\}$
5. $\frac{16x}{x^2}-\frac{64}{x^2}=1$ a) $x=-8$ b) $x=8$ c) $x=-6$ d) $x=6$

جد مجموعة الحل لكل معادلة من المعادلات التالية:

6. $\frac{2}{x-2}-\frac{3}{x-1}=1$ a) $x=\{2+\sqrt{7},2-\sqrt{7}\}$ b) $x=\{1+\sqrt{3},1-\sqrt{3}\}$ c) $x=\{1+\sqrt{7},1-\sqrt{7}\}$ d) $x=\{2+\sqrt{3},2-\sqrt{3}\}$
7. $\frac{y-6}{y+6}-\frac{y+6}{y-6}=\frac{24y^2+6}{y^2-36}$ a) $y=-\frac{1}{4}$ b) $y=-\frac{1}{2}$ c) $y=\frac{1}{4}$ d) $y=-\frac{1}{3}$
8. $\frac{x}{x+3}-\frac{x}{x-3}=\frac{x^2+12x+81}{x^2-9}$ a) $x=-9$ b) $x=9$ c) $x=-8$ d) $x=8$
9. $\frac{3y}{y-4}+\frac{y}{y-2}=\frac{5y^2-4y+8}{y^2-6y+8}$ a) $x=\{4,-2\}$ b) $x=\{-4,-2\}$ c) $x=\{-4,2\}$ d) $x=\{4,2\}$

113

أمثلة اضافية : قدم الأمثلة الاضافية التالية لتعزيز مفاهيم الدرس وهي مشابهة تماماً لأمثلة الدرس في كتاب الطالب.

حل المعادلات الآتية :

1) $\frac{9x}{5}=\frac{5}{9x}$, $s=\{\frac{5}{9},-\frac{5}{9}\}$

2) $\frac{5}{x+2}+\frac{3x}{2-x}=\frac{-20}{x^2-4}$, $s=\{-2,\frac{5}{3}\}$

3) $\frac{8}{x^2-x-20}-\frac{2}{x-5}=1$, $s=\{-5,4\}$

تأكد من فهمك: أطلب إلى الطلاب حلّ تدريبات تأكد من فهمك داخل الصف وراقب اجاباتهم .

- الأسئلة (1-6) يتطلب الحل ايجاد مجموعة الحل في الاعداد الحقيقية والتحقق من صحة الحل .
- يمكن تقديم صفحة إعادة التعليم المرافقة للطلاب الذين لم يتمكنوا من حل تدريبات تأكد من فهمك بشكل صحيح.
- اطلب إلى الطلاب حلّ التدريبات (7، 6 ،5، 3) من صفحة تمرينات الدرس كواجب بيتي.

خطأ متوقع: قد يخطئ بعض الطلاب عند ايجاد م.م.أ وذلك بعدم مطابقة بعض الاقواس في مقام الحدود الكسرية مثل(1-x) والقوس (x-1)،فذكرهم بمطابقة مثل هذه الاقواس من خلال تغير اشارة الكسر ومقام الكسر .

3 تدريبٌ

ناقش مع الطلاب الواجب البيتيّ وتحقق من قدرتهم على حلّ التمرينات وقدّم صفحة إعادة التعليم للطلاب الذين لم يتمكنوا من حلّ الواجب البيتي.

تدرب وحل التمرينات: اطلب الى الطلاب حلّ تمرينات تدرب وحلّ التمرينات وتابع اجاباتهم .

- الأسئلة (15-18) يتطلب تحليل المقامات الى أبسط صورة ممكنة ثم إيجاد المضاعف المشترك الاصغر للمقامات وتبسيط المعادلة وإيجاد الحل.

تدرّب وحل مسائل حياتية: أطلب إلى الطلاب حلّ المسائل الحياتية وتابع اجاباتهم .

- الأسئلة (19-21) يتطلب الحل كتابة المعادلة التي تمثل المسألة بحسب المعطيات ثم ايجاد مجموعة الحل للمعادلة .

Scanned with CamScanner

فكّر: اطلب الى الطلاب حلّ أسئلة فكّر ، وقد يحتاج الطلاب ذوو المستوى الضعيف الى بعض الامثلة.

• لسؤال (23) عند تبسيط المعادلة الكسرية واختبارها بالمقدار المميز يكون للمعادلة جذران حقيقيان غير نسبيين.

أكتبْ: أطلب إلى الطلاب حلّ سؤال أكتبْ وتابع إجاباتهم .

4 تقويمٌ

إستعمل المسائل التالية كتقويم ختامي للطلاب قبل انتهاء الدرس

جد مجموعة الحل للمعادلات الآتية:

$$1)\ \frac{4x}{x+3} + \frac{5}{x-3} = \frac{20}{x^2-9},\ s = \{\frac{7+\sqrt{129}}{2}, \frac{7-\sqrt{129}}{2}\}$$

5 توسعةٌ

يمكنك تقديم تدريباتٍ اثرائيةٍ للطلاب من خلال صفحة الإثراء المرافقة وتابعهم وقدّم لهم المساعدة في أثناء الحلّ.

• **اطلب إليهم حل المعادلة الآتية:**

$$\frac{z+2}{z+4} + \frac{2z}{4-z} = \frac{1}{z^2-16},\ s = \{-1, -9\}$$

تدربْ وحل مسائل حياتية



19 **رياضة:** إذا أراد راكب دراجة قطع مسافة 60 km بين مدينتين A,B بسرعة معينة، ولو زادت سرعته بمقدار 10 km/h لتمكّن من قطع هذه المسافة بزمن يقل ساعة واحدة عن الزمن الأول. جد سرعته أولاً.



20 **نقل مسافرين:** تقطع طائرة الخطوط الجوية العراقية المسافة 350 km بين مدينة بغداد وأربيل بسرعة معينة، ولو زادت سرعة الطائرة بمقدار 100 km/h لتمكنت الطائرة من قطع المسافة بزمن يقل 12 دقيقة عن الزمن الأول. جد سرعة الطائرة التقريبية أولاً.

21 **سباق:** شارك نوفل في سباق ثلاثي، وتضمن السباق السباحة وركوب الدراجة والجري، واستغرق ساعتين لإنهاء السباق كما موضح في الجدول المجاور على اعتبار x تعبر عن معدل سرعته في السباحة. جد معدل سرعته التقريبية في سباق السباحة.

	المسافة km	السرعة km/h	الزمن
السباحة	$d_s = 1$	x	t_s
ركوب الدراجة	$d_b = 20$	5x	t_b
الجري	$d_r = 4$	x + 4	t_r

ملاحظة: استعمل معادلة الزمن الاجمالي الذي استغرقه نوفل في السباق بدلالة سرعته في السباحة هو

$$T(x) = t_s + t_b + t_r$$

فكّر

22 **تحدٍ:** جد مجموعة الحل للمعادلة التالية:

$$\frac{3}{x+5} + \frac{4}{5-x} = \frac{x^2-15x+14}{x^2-25}$$

23 **أصحح الخطأ:** استعمل نمير المقدار المميز لبيان جذور المعادلة:

$$\frac{2}{x-7} + \frac{1}{x-1} = 1$$

فقال نمير انّ للمعادلة جذران نسبيان حقيقيان. اكتشف خطأ نمير وصحّحه.

أكتبْ

مجموعة الحل في مجموعة الأعداد الحقيقية :

$$\frac{1}{x+6} - \frac{5}{x-6} = 2$$

89

تأكدْ من فهمك

جد مجموعة الحل لكل معادلة من المعادلات التالية وتحقق من صحة الحل:

الأسئلة (1 - 6) مشابهة للمثالين (1،2)

1 $\frac{1}{x} + \frac{1}{2} = \frac{6}{4x^2}$

2 $\frac{y}{2} - \frac{7}{5} = \frac{3}{10y}$

3 $\frac{x+4}{2} = \frac{-3}{2x}$

4 $\frac{y+1}{y^2} = \frac{3}{4}$

5 $\frac{9x-14}{x-5} = \frac{x^2}{x-5}$

6 $\frac{1}{y^2-6} = \frac{2}{y+3}$

جد مجموعة الحل لكل معادلة من المعادلات التالية:

الأسئلة (7 - 10) مشابهة للمثالين (3،4)

7 $\frac{y-4}{y+2} - \frac{2}{y-2} = \frac{17}{y^2-4}$

8 $\frac{9}{x^2-x-6} - \frac{5}{x-3} = 1$

9 $\frac{12}{y^2-16} + \frac{6}{y+4} = 2$

10 $\frac{2x}{x+1} + \frac{3x}{x-1} = \frac{8+7x+3x^2}{x^2-1}$

تدربْ وحل التمرينات

جد مجموعة الحل لكل معادلة من المعادلات التالية وتحقق من صحة الحل:

11 $\frac{4}{6x^2} + \frac{1}{3} = \frac{1}{x}$

12 $\frac{3y}{4} - \frac{6}{12y} + \frac{1}{4} = 0$

13 $\frac{9x+22}{x^2} = 1$

14 $\frac{9}{(y+2)^2} = \frac{3y}{y+2}$

جد مجموعة الحل لكل معادلة من المعادلات التالية:

15 $\frac{3}{x-4} - \frac{2}{x-3} = 1$

16 $\frac{y-5}{y+5} - \frac{y+5}{y-5} = \frac{4y^2-24}{y^2-25}$

17 $\frac{6-x}{x^2+x-12} - \frac{2}{x+4} = 1$

18 $\frac{4+8y}{y^2-9} + \frac{6}{y-3} = 3$

88

الإثراء

حل المعادلات التالية بالمربع الكامل:

❶ $\frac{y+1}{y+5} + \frac{y}{y-5} = \frac{2}{y^2-25} \Rightarrow 2y^2 + y - 7 = 0$

$\Rightarrow s = \{\frac{-1+\sqrt{57}}{4}, \frac{-1-\sqrt{57}}{4}\}$

❷ $\frac{2x+1}{x+2} + \frac{4x}{2-x} = \frac{2}{4-x^2} \Rightarrow x(2x+11) = 0$

$\Rightarrow s = \{0, \frac{-11}{2}\}$

❸ $\frac{3x}{1-x} - \frac{2}{x+1} = \frac{1}{x^2-1} \Rightarrow 3x^2 + 5x - 1 = 0$

$\Rightarrow s = \{\frac{-5+\sqrt{37}}{6}, \frac{-5-\sqrt{37}}{6}\}$

❹ $\frac{y+1}{y+2} + \frac{y}{y-2} = \frac{1}{y^2-4} \Rightarrow 2y^2 + y - 3 = 0$

$\Rightarrow s = \{\frac{-3}{2}, 1\}$

❺ $\frac{3}{z+\sqrt{2}} + \frac{3}{z-\sqrt{2}} = \frac{z^2+5z+1}{z^2-2}$

$\Rightarrow Z^2 - z + 1 = 0 \quad \Rightarrow s = \{\varnothing\}$

لايوجد لها حل في مجموعة الاعداد الحقيقية

Scanned with CamScanner

3-7 خطةُ حلِّ المسألةِ (كتابة معادلة)

نتاجاتُ التَّعلّمِ	إستعمال إستراتيجية كتابة معادلة لحل المسألة.
الموادُ والوسائلُ	ورقة عمل تتضمن المسألة الآتية : يقطع راكب دراجة مسافة 60km بين مدينتين بسرعة معينة ولو زادت سرعته بمقدار 10km/h لتمكن من قطع المسافة بزمن يقل 60 دقيقة عن الزمن الأول. جد سرعته أولا.

الدرسُ [3-7] خطة حل المسألة (كتابة معادلة)

Problem Solving Plan (Writing Equation)

فكرةُ الدرس
• استعمال استراتيجية كتابة معادلة لحل المسألة.

تعلم

تقطع باخرة شحن مسافة 240 km بين الميناء A والميناء B بسرعة معينة، ولو زادت سرعتها 10 km/h لتمكنت من قطع المسافة بزمن يقل ساعتين عن الزمن الأول. جد سرعة الباخرة أولا.



افهم

ما المعطيات في المسألة؟ باخرة شحن تقطع المسافة 240km بين المدينة A والمدينة B بسرعة معينة، وتقطعها بزمن يقل ساعتين عن الزمن الأول في حالة زادت سرعتها بمقدار 10 km/h .

ما المطلوب من المسألة؟ إيجاد سرعة الباخرة أولا.

خطط

كيف تحل المسألة؟ أكتب معادلة تمثل المسألة ثم أحلها لإيجاد سرعة الباخرة أولا.

حلّ

نفرض أن سرعة الباخرة الأولى = v ، الزمن الأول = $\frac{240}{v}$

لذا سرعتها الثانية = v + 10 ، الزمن الثاني = $\frac{240}{v+10}$

الزمن الأول - الزمن الثاني يساوي 2

$\frac{240}{v} - \frac{240}{v+10} = 2$

بضرب طرفي المعادلة في LCM (v(v + 10))

$240v + 2400 - 240v = 2v(v + 10)$

$2400 = 2v^2 + 20v$

$v^2 + 10v - 1200 = 0 \Rightarrow (v + 40)(v - 30) = 0$

$\Rightarrow \begin{cases} v + 40 = 0 \Rightarrow v = -40 & \text{يهمل} \\ \text{or } v - 30 = 0 \Rightarrow v = 30\ km/h & \text{سرعة الباخرة أولا} \end{cases}$

تحقق

زمن الباخرة الأولى: $\frac{240}{v} = \frac{240}{30} = 8h$

زمن الباخرة الثانية: $\frac{240}{v+10} = \frac{240}{40} = 6h$

زمن الباخرة الثانية أقل من زمن الباخرة الأولى بمقدار ساعتين (8 - 6 = 2h) ، لذا الحل صحيح.

90

1 تهيئة

اطلب الى الطلاب توقع نتاجات التعلّم لهذا الدرس من خلال عنوان الدرس وناقشهم فيها ثم ثبتها على السبورة.

• هيىء الطلاب لفكرة الدرس من خلال الأنشطة الآتية: نظّم الطلاب في مجموعاتٍ صغيرةٍ واعطِ كل مجموعةٍ ورقة العمل المعدِ المعدة مسبقاً.

• اطلب إلى المجموعات التحقق من حلّ المعادلة بالتعويض بقيمة المتغير الناتج .

اسأل الطلاب :

نفرض أن سرعة الدراجة الأولى = v ، الزمن الأول = $\frac{60}{v}$

لذا سرعتها الثانية v + 10 ، الزمن الثاني = $\frac{60}{v+10}$

الزمن الأول – الزمن الثاني = 1

$\frac{60}{v} - \frac{60}{v+10} = 1$

$V^2 + 10v - 600 = 0 \Rightarrow (v + 30)(v - 20) = 0$

$\Rightarrow \begin{cases} v + 30 = 0 \Rightarrow v = -30 & \text{يهمل} \\ \text{or } v - 20 = 0 \Rightarrow v = 20\ km/h & \text{سرعة الدراجة اولا} \end{cases}$

سجل نتائج المجموعات واعلن الفائز منها.

2 شرحٌ وتفسيرٌ

افهم

• أرشد الطلاب الى المعطيات والمطلوب في المسألة .

• اطلب الى الطلاب تحويط المعطيات ، ووضع خط تحت المطلوب.

خطط

• ناقش الطلاب في الطريقة المناسبة لحلّ هذه المسألة واستمع إلى مقترحاتهم .

• بيّن للطلاب أنّ حلّ المسألة يتطلب كتابة معادلة تمثل المسألة ثم إيجاد سرعة الدراجة أولا.

حل

• قمْ بحلّ المسألة على وفق خطة كتابة معادلة ،

وقدّم الأسئلة التالية للطلاب في أثناء الشرح لتوجيه انتباههم .

• ما سرعة الباخرة في البداية؟ غير معلومة نفرضها v.

• ما سرعة الباخرة بعد زيادة سرعتها ؟ v+10

• ما الفرق في الزمن بين الحالتين ؟ ساعتان

Scanned with CamScanner

Problems

مسائل

حل المسائل التالية باستراتيجية (كتابة معادلة)



نافورة: زرعت منطقة مربعة الشكل طول ضلعها 4m بالورد وسط حديقة مربعة الشكل، فكانت مساحة المنطقة المتبقية من الحديقة المحيطة بها 84 m^2 ما طول ضلع الحديقة؟



أسد بابل: وهو تمثال لأسد عثر عليه في مدينة بابل الأثرية في العراق في سنة 1776، وهو مصنوع من حجر البازلت الأسود الصلب، وموضوع على منصة منتصف منطقة مستطيلة الشكل طولها يزيد على عرضها بمقدار 2m ومساحتها 15 m^2 فما أبعادها؟



الأسد: وهو من أقوى الحيوانات الموجودة على وجه الأرض ويلقب الأسد بملك الغابة نسبة الى قوته بين الحيوانات في الغابة اذا كانت المعادلة $x^2 - 30x$ تمثل المساحة التي يبسط الأسد سيطرته عليها بالكيلومتر. ما طول ضلع المنطقة التي يمثلها المتغير x اذا كانت المساحة 175 كيلومتر مربع؟



ألعاب نارية: في احدى المناسبات أطلقت مجموعة من الألعاب النارية عمودياً في الهواء وصلت الى ارتفاع 200m احسب الزمن الذي وصلت به الى هذا الارتفاع، اذا كانت المعادلة الآتية $2t^2 + 30t = h$ تمثل العلاقة بين الارتفاع بالأمتار (h) الذي تصل إليه الألعاب النارية بعد t ثانية.

91

تحقق

• كيف أتحقق من صحة الحل ؟ إستمع الى تبريرات الطلاب .
• وجه الطلاب الى التحقق في الفرق في الوقت .
• اطلب الى الطلاب حل المسائل (4 ، 3 ، 1) من صفحة تمرينات الدرس كواجب بيتي.

خطأ متوقع: قد يخطئ بعض الطلاب بكتابة المعادلة التي تمثل المسألة وذلك بعدم توحيد الوحدات في المسألة فتحتوي على دقائق وساعات ،فذكرهم بتوحيد الوحدات اولاً ثم صياغة الفرضية وكتابة المعادلة .

3 تدريبٌ

• ناقش مع الطلاب الواجب البيتيّ وتحقق من قدرتهم على حلّ المسائل .
•اقرأ المسائل امام الطلاب واطلب اليهم حلّها وتابع إجاباتهم .

4 تقويمٌ

• استعمل المسألةَ التالية كتقويم ختامي للطلاب قبل انتهاء الدرس.

تم توزيع 300 قلم على عدد من الطلبة بالتساوي ووجد أنه لو نقص نصيب الطالب الواحد (قلم واحد) لزاد عدد الطلاب (10) ، أوجد نصيب كل طالب من الأقلام أولا.

نفرض أن نصيب كل طالب = x ، عدد الطلاب في الحالة الأولى يساوي $\frac{300}{x}$ لذا فإن نصيب كل طالب في الحالة الثانية = x - 1 وعدد الطلاب = $\frac{300}{x-1}$.

عدد طلاب الحالة الاولى + 10 = عدد طلاب الحالة الثانية

أي أن

$$\frac{300}{x} + 10 = \frac{300}{x-1}$$

$$\Rightarrow x^2 - x - 30 = 0$$

$$\Rightarrow (x-6)(x+5) = 0$$

لذا x = -5 (يهمل) أو x = 6 نصيب كل طالب من الأقلام أولا.

Scanned with CamScanner

- استعمل مراجعة الفصل للتأكد من امتلاك الطلاب المهارات اللازمة لحلّ التمرينات .
- قدم المثال لكلّ درس واُطلب إلى الطلاب حلّ التدريب وتابع إجابتهم .

مراجعةُ الفصلِ Chapter Review

المفردات

عربي	English	عربي	English
معادلة خطية	linear equation	معامل	coefficient
نظام معادلات	system of equations	الحد المطلق	absolute term
مجموعة الحل	solution set	القيمة المطلقة	absolute value
معادلة تربيعية	quadratic equation	القانون العام	general law
تحليل	factoring	المقدار المميز	discernment
متغير واحد	one variable	بسط الكسر	numerator
التحليل بالتجربة	probe and error factoring	مقام الكسر	dominator
الحد الأول	the first term	الطرف الأيمن	right side
الحد الأوسط	the middle term	الطرف الأيسر	left side
الحد الأخير	the last term	معادلة كسرية	rational equation
مربع كامل	perfect square	خطة	plan
اكمال مربع	completing the square	مسألة	problem
فرق بين مربعين	difference between two squares	أنظمة معادلات خطية	linear equations system
مضاعف مشترك أصغر	least common multiple		

الدرس [3-1] حل نظام من معادلتين خطيتين بمتغيرين

مثال: جد مجموعة الحل للنظام باستعمال الحذف لكل مما يأتي :

$x + 3y = 7$ .... (1)

$x - 3y = 1$ ... (2)

$2x = 8 \Rightarrow x = 4$

$x + 3y = 7 \Rightarrow 4 + 3y = 7 \Rightarrow y = 1$

لذا مجموعة الحل للنظام هي {(4 , 1)}

تدريب: جد مجموعة الحل للنظام باستعمال الحذف لكل مما يأتي :

$x + y = 2$ .... (1)

$x + 5y = 4$ ... (2)

....

الدرس [3-2] حل المعادلات التربيعية بمتغير واحد

مثال1: حل المعادلة التالية باستعمال الفرق بين مربعين:

$25 - x^2 = 0$

$\Rightarrow (5+x)(5-x) = 0 \Rightarrow 5 + x = 0$ or $5 - x = 0$

$\Rightarrow x = -5$ or $x = 5$

مجموعة الحل $S = \{-5 , 5\}$

تدريب1: حل المعادلة التالية باستعمال الفرق بين مربعين:

$x^2 - 64 = 0$

....

مثال2: حل المعادلة التالية باستعمال خاصية الجذر التربيعي:

$y^2 = \frac{16}{25} \Rightarrow y = \pm\sqrt{\frac{16}{25}} \Rightarrow y = \pm\frac{4}{5}$

مجموعة الحل $S = (\frac{4}{5} , \frac{-4}{5})$

تدريب2: حل المعادلة التالية باستعمال خاصية الجذر التربيعي :

$y^2 = 49$

....

92

الدرس [3-3] حل المعادلات التربيعية بالتجربة

مثال1: حل المعادلة التالية بالتحليل بالتجربة:

$x^2 - 2x - 15 = 0$

$\Rightarrow (x - 5)(x + 3) = 0 \quad x = 5$ or $x = -3$

مجموعة الحل $\Rightarrow S = \{5 , -3\}$

تدريب1: حل المعادلة التالية بالتحليل بالتجربة:

$x^2 - 10x + 21 = 0$

....

مثال2: حل المعادلة التالية بالتحليل بالتجربة:

$3y^2 - 11y + 10 = 0 \Rightarrow (3y - 5)(y - 2) = 0$

الحد الأوسط $-6y - 5y = -11y$

$\Rightarrow \begin{cases} 3y - 5 = 0 \Rightarrow y = \frac{5}{3} \\ \text{or } y - 2 = 0 \Rightarrow y = 2 \end{cases}$

مجموعة الحل $\Rightarrow S = \{\frac{5}{3} , 2\}$

تدريب2: حل المعادلة التالية بالتحليل بالتجربة:

$4y^2 + 16y - 9 = 0$

....

الدرس [3-4] حل المعادلات التربيعية بالمربع الكامل

مثال1: حل المعادلة التالية بالمربع الكامل:

$9x^2 - 36x + 36 = 0$

الحد الأوسط $2 \times (3x \times 6) = 36x$

$\Rightarrow (3x - 6)^2 = 0 \Rightarrow 3x - 6 = 0$

$\Rightarrow 3x = 6 \Rightarrow x = 2$

تدريب1: حل المعادلة التالية بالمربع الكامل:

$4x^2 - 28x + 49 = 0$

....

مثال2: حل المعادلة التالية بطريقة إكمال المربع:

$x^2 - 6x = 27$

$\Rightarrow x^2 - 6x + 9 = 27 + 9$

$\Rightarrow x^2 - 6x + 9 = 36 \Rightarrow (x - 3)^2 = 36$

نأخذ الجذر التربيعي لطرفي المعادلة

$\Rightarrow x - 3 = \pm\sqrt{36} \Rightarrow x - 3 = \pm 6$

$\Rightarrow \begin{cases} x - 3 = 6 \Rightarrow x = 9 \\ \text{or } x - 3 = -6 \Rightarrow x = -3 \end{cases} \Rightarrow S = \{9 , -3\}$

تدريب2: حل المعادلة التالية بطريقة إكمال المربع:

$x^2 - 12x = 28$

....

93

الدرس [3-5] حل المعادلات بالقانون العام

مثال1: جد مجموعة الحل للمعادلة باستعمال القانون العام:

$x^2 - 5x - 7 = 0$, $a = 1$, $b = -5$, $c = -7$

$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \Rightarrow x = \frac{5 \pm \sqrt{25 + 28}}{2}$

$x = \frac{5 \pm \sqrt{53}}{2} \Rightarrow x = \frac{5 + \sqrt{53}}{2}$ or $x = \frac{5 - \sqrt{53}}{2}$

$S = \left\{\frac{5 + \sqrt{53}}{2} , \frac{5 - \sqrt{53}}{2}\right\}$

تدريب1: جد مجموعة الحل للمعادلة باستعمال القانون العام:

$x^2 - 3x - 8 = 0$

....

مثال2: حدد جذور المعادلة:

$3x^2 + 5x - 2 = 0$, $a = 3$, $b = 5$, $c = -2$

$\Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow \Delta = 25 - 4 \times 3 \times (-2) = 49$

المقدار المميز مربع كامل أي للمعادلة جذران نسبيان

تدريب2: حدد جذور المعادلة:

$2x^2 - 7x - 3 = 0$

....

الدرس [3-6] حل المعادلات الكسرية

مثال: جد مجموعة الحل للمعادلة وتحقق من الحل:

$\frac{x}{x - 1} + \frac{3x}{x + 1} = \frac{12}{x^2 - 1}$

$\Rightarrow \frac{x}{x - 1} + \frac{3x}{x + 1} = \frac{12}{(x - 1)(x + 1)}$

نضرب طرفي المعادلة في LCM $(x - 1)(x + 1)$

$\Rightarrow x(x + 1) + 3x(x - 1) = 12$

$\Rightarrow x^2 + x + 3x^2 - 3x - 12 = 0$

$\Rightarrow 4x^2 - 2x - 12 = 0$

$\Rightarrow (4x + 6)(x - 2) = 0 \Rightarrow x = -\frac{3}{2}$ or $x = 2$

التحقق: نعوض بالمعادلة الأصلية بإحدى القيم ونترك الثانية للطالب. نعوض x = 2 ونرى إن كان طرفا المعادلة متساويين أم لا؟

$\left.\begin{array}{l} L.S = \frac{2}{1} + \frac{6}{3} = 4 \\ R.S = \frac{12}{3} = 4 \end{array}\right\} L.S = R.S$

تدريب: جد مجموعة الحل للمعادلة وتحقق من الحل:

$\frac{2x}{x - 4} + \frac{x}{x + 4} = \frac{32}{x^2 - 16}$

....

التحقق:

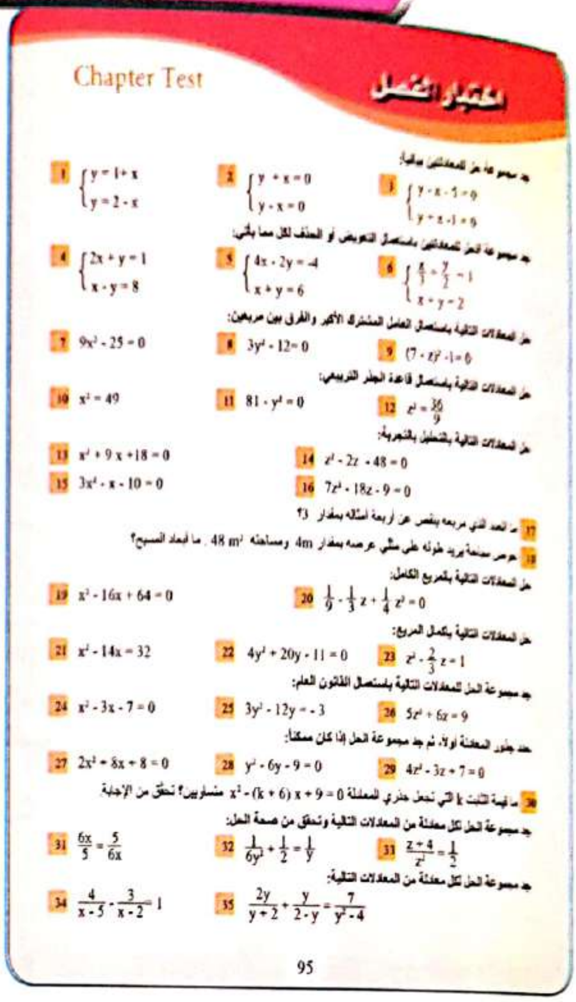
....

94

Scanned with CamScanner

اختبار الفصلُ

- يهدفُ اختبار الفصلُ للتأكد من إتقان الطلاب لأفكار الفصل وملاحظةِ مواطن الخلل لديهم .
- يمكنك الإستعانة بالجدول التالي لمعالجة أخطاء الطلاب.



اختبار الفصل Chapter Test

جد مجموعة حل المعادلتين بيانياً:

1. $\begin{cases} y = 1 + x \\ y = 2 - x \end{cases}$
2. $\begin{cases} y + x = 0 \\ y - x = 0 \end{cases}$
3. $\begin{cases} y - x - 5 = 0 \\ y + x - 1 = 0 \end{cases}$

جد مجموعة الحل للمعادلتين باستعمال التعويض أو الحذف لكل مما يأتي:

4. $\begin{cases} 2x + y = 1 \\ x - y = 8 \end{cases}$
5. $\begin{cases} 4x - 2y = -4 \\ x + y = 6 \end{cases}$
6. $\begin{cases} \frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1 \\ x + y = 2 \end{cases}$

حل المعادلات التالية باستعمال العامل المشترك الأكبر والفرق بين مربعين:

7. $9x^2 - 25 = 0$
8. $3y^2 - 12 = 0$
9. $(7 - z)^2 - 1 = 0$

حل المعادلات التالية باستعمال قاعدة الجذر التربيعي:

10. $x^2 = 49$
11. $81 - y^2 = 0$
12. $z^2 = \frac{36}{9}$

حل المعادلات التالية بالتحليل بالتجربة:

13. $x^2 + 9x + 18 = 0$
14. $z^2 - 2z - 48 = 0$
15. $3x^2 - x - 10 = 0$
16. $7z^2 - 18z - 9 = 0$
17. ما العدد الذي مربعه ينقص عن أربعة أمثاله بمقدار 3؟
18. حوض سباحة يزيد طوله على مثلي عرضه بمقدار 4m ومساحته $48\ m^2$. ما أبعاد المسبح؟

حل المعادلات التالية بالمربع الكامل:

19. $x^2 - 16x + 64 = 0$
20. $\frac{1}{9} - \frac{1}{3}z + \frac{1}{4}z^2 = 0$

حل المعادلات التالية بإكمال المربع:

21. $x^2 - 14x = 32$
22. $4y^2 + 20y - 11 = 0$
23. $z^2 - \frac{2}{3}z = 1$

جد مجموعة الحل للمعادلات التالية باستعمال القانون العام:

24. $x^2 - 3x - 7 = 0$
25. $3y^2 - 12y = -3$
26. $5z^2 + 6z = 9$

حدد جذور المعادلة أولاً، ثم جد مجموعة الحل إذا كان ممكناً:

27. $2x^2 + 8x + 8 = 0$
28. $y^2 - 6y - 9 = 0$
29. $4z^2 - 3z + 7 = 0$
30. ما قيمة الثابت k التي تجعل جذري المعادلة $x^2 - (k + 6)x + 9 = 0$ متساويين؟ تحقق من الإجابة

جد مجموعة الحل لكل معادلة من المعادلات التالية وتحقق من صحة الحل:

31. $\frac{6x}{5} = \frac{5}{6x}$
32. $\frac{1}{6y^2} + \frac{1}{2} = \frac{1}{y}$
33. $\frac{z+4}{z^2} = \frac{1}{2}$

جد مجموعة الحل لكل معادلة من المعادلات التالية:

34. $\frac{4}{x-5} - \frac{3}{x-2} = 1$
35. $\frac{2y}{y+2} + \frac{y}{2-y} = \frac{7}{y^2-4}$

95

السؤال	الخطأ	المعالجة
1 - 3	لا يستطيع بعض الطلاب رسم معادلة المستقيم أو إيجاد نقطة التقاطع .	تدريباتُ إعادة التعليم للدرس 1
4 - 6	لا يتمكن بعض الطلاب من حل المعادلات باستعمال التعويض أو الحذف.	تدريباتُ إعادة التعليم للدرس 1
7- 12	لا يتمكن بعض الطلاب من إيجاد العامل المشترك الأكبر واستعمال طريقة الفرق بين مربعين وقاعدة الجذر التربيعي.	تدريباتُ إعادة التعليم للدرس 2
13 – 18	لا يستطيع بعض الطلاب إلى حل معادلات الدرجة الثانية باستعمال التحليل بالتجربة.	تدريباتُ إعادة التعليم للدرس 3
19 – 23	لا يتمكن بعض الطلاب من حل معادلات الدرجة الثانية باستعمال المربع الكامل وإكمال المربع .	تدريباتُ إعادة التعليم للدرس 4
24 – 30	لا يتمكن بعض الطلاب من حل معادلات الدرجة الثانية باستعمال القانون العام أو تحديد جذور المعادلة باستعمال المقدار المميز	تدريباتُ إعادة التعليم للدرس 5
31 – 35	لا يتمكن بعض الطلاب من تحديد العامل المشترك الأصغر وحل المعادلات الكسرية .	تدريباتُ إعادة التعليم للدرس 6

Scanned with CamScanner

الفصلُ 4

الهندسة الاحداثية

مخططُ الفصلِ :

الدرس	النتاجات التعليمية	المفردات	الخطة الزمنية	المواد والوسائل
التمهيد للفصل الاختبار القبلي			حصة واحدة	
1 التمثيل البياني للمعادلات في المستوي الاحداثي	تمثيل المعادلات الخطية والتربيعية في المستوى الاحداثي	- الزوج المرتب - المستوى الاحداثي - المعادلة الخطية - المعادلة التربيعية	3 حصص	- ورقة عمل - مسطرة شفافة
2 ميل المستقيم	- ايجاد ميل المستقيم - ايجاد المقطع السيني والمقطع الصادي للمستقيم مع المحورين في المستوى الاحداثي	التغير العمودي - التغير الافقي - المقطع السيني - المقطع الصادي - الميل	3 حصص	- ورقة عمل - مسطرة شفافة
3 معادلة المستقيم	-إيجاد معادلة المستقيم الذي علم منه : 1) نقطتان 2) ميل ونقطة 3) ميل ومقطع	- الميل - المقطع	3 حصص	- ورقة عمل - مسطرة شفافة
4 المستقيمات المتوازية والمتعامدة	التمييز بين المستقيمات المتوازية - التمييز بين المستقيمات المتعامدة	- المستقيمات المتوازية - المستقيمات المتعامدة	3 حصص	- ورقة عمل - مسطرة شفافة - مثلث شفاف قائم الزاوية
5 المسافة بين نقطتين	-التعرف الى قانون المسافة بين نقطتين . - تطبيق قانون المسافة بين نقطتين . -التعرف الى قانون نقطة منتصف القطعة المستقيمة	المستقيم وقطعة المستقيم - قانون المسافة بين نقطتين - نقطة منتصف القطعة المستقيمة - قانون نقطة منتصف القطعة المستقيمة	3 حصص	- ورقة عمل - مسطرة شفافة
6 النسب المثلثية	التعرف على النسب المثلثية الأساسية. - النسب المثلثية لبعض الزوايا الخاصة. -إيجاد قيم عبارات تتضمن زوايا خاصة.	النسب المثلثية $\sin\theta, \cos\theta, \tan\theta$ $\sec\theta, \csc\theta, \cot\theta$ - الزوايا الخاصة $90°, 60°, 45°, 30°, 0°$	حصتان	- مسطرة شفافة - مثلث شفاف قائم الزاوية
7 خطة حل المسالة (تحديد معقولية الاجابة)	استعمال التخمين والتحقق في حل المسألة		حصتان	
مراجعة الفصل			حصة واحدة	
اختبارُ الفصلِ			حصة واحدة	

Scanned with CamScanner

مصفوفة المدى والتتابع لمحتوى الفصل

تعلم الطالب سابقاً :

كيفية تعيين النقاط في المستوي الاحداثي وتحديد موقعها في الارباع او المحاور وبالعكس تحديد احداثيات النقاط الواقعة في المستوي الاحداثي ، وتمثيل جدول دالة محددة في المستوى الاحداثي الانعكاس والدوران في المستوي الاحداثي،الانسحاب في المستوى الاحداثي واستعمال استراتيجية تحديد معقولية الإجابة في حل مسائل حياتية ، وسوف يطور الطلاب معرفتهم بالهندسة الاحداثية فيتعلمون في هذا الفصل التمثيل البياني للمعادلات في المستوى الاحداثي ويتعرفون على مفهوم ميل المستقيم وكيفية ايجاده ومفهوم معادلة الخط المستقيم وطرائق كتابتها وتحديد نوع المستقيمين متوازيين او متعامدين من خلال إيجاد ميل كل منهما فضلا عن التعرف على النسب المثلثية الأساسية وقيمها لبعض الزوايا الخاصة، واستعمال استراتيجية التخمين والتحقق في حل مسائل حياتية.

الترابط الرأسي

الدروس التي تعلمها سابقاً

- تمثيل جدول دالة محددة في المستوى الاحداثي.
- مقدمة في الدوال.
- الدوال الخطية
- الانعكاس والدوران في المستوى الاحداثي.
- الانسحاب في المستوى الاحداثي،
- خطة حل المسألة (تحديد معقولية الإجابة)

الدروس التي سيتعلمها في هذا الفصل

- التمثيل البياني للمعادلات في المستوى الاحداثي.
- ميل المستقيم.
- معادلة المستقيم.
- المستقيمات المتوازية والمتعامدة.
- المسافة بين نقطتين وإيجاد منتصف قطعة مستقيمة.
- النسب المثلثية الأساسية وقيمها لبعض الزوايا الخاصة.
- خطة حل المسألة (تحديد معقولية الاجابة).

المفردات

الزوج المرتب: $(x,y)\in R\times R$ وهو يعبر عن احداثيات نقطة في المستوي الاحداثي $Y\times X$

المعادلة الخطية : وهي معادلة فيها المتغير x من الدرجة الاولى $y=2x+3$.

المعادلة التربيعية: وهي المعادلة التي فيها المتغير x من الدرجة الثانية $y=x^2\times 3x+4$.

ميل المستقيم : هو النسبة بين التغير العمودي و التغير الافقي.

معادلة المستقيم: وهي معادلة خطية تمثيلها في المستوي الاحداثي يمثل مستقيم .

المقطع السيني: هو قيمة x من تقاطع المستقيم مع محور السينات .

المحور الصادي: هو قيمة y من تقاطع المستقيم مع محور الصادات .

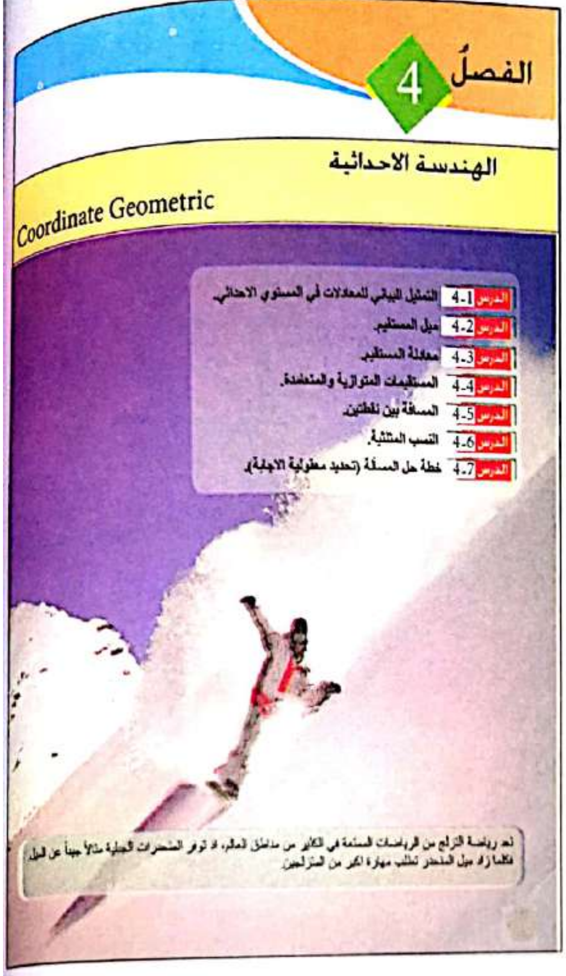
المستقيمات المتوازية :هي المستقيمات التي تقع في مستو واحد وليس بينهما نقاط مشتركة اي لها الميل نفسه .

المستقيمات المتعامدة: المستقيم العمودي على مستقيم اخر يقطعه في نقطة واحدة ويصنع معه زاوية قائمة ويكون ميله المقلوب السالب لميل للمستقيم العمودي عليه.

نقطة المنتصف لقطعة مستقيم: هي النقطة الواقعة على بعدين متساويين من طرفي قطعة مستقيم وتنتمي له .

Scanned with CamScanner

التمهيدُ للفصْلِ


الفصلُ 4
الهندسة الاحداثية
Coordinate Geometric

تعد رياضة التزلج من الرياضات الممتعة في الكثير من مناطق العالم، اذ توفر المنحدرات الجبلية مثالاً جيداً عن الميل، فكلما زاد ميل المنحدر تطلب مهارة اكبر من المتزلجين.

وجه الطلاب الى صفحة الفصل في كتاب الطالب ثم اطلب اليهم ملاحظة الصورة وناقشهم في المعلومة المعطاة:

تعد رياضة التزلج من الرياضات الممتعة في كثير من مناطق العالم، إذ توفر المنحدرات الجبلية مثالا جيدا على الميل فكلما زاد ميل المنحدر تطلب مهارة اكبر من المتزلجين.

- اسأل الطلاب: ما تاثير زيادة ميل المنحدر في سرعة نزول المتزلج؟ الزيادة السرعة
- كيف نقيس انحدار المنحدر الجبلي؟ زاوية ميله
- ماذا تمثل زاوية الميل؟ نسبة طول المنحدر الى المسافة الافقية على الارض

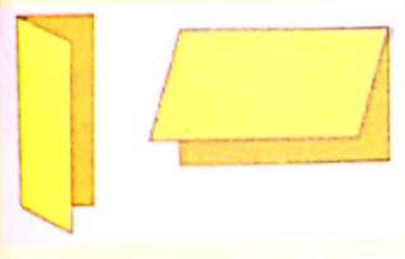
استمع لإجابات بعض الطلاب ووجههم إلى ملاحظة ضرورة إيجاد صيغ رياضيه تمكننا من قياس زاوية الميل

- بين للطلاب بانهم سوف سيدرسون في هذا الفصل:

ميل الخط المستقيم ومعادلة الخط المستقيم وباستعمال مفهوم الميل التمييز بين المستقيمات المتوازية والمتعامدة.

وكذلك ايجاد المسافة بين نقطتين في المستوي الاحداثي وكيفية إيجاد منتصف قطعة مستقيمة و التعرف الى النسب المثلثية الأساسية وقيمها لبعض الزوايا الخاصة.

مطويات : منظِّم أفكار



عمل مطوية الكتاب المطوي :

1 - قم بطي ورق قياس $8.5cm \times 11cm$ الى النصف.

2 - يمكنك طي الورقة عمودياً أو أفقياً كشطيرة الهمبرغر.

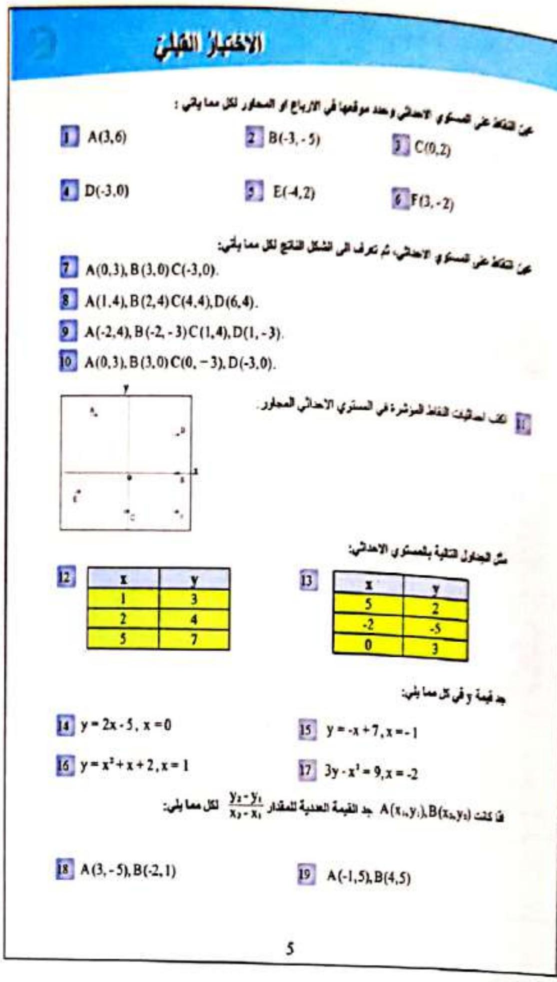
استعمل المطوية

يكتب عنوان الفصل على حد الغلاف ، ثم عناوين الدروس على كل صفحة داخلية، وكل صفحة داخلية تقسم الى ثلاثة اقسام .القسم الأول يكتب فيه فكرة الدرس والمفردات ،والقسم الثاني ملخص عن موضوع الدرس ، والقسم الثالث امثلة .

Scanned with CamScanner

التقويمُ التشخيصيّ:

- استعمل الاختبار القبلي للتحقق من امتلاك الطلاب المعرفة السابقة اللازمة لدراسة هذا الفصل وهي: القدرة على تعيين النقاط المقدمة على شكل ازواج مرتبة على المستوي الاحداثي المتعامد وتعيين موقعها بالنسبة للارباع الأربعة وبالعكس المقدرة على إعطاء الزوج المرتب لنقاط مرسومة على المستوي الاحداثي المتعامد.
- تشير الأخطاء التي قد يقع فيها الطلاب إلى جوانب الضعف في إجاباتهم، مما يستوجب من المدرسين وضع خطط تدريس بديلة وتنويعها، ولمعالجة الأخطاء.



الاختبار القبلي

عين النقاط على المستوي الاحداثي وحدد موقعها في الارباع او المحاور لكل مما يأتي :

1 A(3,6) 2 B(-3, -5) 3 C(0,2)

4 D(-3,0) 5 E(-4,2) 6 F(3, -2)

عين النقاط على المستوي الاحداثي، ثم تعرف الى الشكل الناتج لكل مما يأتي:

7 A(0,3), B(3,0) C(-3,0).

8 A(1,4), B(2,4) C(4,4), D(6,4).

9 A(-2,4), B(-2, -3) C(1,4), D(1, -3).

10 A(0,3), B(3,0) C(0, −3), D(-3,0).

11 اكتب احداثيات النقاط المؤشرة في المستوي الاحداثي المجاور.

مثل الجداول التالية بالمستوي الاحداثي:

12

x	y
1	3
2	4
5	7

13

x	y
5	2
-2	-5
0	3

جد قيمة y في كل مما يلي:

14 $y = 2x - 5,\ x = 0$ 15 $y = -x + 7,\ x = -1$

16 $y = x^2 + x + 2,\ x = 1$ 17 $3y - x^2 = 9,\ x = -2$

اذا كانت $A(x_1,y_1), B(x_2,y_2)$ جد القيمة العددية للمقدار $\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ لكل مما يلي:

18 A(3, -5), B(-2, 1) 19 A(-1,5), B(4,5)

5

المعالجةُ:

احتياجات الطلاب بشكل فردي قبل البدء بتدريس الفصل وذلك بالاعتماد على نتائج الاختبار القبلي، ويمكنك معالجة الخلل لدى الطلاب بالاستعانة بالجدول التالي والذي يقترح معالجة مناسبة لكل مجموعة من الأسئلة تحتوي الفكرة نفسها.

السؤال	الخطأ	المعالجة
1-6	لايستطيع بعض الطلاب تعين النقاط في المستوي الاحداثي وتحديد مواقعها في الارباع او المحاور .	تذكير الطلاب بكيفية تعين نقاط في المستوي الاحداثي وتحديد مواقعها في الارباع.
7 – 10	لايتمكن بعض الطلاب من التعرف الى الشكل الناتج في المستوي.	مراجعة الطلاب لبعض الاشكال الهندسية التي درسوها سابقاً
11	لا يتمكن بعض الطلاب من كتابة احداثيات النقاط من المستوي الاحداثي.	تذكير الطلاب بكيفية كتابة احداثيات نقطة معينة من المستوي الاحداثي .
12 - 13	لايستطيع بعض الطلاب من تمثيل جدول نقاط بالمستوي الاحداثي.	مراجعة الطلاب في كيفية تمثيل جدول نقاط في المستوي الاحداثي
14 – 17	لايتمكن بعض الطلاب من ايجاد قيمة y من المعادلة .	تذكير الطلاب بكيفية التعويض بقيمة x في المعادلة لايجاد قيمة y
18 - 19	يخطئ بعض الطلاب عند التعويض عن قيمة y، x لايجاد القيمة العددية للعبارة الجبرية .	اعطاء بعض الامثلة للطلاب لتذكيرهم بكيفية ايجاد القيمة العددية لعبارة جبرية بالتعويض بقيم y، x .

Scanned with CamScanner

الدرسُ 4-1 التمثيل البياني للمعادلات في المستوى الاحداثي

نتاجات التّعلّمَ	تمثيل المعادلة الخطية والمعادلة التربيعية في المستوي الاحداثي .
الموادُ والوسائلُ	ورقة عمل مخططة بيانياً (ورقة المربعات) ومرسوم عليها مستقيمان متعامدان يمثلان المحورين الاحداثيين ، مسطرة شفافة.

1 تهيئة

اطلب الى الطلاب توقع نتاجات التعلم لهذا الدرس من خلال عنوان الدرس وناقشهم فيها ثم ثبتها على السبورة.

• هيىء الطلاب لفكرة الدرس من خلال الأنشطة الآتية: نظم الطلاب في مجموعات صغيرة وأعطِ كل مجموعة ورقة العمل .

• أطلب الى المجموعات تحديد بعض النقاط في المستوي الاحداثي ثم كتابة احداثياتها وتنظيم جدول بذلك وترتيب النتائج بشكل ازواج مرتبة.

- اسأل الطلاب :

• كلما نعطي قيمة جديدة للمتغير x ماذا يحصل؟ تظهر قيمة جديدة للمتغير y .

• قم بتسجيل نتائج المجموعات واعلان الفائز منها.

اكتب على السبورة المعادلة $y = x + 1$

- اسأل الطلاب :

• هل يمكن تمثيل هذه المعادلة في المستوى الاحداثي؟

• استمع إلى إجاباتهم وقل لهم إنهم سيدرسون في هذا الدرس تمثيل المعادلات الخطية في المستوي الاحداثي.

2 شرحٌ وتفسير

وجه الطلاب الى فقرة تعلم واطلب إليهم قراءة المعلومة المعطاة وهيئهم للمثال (1) من خلال

التقديم الذي يتبع فقرة تعلم .

• اسأل الطلاب : هل يشترط اختيار نفس القيم للمتغير x في جميع الاسئلة ؟

بالطبع لا والسبب انه يمكن رسم المستقيم الذي يمثل المعادلة الخطية باختيار أي نقطتين عليه.

• قدم المثال (4 , 3) لتبين للطلاب كيفية تمثيل المعادلات التربيعية وبين لهم بان الفرق بين تمثيل المعادلة الخطية عن المعادلة التربيعية، إذ ان تمثيل المعادلة الخطية يكون خطاً مستقيماً بينما تمثيل المعادلة التربيعية يكون خطاً منحنياً .

الدرسُ [4-1] التمثيل البياني للمعادلات في المستوي الاحداثي

Graphical Represention of the Equations in the Coordinate Plane

فكرةُ الدرس
• تمثيل المعادلة الخطية في المستوي الاحداثي
• تمثيل المعادلة التربيعية في المستوي الاحداثي.

المفردات
• الزوج المرتب.
• المستوي الاحداثي.
• المعادلة الخطية.
• المعادلة الربيعية.

تعلم

في دراسة لتحديد كمية الحليب التي تحتاج اليها جراء أكل النمل حديثو الولادة بالّلترات على مدى بضعة أيام، توصل الباحث الى المعادلة:

$2y - x = 0$ حيث x عدد الايام، y كمية الحليب باللترات.

كيف يمكنني تمثيل العلاقة بالمستوي الاحداثي؟



[4-1-1] التمثيل البياني للمعادلة الخطية في المستوي الاحداثي

Graphical Represention of linear Equation in the Coordinate plane

المعادلة الخطية: الصيغة العامة للمعادلة الخطية هي: $ax + by + c = 0, a, b, c \in R$ حيث a,b لاتساوي صفراً معاً والمتغيرات فيها لاتكون مرفوعة لقوة اكبر من 1 وان، نمثلها بالمستوي الاحداثي بمثل مستقيماً.

مثال (1) لتمثيل المعادلة $2y - x = 0$ في المستوي الاحداثي نتبع مايأتي:

الخطوة (1): نجعل المعادلة بشكل $y = f(x)$ (أي y بدلالة x)

$$2y - x = 0 \Rightarrow 2y = x \Rightarrow y = \frac{1}{2}x$$

الخطوة (2): اختار في الاقل قيمتين للمتغير x ولتكن $x=2, x=4$ نعوضهما في المعادلة للحصول على أزواج مرتبة

$$x = 2 \Rightarrow y = \frac{1}{2}(2) \Rightarrow y = 1 \Rightarrow P_1(2,1)$$

$$x = 4 \Rightarrow y = \frac{1}{2}(4) \Rightarrow y = 2 \Rightarrow P_2(4,2)$$

الخطوة (3): نعمل جدول بالقيم الناتجة ونمثل الازواج المرتبة في المستوي الاحداثي ونصل بين النقطتين، الشكل الناتج يمثل مستقيماً.

x	y	(x,y)
2	1	$P_1(2,1)$
4	2	$P_2(4,2)$



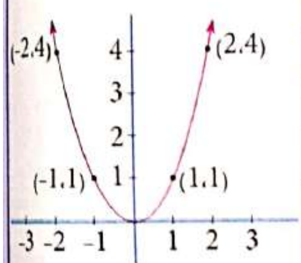
ملاحظة: معادلة المستقيم الذي يمر بنقطة الاصل، خالية من الحد المطلق.

6

إعادة التعليم

مثل المعادلة التربيعية الاتية : $y = x^2$

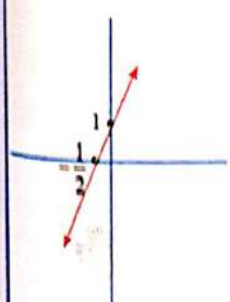
x	$y = x^2$	(x,y)
-2	$(-2)^2 = 4$	(-2,4)
-1	$(-1)^2 = 1$	(-1,1)
0	$(0)^2 = 0$	(0,0)
1	$(1)^2 = 1$	(1,1)
2	$(2)^2 = 4$	(2,4)

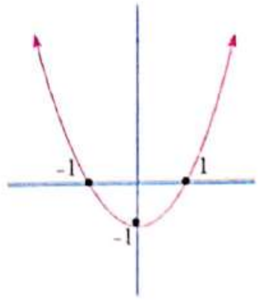


تدريبات

مثل المعادلات الاتية في المستوى الاحداثي :

1) $y = 2x + 1$ 2) $y = x^2 - 1$



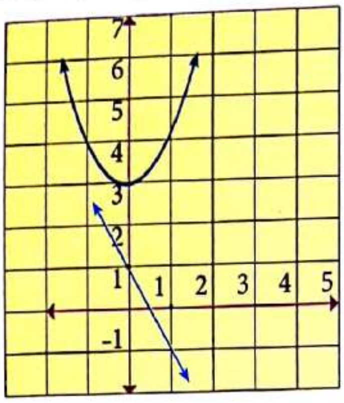


Scanned with CamScanner

أمثلةٌ إضافية:

قدم الامثلة الاضافية الآتية لتعزيز مفاهيم الدرس وهي مشابهة تماماً لأمثلة الدرس في كتاب الطالب

1) $y = 1-2x$, 2) $y = x^2 + 3$



تأكد من فهمك:

اطلب الى الطلاب حل تدريبات تأكد من فهمك داخل الصف وراقب اجاباتهم.

- الأسئلة 6-1 يتطلب الحل الانتباه الى انها معادلات خطية والشكل البياني لها يمثله خط مستقيم (وليس قطعة مستقيم).
- الأسئلة 9-7 يتطلب الحل الانتباه الى انها معادلات تربيعية والشكل البياني لها يمثله خط منحني.
- يمكن تقديم صفحة إعادة التعليم المرافقة للطلاب الذين لم يتمكنوا من حل تدريبات تأكد من فهمك بشكل صحيح.
- اطلب إلى الطلاب حل التدريبات (1,3,5,6) من صفحة تمرينات الدرس كواجب بيتي.

خطأٌ متوقعٌ: قد يخطئ بعض الطلاب بالنتائج عند تعويض القيم بقاعدة اقتران الدالة بسبب الاشارات، فذكرهم بترتيب العمليات على الاعداد.

3 تدريب

ناقش مع الطلاب الواجب البيتي وتحقق من قدرتهم على حل التمرينات وقدم صفحة إعادة التعليم للطلاب الذين لم يتمكنوا من حل الواجب البيتي.

تدرب وحل تمرينات: اطلب الى الطلاب حل تمرينات تدرب وحل التمرينات وتابع اجاباتهم.

السؤال(25) يتطلب الحل قسمة المعادلة على 4 ثم عزل المتغيرات على شكل معادلة $y=f(x)$

تدرب وحل مسائل حياتية : اطلب الى الطلاب حل المسائل الحياتية وتابع اجاباتهم.

السؤال(27) يتطلب حل السؤال افتراض كلفة الساعة الواحدة x ومجمل ما تتقاضاه الشركة y وبذلك تكون المعادلة التي تعبر عن المسألة $y = 5x + 10$

مثال (2) مثل المعادلات التالية في المستوي الاحداثي، ماذا تلاحظ؟

i) $y - 3x + 5 = 0$ ii) $y = 4$ iii) $x = -3$

i) $y - 3x + 5 = 0 \to y = 3x - 5$

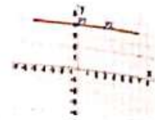
x	y=3x-5	(x,y)
0	3(0)-5=-5	$P_1(0,-5)$
3	3(3)-5=4	$P_2(3,4)$



المستقيم يقطع محور السينات والصادات ولايمر بنقطة الاصل

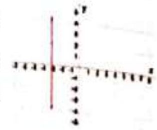
ii) $y = 4$

x	y=4	(x,y)
0	4	$P_1(0,4)$
3	4	$P_2(3,4)$



المستقيم يوازي محور السينات وعمودي على محور الصادات عند النقطة (0,4)

iii) $x = -3$



المستقيم x=-3 يوازي محور الصادات وعمودي على محور السينات عند النقطة (-3,0)

يمكن وضع ما تقدم في الجدول الآتي:

المعادلة	العلاقة مع المحورين
ax+by+c=0	المستقيم يقطع المحورين ولايمر بنقطة الاصل
ax+by=0	المستقيم يقطع المحورين في نقطة الاصل
$y = k, k \in R$	المستقيم يوازي محور السينات وعمودي على محور الصادات ويمر بالنقطة (0,k)
$x = h, h \in R$	المستقيم يوازي محور الصادات وعمودي على محور السينات ويمر بالنقطة (h,0)

[4-1-2] التمثيل البياني للمعادلة التربيعية في المستوي الاحداثي
Graphical Representation of the Quadratic Equation in the Coordinate Plane

الصيغة العامة للمعادلة التربيعية هي: $y = ax^2 + bx + c$ حيث $a \neq 0, a,b,c \in R$

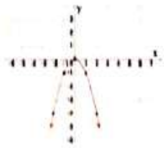
سوف نتطرق في هذا البند الى المعادلة التربيعية بالصيغة $y = ax^2 + c$ حيث $a \neq 0, a,c \in R$ وطريقة تمثيلها.

لتمثيل المعادلة $y = ax^2 + c$ نعمل الجدول المجاور ويكون التمثيل البياني للمعادلة هو ∪ او ∩

x	$y = ax^2 + c$	y	(x,y)
قيم افتراضية -2, -1, 0, 1, 2	تعويض قيم x	الناتج	الازواج المرتبة

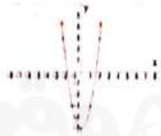
7

مثال (3) مثل المعادلة $y = -x^2$



x	$y = -x^2$	y	(x,y)
-2	$-(-2)^2$	-4	(-2,-4)
-1	$-(-1)^2$	-1	(-1,-1)
0	$-(0)^2$	0	(0,0)
1	$-(1)^2$	-1	(1,-1)
2	$-(2)^2$	-4	(2,-4)

مثال (4) مثل المعادلة $y = 2x^2 - 5$



x	$y = 2x^2-5$	y	(x,y)
-2	$2(-2)^2-5$	3	(-2,3)
-1	$2(-1)^2-5$	-3	(-1,-3)
0	$2(0)^2-5$	-5	(0,-5)
1	$2(1)^2-5$	-3	(1,-3)
2	$2(2)^2-5$	3	(2,3)

تأكد من فهمك مثل المعادلات الخطية التالية في المستوي الاحداثي وبين علاقتها بالمحورين:

الاسئلة (1-6) مشابه المثالين (1,2).

1. $y = 3x + 1$
2. $y = -4x$
3. $y + 3x - 2 = 0$
4. $y = 1 - 3x$
5. $y + 5 = 0$
6. $x - 5 = 0$

مثل المعادلات التربيعية التالية في المستوي الاحداثي .

الاسئلة (7-9) مشابه المثالين (3,4)

7. $y = x^2 + 4$
8. $y = x^2$
9. $y = 1 - 3x^2$

تدربْ وحلّ التمرينات مثل المعادلات الخطية التالية في المستوي الاحداثي وبين علاقتها بالمحورين:

10. $y = -x + 4$
11. $y = x$
12. $y + x - 1 = 0$
13. $y - x - 3 = 0$
14. $x = -\frac{5}{2}$
15. $y = 0$
16. $x + y = 0$

مثل المعادلات التربيعية التالية في المستوي الاحداثي .

17. $y = x^2 - 1$
18. $y = 2x^2 + 3$
19. $y = -3x^2$
20. $y = 2x^2$
21. $4y = x^2$
22. $x^2 + 5y = 1$
23. $y - 2x^2 = 0$

8

Scanned with CamScanner

فكّر : اطلب الى الطلاب حل أسئلة فكر، وقد يحتاج الطلاب ذوو المستوى الضعيف الى امثلة اضافية.

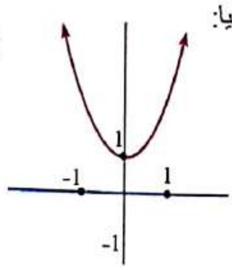
أكتبْ : اطلب الى الطلاب حل سؤال أكتب وتابع إجاباتهم.

4 تقويمٌ

استعمل المسألة الآتية كتقويم ختامي للطلاب قبل انتهاء الدرس .

مثل المعادلة الآتية بيانيا:

$y = x^2 + 1$

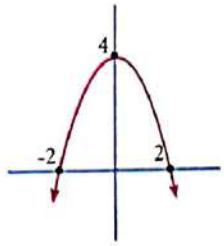


5 توسعة

قدّم تدريبات اثرائية للطلاب من خلال صفحة الإثراء المرافقة وتابعهم وقدم لهم المساعدة في أثناء الحل.

اطلب إليهم تمثيل المعادلة الآتية بيانيا

$y = 4 - x^2$



Multiple Choice الاختيار من متعدد

الدرس [4-1] التمثيل البياني للمعادلات في المستوى الاحداثي

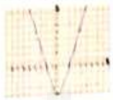
Graphical Representation of the Equation in the Coordinate Plane

اختر الاجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

1) المستقيم الذي معادلته $y = \frac{1}{2}$

a) يقطع المحورين b) يوازي محور الصادات c) يوازي محور السينات d) لايقطع اي من المحورين

2) اي المعادلات الآتية تعبر عن المعادلة الممثلة بيانيا جانبا ؟



a) $y = -3x^2$ b) $y = 2x^2 + 4$

c) $y = x^2 - 4$ d) $y = 3x^2 - 4$

3) اي المعادلات الآتية تعبر عن المعادلة الممثلة بيانيا جانبا ؟



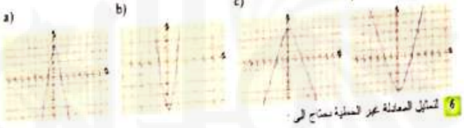
a) $y = 3x + 4$ b) $y = 4x + 3$

c) $y = -3 + 4$ d) $y = 3x - 4$

4) اي المعادلات الآتية تعبر عن معادلة خطية ؟

a) $y = x^2 + 1$ b) $y^2 = x + 1$ c) $y^2 = x^2 + 1$ d) $y = x + 1$

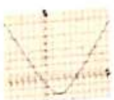
5) اي التمثيلات البيانية تعبر عن المعادلة $y = -x^2 + 4$ ؟



6) لتمثيل المعادلة غير الخطية نحتاج الى :

a) نقطة واحدة على الاقل b) نقطتان على الاكثر c) نقطتان فقط d) ثلاث نقاط على الاقل

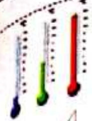
7) ما احداثيا رأس المنحنى الممثل جانبا ؟



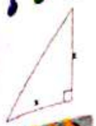
a) (2,-1) b) (1,2) c) (2,-2) d) (0,2)

97

تدرب وحل مسائل حياتية



24) **درجات حرارة :** المعادلة $F^\circ = \frac{9}{5}C^\circ + 32$ تبين العلاقة بين درجات الحرارة السيليزية ودرجات الحرارة الفهرنهايتية لها، مثل المعادلة بيانيا.



25) **هندسة :** مثلث قائم الزاوية متساوي الساقين، طول ضلعه القائم x وحدة، f(x) تمثل مساحته. i) اكتب العلاقة f(x) بدلالة x.

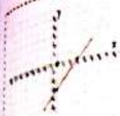
ii) مثل العلاقة f(x) في المستوي الاحداثي

26) **فيزياء :** يمثل القانون $F = 9.8m$ القوة الناجمة على تأثير جاذبية الارض على جسم، حيث F القوة بالنيوتن، m كتلة الجسم بالكيلوغرام، مثل القانون بالمستوي الاحداثي.



27) **اعمال :** تتقاضى شركة معدات بناء 10 الاف دينار كتأمين، يضاف اليها 5 الاف دينار عن كل ساعة، اكتب المعادلة التي تعبر عن المسألة، ثم مثلها بيانياً في المستوي الاحداثي.

فكّر



28) **اكتشف الخطأ:** مثل محمد المعادلة الخطية التالية $y=-3x+9$ بالشكل البياني المجاور. اكتشف خطأ محمد وصححه.

29) **مسألة مفتوحة:** أعط مثالاً لمعادلة خطية على صورة $ax+by+c=0$ لكل حالة:

i) $a = 0$ ii) $b = 0$ iii) $c = 0$

30) **تحدٍ:** شكلت الازواج المرتبة التالية (0,4),(1,6),(-1,2) مستقيماً، ما نقطة تقاطع هذا المستقيم مع محور السينات؟

31) **تبرير:** بين اذا كانت الازواج المرتبة الآتية: {(2,4),(1,1),(0,0),(-1,1),(-2,4)} تمثل دالة خطية ام تربيعية.

32) **حس عددي:** $y = x + 1$, $y = x^2 + 1$ ايهما تمثل دالة تربيعية؟ وضح ذلك.

أكتبْ

خطوات تبين ان $y=4x+3$ معادلة خطية؟

9

الإثراء

مثل المستقيمين الاتيين بيانيا على ورق المربعات ثم استخرج ما يأتي باستعمال المخطط البياني:

1) نقطة تقاطع المستقيم الأول مع المحور الصادي

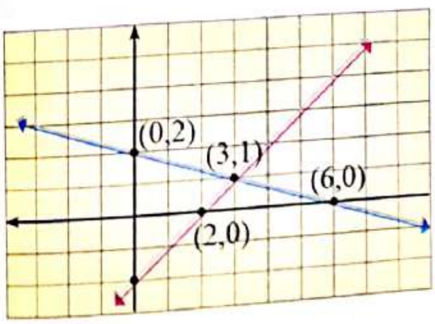
2) نقطة تقاطع المستقيم الثاني مع المحور السيني

3) نقطة تقاطع المستقيمين

1) $x + 3y - 6 = 0$ 2) $x - y - 2 = 0$

الحل :

1) (0,2) 2) (2,0) 3) (3,1)



Scanned with CamScanner

الدرسُ

4-2 ميل المستقيم

نتاجات التّعلّم	إيجاد ميل المستقيم والمقطعين السيني والصادي للمستقيم مع المحورين الاحداثيين في المستوى الاحداثي
الموادُ والوسائلُ	ورقةُ عمل مخططة بيانياً(ورقة المربعات) ومرسوم عليها مستقيمان متعامدان يمثلان المحورين الاحداثيين ، مسطرة شفافة.

1 تهيئة

اطلب الى الطلاب توقع نتاجات التعلم لهذا الدرس من خلال عنوان الدرس وناقشهم فيها ثم ثبتها على السبورة.

- هيىء الطلاب لفكرة الدرس من خلال الأنشطة الآتية: نظم الطلاب في مجموعات صغيرة وأعطِ كل مجموعة ورقة العمل .
- واطلب الى كل مجموعة رسم مستقيمين مائلين متقاطعين في ورقة البياني ويقطعون محور السينات.
- اسأل الطلاب :

اي المستقيمين اكثر ميلا ؟ ولماذا ؟ الأول لانه اكثر انحداراً.

- قم بتسجيل نتائج المجموعات واعلان الفائز منها.
- اسأل الطلاب:
- هل توجد علاقة بين انحدار المستقيم والزاوية التي يصنعها مع محور السينات .
- استمع إلى إجاباتهم وقل لهم إنهم سيدرسون في هذا الدرس مفهوم ميل الخط المستقيم وتقاطعه مع المحورين الاحداثيين.

2 شرحٌ وتفسير

وجه الطلاب الى فقرة تعلم واطلب إليهم قراءة المعلومة المعطاة وهيئهم للمثال (1) من خلال

التقديم الذي يتبع فقرة تعلم .

- اسأل الطلاب : متى يكون ميل المستقيم موجباً ؟

المستقيم نحو الاعلى عند التحرك من اليسار الى اليمين.

- اسأل الطلاب: متى يكون ميل المستقيم سالباً ؟

المستقيم نحو الاسفل عند التحرك من اليسار الى اليمين.

- اسأل الطلاب: متى يكون ميل المستقيم صفراً؟

عندما يكون عمودياً على محور السينات (راسياً).

- قدم المثال (1) لتبين للطلاب انه لايجاد ميل مستقيم يمر بنقطتين فاننا نستخدم القانون $\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$
- قدم المثال (3) لتبين للطلاب كيفية ايجاد المقطع السيني والصادي لمستقيم يقطع المحورين .


الدرسُ [4-2] ميل المستقيم Slope of a Line

فكرة الدرس
- ايجاد ميل المستقيم
- ايجاد المقطع الصادي
- ايجاد المقطع السيني

المفردات
- التغير العمودي
- التغير الافقي
- المقطع السيني
- المقطع الصادي
- الميل

تعلم

المنحدرات الجبلية تُعدّ مثلاً جيداً على الميل، فكلما زاد ارتفاع الجبل زاد الميل.
كيف يمكننا تحديد ميل المنحدرات؟

[4-2-1] ايجاد ميل المستقيم Finding the Slope of the line

الميل: يُعرف ميل المستقيم غير الراسي بأنه النسبة بين التغير العمودي والتغير الافقي.
التغير العمودي: هو التغير الصادي ويساوي y_2-y_1
التغير الافقي: هو التغير السيني ويساوي x_2-x_1

الميل = التغير الصادي / التغير السيني

اي: $m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$ حيث $x_2-x_1\neq 0$

m: هو ميل المستقيم المار بالنقطتين $(x_1,y_1),(x_2,y_2)$

يمكن ان يكون ميل المستقيم موجباً او سالباً اذا لم يكن افقياً او راسياً وقد يكون صفراً (افقياً) او غير محدد (راسياً).

مثال (1) جد ميل المستقيم المار بنقطتين في كل مما يأتي:

i) A(5,7), B(-2,1)

$m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$

$m=\frac{1-7}{-2-5}$

$m=\frac{-6}{-7}$

$m=\frac{6}{7}$

اذا ميل $\overleftrightarrow{AB}$ هو $\frac{6}{7}$ (موجب)

10

إعادة التعليم

جد ميل المستقيم المار بالنقاط وبين علاقة المستقيم بالمحورين الاحداثيين

1) A(-2,0) , B(3,1)   2) C(-1,2) , D(2,2)

1) $m_1=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{1-0}{3-(-2)}=\frac{1}{5}$ نحو الأعلى

2) $m_2=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{2-2}{2-(-1)}=0$

لذلك المستقيم يوازي المحور السيني

تدريبات :

جد ميل المستقيم المار بالنقاط وبين علاقة المستقيم بالمحورين الاحداثيين .

1) E(3,4) , F(3,1)   2) M(0,4) , N(1,-1)

1) $m_3=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{1-4}{3-3}=\frac{-3}{0}$ غير معرف

لذلك المستقيم يوازي المحور الصادي

2) $m_4=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{-1-4}{1-0}=-5$ نحو الاسفل

Scanned with CamScanner

أمثلة اضافية :

قدم الامثلة الاضافية الآتية لتعزيز مفاهيم الدرس وهي مشابهة تماماً لأمثلة الدرس في كتاب الطالب.

1) جد المقطعين السيني والصادي للمستقيم

$x - 4y = 8$

المقطع الصادي : $(0) - 4y = 8 \rightarrow y = -2$

المقطع السيني : $x - 4(0) = 8 \rightarrow x = 4$

2) جد ميل المستقيم المار بالنقطتين (4،1) ، (-5، -2)

$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-2-1}{-5-4} = 3$

تأكد من فهمك :

اطلب الى الطلاب حل تدريبات تأكد من فهمك داخل الصف وراقب اجاباتهم.

• الأسئلة (1-6) يتطلب الحل ضرورة التاشير على الزوج المرتب الأول بالرموز.(x_1,y_1) والزوج المرتب الثاني بالرموز(x_2,y_2) لتسهل عليه عملية تطبيق قانون الميل.

• الأسئلة 18-7 يتطلب الحل تنبيه الطلاب انه للحصول على المقطع السيني نعوض y=0 في المعادلة وللحصول على المقطع الصادي نعوض x=0

• يمكن تقديم صفحة إعادة التعليم المرافقة للطلاب الذين لم يتمكنوا من حل تدريبات تأكد من فهمك بشكل صحيح.

• اطلب إلى الطلاب حل التدريبات (2,4, 6, 7) من صفحة تمرينات الدرس كواجب بيتي.

خطأ متوقعٌ: قد يخطئ بعض الطلاب عند تعويضهم بقانون ميل المستقيم فيعوضون احداثيات النقطة الاولى بدل الثانية فتبهم الى ذلك .

3 تدريبٌ

ناقش مع الطلاب الواجب البيتي وتحقق من قدرتهم على حل التمرينات وقدم صفحة إعادة التعليم للطلاب الذين لم يتمكنوا من حل الواجب البيتي.

تدرب وحل تمرينات : اطلب الى الطلاب حل تمرينات تدرب وحل التمرينات وتابع اجاباتهم.

السؤال(24) يتطلب الحل تذكير الطلبة بقواعد جمع وطرح الكسور الاعتيادية .

تدرب وحل مسائل حياتية: اطلب الى الطلاب حل المسائل الحياتية وتابع اجاباتهم.

السؤال(31) يتطلب حل السؤال تنبيه الطلبة الى ان الزمن يتزايد بمقدار 3 ثواني في كل مرة فيما يزداد حجم السائل.

---

ii) A(-1,5), B(4,2)

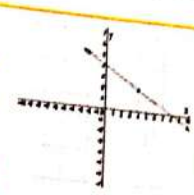
$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ ميل المستقيم المار بنقطتين

$= \frac{2-5}{4-(-1)}$ نعوض بالنقطتين

$= \frac{-3}{5}$

لذا ميل $\overline{AB}$ هو $\frac{-3}{5}$ (سالب)

الميل سالب (المستقيم نحو الاسفل) عند التحرك من اليسار الى اليمين، قيم y تتناقص.



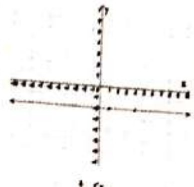
iii) A(1,-2), B(4,-2)

$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ ميل المستقيم المار بنقطتين

$= \frac{-2-(-2)}{4-1}$ نعوض بالنقطتين

$= \frac{0}{3} = 0$ لذا ميل $\overline{AB}$ هو 0

الميل صفر (المستقيم افقي) يوازي محور السينات، قيم y ثابتة.



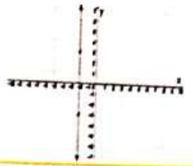
iv) A(-2,3), B(-2,-3)

$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ ميل المستقيم المار بنقطتين

$= \frac{-3-3}{(-2)-(-2)}$ نعوض بالنقطتين

$= \frac{-6}{0}$ لايجوز القسمة على 0 لذا ميل $\overline{AB}$ غير محدد

الميل غير محدد (المستقيم شاقولي) يوازي محور الصادات، قيم x ثابتة



مثال (2) يمثل الجدول المجاور تغير درجات الحرارة بالزمن (بالساعات)، جد ميل المستقيم واشرح مايعنيه.

الزمن (الساعات)	درجات الحرارة
1	-2
2	1
3	4
5	10

اختار اي نقطتين من الجدول ولتكن $(x_1,y_1) = (1,-2)$

$(x_2,y_2) = (3,4)$

$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ ميل المستقيم المار بنقطتين

$= \frac{4+2}{3-1} = \frac{6}{2} = 3$ التعويض والتبسيط

بما ان ميل المستقيم 3 فان درجات الحرارة تزداد 3 درجات سيليزية كل ساعة.

[4-2-2] تقاطع المستقيم مع المحورين في المستوي الاحداثي

Intersection the Line with axes in Coordinate plane

يمكنك ان تمثل بسهولة معادلة المستقيم من خلال ايجاد نقطتي تقاطع المستقيم مع المحورين.

المقطع السيني: هو قيمة x من تقاطع المستقيم مع محور السينات، اي بالتعويض من y = 0. ونقطة التقاطع (x,0)

المقطع الصادي: هو قيمة y من تقاطع المستقيم مع محور الصادات، اي بالتعويض من x = 0.ونقطة التقاطع (0,y)

11

مثال (3) جد المقطع السيني والصادي للمستقيم 3x + 5y =15.

المقطع الصادي

المعادلة $3x + 5y = 15$

نعوض من x = 0 $3(0) + 5y = 15$

نبسط $5y = 15$

بقسمة طرفي المعادلة على 5 $y = \frac{15}{5}$

$y = 3$

لذا المقطع الصادي هو 3.

ونقطة التقاطع مع محور الصادات هي: (0,3)

المقطع السيني

المعادلة $3x + 5y = 15$

نعوض من y = 0 $3x + 5(0) = 15$

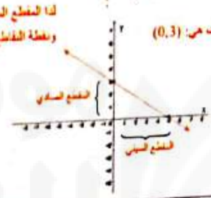
نبسط $3x = 15$

بقسمة طرفي المعادلة على 3 $x = \frac{15}{3}$

$x = 5$

لذا المقطع السيني هو 5.

ونقطة التقاطع مع محور السينات هي (5,0)



مثال (4) جد المقطع السيني والصادي ان وجد لكل مما يلي:

ii) y = 4

y=4 تمثل المقطع الصادي ونقطة التقاطع (0,4)

المستقيم // محور السينات

i) x = -2

x=-2 يمثل المقطع السيني ونقطة التقاطع (-2,0)

المستقيم // محور الصادات

تأكد من فهمك

جد ميل المستقيم المار بالنقطتين، أموجب الميل أم سالب أم صفر أم غير محدد، ثم حدد اتجاه حركته لكل مما يلي:

الاسئلة (1-6) مشابهة للمثالين(1,2):

1. (-2,-2),(-4,1)
2. (0,0),(3,2)
3. (-4,4),(2,-5)
4. (5,0),(0.2)
5. (4,3),(4,-3)
6. (-6,-1),(-2,-1)

جد المقطع السيني والمقطع الصادي لكل مما يلي:

الاسئلة (7-18) مشابهة للمثالين (3,4)

7. $3x + 6y = 18$
8. $y + 2 = 5x - 4$
9. $y = -4x$
10. $y = -x + 8$
11. $5x = y - 8$
12. $y = -\frac{3}{4}x - 5$
13. $2x + 6y = 12$
14. $y + 4 = 2x - 4$
15. $y = -5x$
16. $x = 4$
17. $3y = -6$
18. $y = -\frac{1}{2}x + 4$

12

Scanned with CamScanner

فكّر : اطلب الى الطلاب حل أسئلة فكر، وقد يحتاج الطلاب ذوو المستوى الضعيف الى امثلة اضافية.
السؤال (33) نبه الى استبدال الرمز m بقانون الميل بالعدد $\frac{1}{2}$ واتمام الحل باستعمال خاصية حاصل ضرب الطرفين يساوي حاصل ضرب الوسطين.
أكتب : أطلب الى الطلاب حل سؤال أكتب وتابع إجاباتهم.

4 تقويم

استعمل المسألة الآتية كتقويم ختامي للطلاب قبل انتهاء الدرس .

جد ميل كل من المستقيمين CD, AB .

$1)\ A(1,1)\ ,\ B(13,6)\ ,\ m=\frac{5}{12}$

$2)\ C(10,10)\ ,\ D(-2,5)\ ,\ m=\frac{5}{12}$

5 توسعة

تدريبات اثرائية للطلاب من خلال صفحة الإثراء المرافقة وتابعهم وقدم لهم المساعدة في أثناء الحل.

• اطلب إليهم إيجاد المقطعين السيني والصادي لكل مما يأتي:

$1)\ y=\frac{-2}{5}x \quad , \quad 2)\ x=\frac{4}{3}y$

$1)\ y=\frac{-2}{5}(0)\rightarrow y=0$

$2)\ x=\frac{4}{3}(0)\rightarrow x=0$

Multiple Choice — تدريب مع حلول

الدرس [4-2] ميل المستقيم

Slop of a Line

اختر الاجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

1 أي ميل يعبر عن ميل المستقيم المار بالنقطتين: (-1,3),(5,-2)

a) $\frac{5}{6}$ b) $-\frac{6}{5}$ c) $\frac{-5}{6}$ d) $\frac{6}{5}$

2 المستقيم الموازي لمحور الصادات يكون ميله

a) صفراً b) غير معرف c) سالب d) موجب

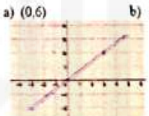
3 المقطع الصادي للمستقيم الذي معادلته 3x-5y =15 هو:

a) -5 b) 3 c) 5 d) -3

4 نقطة تقاطع المستقيم الذي معادلته x+y = 6 مع محور السينات هي:

a) (0,6) b) (-6,0) c) (6,0) d) (0,0)

5 أي المستقيمات الآتية تعبر عن المستقيم الممثل جانباً؟



a) $2x-3y=0$ b) $3y+2x=0$ c) $3y-2x=0$ d) $2x+3y=0$

6 المستقيم الموازي لمحور السينات يكون ميله

a) صفراً b) غير معرف c) سالب d) موجب

7 ما ميل المستقيم $3x-2y=-6$ ؟

a) $-\frac{3}{2}$ b) $-\frac{2}{3}$ c) 3 d) $\frac{3}{2}$

8 ميل المستقيم المار بالنقطتين (8,-3),(5,-3)؟

a) موجب b) سالب c) صفر d) غير معرف

98

تدرب وحل التمرينات

جد ميل المستقيم المار بالنقطتين، أموجب الميل أم سالب أم صفر أم غير محدد ثم حدد اتجاه حركته لكل مما يأتي:

19 (4,4),(2,3) 20 (6,2),(0,2) 21 (-2,4),(5,5)

22 (-2,-3),(2,4) 23 (3,-5),(0,0) 24 $(\frac{3}{2},\frac{1}{4}),(\frac{3}{2},\frac{3}{4})$

جد المقطع السيني و المقطع الصادي لكل مما يأتي:

25 $2x+4y=12$ 26 $3y-7x=9$ 27 $y=-3.5x+2$

28 $y=-\frac{3}{2}x$ 29 $x=-4$ 30 $0=y+3$

تدرب وحل مسائل حياتية

31 **فيزياء**: يمثل الجدول المجاور كمية السائل المتدفق من حوض خلال فترة زمنية. جد ميل المستقيم الذي يمثله الجدول. وفسر مايعنيه.

كمية السائل المتسرب	
الزمن (ثوان)	حجم السائل m^3
10	40
13	52
16	64
19	76

32 **نبات**: اذا كان طول نبتة 30cm، في غضون كل شهرين تنمو بمقدار ثابت 4cm اخرى.
i) اكمل الجدول.
ii) ما ميل المستقيم الذي تمثله العلاقة بين طول النبتة والزمن؟
iii) اكتب الدالة الخطية التي يمثلها الجدول.
iv) مثل الدالة في المستوي الاحداثي.

الزمن	0	2	4
طول النبتة			

فكّر

33 **تحد**: جد قيمة a التي تجعل ميل المستقيم المار بنقطتين (-5,a),(1,6) يساوي $\frac{1}{2}$.

34 **تفكير ناقد**: هل يمكنك تحديد ميل مستقيم يمر بالنقطتين (7,3),(7,-3)؟

35 **اكتشف الخطأ**: ميل المستقيم الذي يمر في النقطتين (0,3),(3,-1) هو $\frac{3}{4}=\frac{3-0}{3-(-1)}$ اكتشف الخطأ وصححه.



36 **مسألة مفتوحة**: اذكر نقطتين على مستقيم يكون ميله = $-\frac{1}{3}$

37 **تفكير ناقد**: من الشكل البياني المجاور حدد اتجاه المستقيم.

أكتب

بأسلوبك ماذا يعني الميل يساوي صفراً، والميل غير محدد.

13

الإثراء

مثل بيانياً على المستوى الاحداثي المربع الذي رؤوسه النقاط الأربع التالية ثم استخرج ميل كل ضلع من أضلاعه :

$A(0,-1)\ ,\ B(2,1)\ ,\ C(0,3)\ ,\ D(-2,1)$

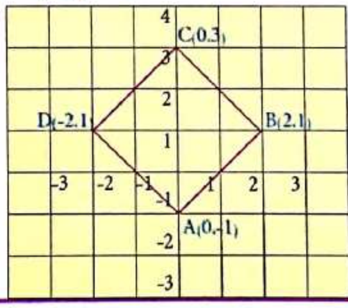
الحل :

$$m_{AB}=\frac{-1-1}{0-2}=\frac{-2}{-2}=1$$

$$m_{BC}=\frac{3-1}{0-2}=\frac{2}{-2}=-1$$

$$m_{CD}=\frac{1-3}{-2-0}=\frac{-2}{-2}=1$$

$$m_{DA}=\frac{-1-1}{0-(-2)}=\frac{-2}{2}=-1$$



Scanned with CamScanner

الدرس 4-3 معادلة المستقيم

نتاجات التعلّم	إيجاد معادلة المستقيم الذي علم عنه نقطتان او ميل ونقطة او ميل واحد المقطعين مع المحورين السيني او الصادي.
المواد والوسائل	ورقة عمل مخططة بيانياً (ورقة المربعات) ومرسوم عليها مستقيمان متعامدان يمثلان المحورين الاحداثيين ، مسطرة شفافة.

1 تهيئة

اطلب الى الطلاب توقع نتاجات التعلم لهذا الدرس من خلال عنوان الدرس وناقشهم فيها ثم ثبتها على السبورة.

• هيئ الطلاب لفكرة الدرس من خلال الأنشطة الآتية: نظم الطلاب في مجموعات صغيرة وأطلب الى كل مجموعة رسم مستقيم في الورقة البيانية يقطع المحورين ثم تعين نقطتين على المستقيم لا على التعين وكتابة احداثياتهما ثم إيجاد ميل المستقيم .

• قم بتسجيل نتائج المجموعات واعلان الفائز منها.

اسأل الطلاب :

• ماذا نعني بقولنا ان حجم الغاز يعتمد على الضغط؟

• استمع إلى إجاباتهم وقل لهم إنهم سيدرسون في هذا الدرس إيجاد معادلة خطية تمثل العلاقة بين المتغيرات والتي نسميها معادلة الخط المستقيم.

2 شرحٌ وتفسيرٌ

• وجه الطلاب الى فقرة تعلم واطلب إليهم قراءة المعلومة المعطاة وهيئهم للمثال (1) من خلال التقديم الذي يتبع فقرة تعلم .

• اسأل الطلاب:

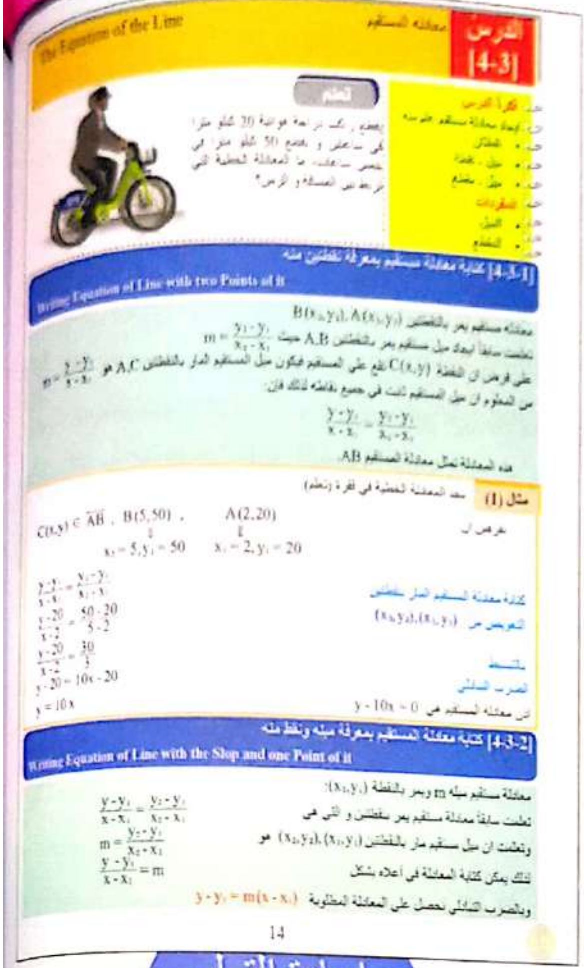
• ما العلاقة بين المسافة والزمن ؟

تزداد المسافة تبعا لازدياد الزمن.

• قدم المثال (1) لتبين للطلاب ان المعادلة الناتجة تمثل طبيعة العلاقة بين المتغيرين x,y لاية نقطة تقع على هذا المستقيم .

• قدم المثالين (2 و3) لتبين للطلاب كيفية استعمال القانون $(y-y_1) = m(x-x_1)$

• قدم المثالين (4 و5) لتبين للطلاب كيفية استعمال القانون $y=mx+k$ إذ k تمثل المقطع الصادي مع التنبيه الى استعمال اكثر من طريقة واحدة عند الحل .



الدرس [4-3] معادلة المستقيم The Equation of the Line

فكرة الدرس
• إيجاد معادلة مستقيم علم منه
• نقطتان
• ميل ، نقطة
• ميل ، مقطع

المفردات
• الميل
• المقطع

تعلم

يقطع راكب دراجة هوائية 20 كيلو مترا في ساعتين و يقطع 50 كيلو مترا في خمس ساعات. ما المعادلة الخطية التي تربط بين المسافة و الزمن؟

[4-3-1] كتابة معادلة مستقيم بمعرفة نقطتين منه Writing Equation of Line with two Points of it

معادلة مستقيم يمر بالنقطتين $A(x_1,y_1), B(x_2,y_2)$

تعلمت سابقاً ايجاد ميل مستقيم يمر بالنقطتين A,B حيث $m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$

على فرض ان النقطة $C(x,y)$ تقع على المستقيم فيكون ميل المستقيم المار بالنقطتين A,C هو $m=\frac{y-y_1}{x-x_1}$

من المعلوم ان ميل المستقيم ثابت في جميع نقاطه لذلك فان:

$$\frac{y-y_1}{x-x_1}=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$$

هذه المعادلة تمثل معادلة المستقيم AB.

مثال (1) جد المعادلة الخطية في فقرة (تعلم)

نفرض ان $A(2,20)$, $B(5,50)$, $C(x,y) \in \overleftrightarrow{AB}$

$x_1=2, y_1=20$, $x_2=5, y_2=50$

كتابة معادلة المستقيم المار بنقطتين

التعويض عن $(x_1,y_1),(x_2,y_2)$

بالتبسيط

الضرب التبادلي

اذن معادلة المستقيم هي $y-10x=0$

$$\frac{y-y_1}{x-x_1}=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$$
$$\frac{y-20}{x-2}=\frac{50-20}{5-2}$$
$$\frac{y-20}{x-2}=\frac{30}{3}$$
$$y-20=10x-20$$
$$y=10x$$

[4-3-2] كتابة معادلة المستقيم بمعرفة ميله ونقطة منه Writing Equation of Line with the Slop and one Point of it

معادلة مستقيم ميله m ويمر بالنقطة (x_1,y_1):

تعلمت سابقاً معادلة مستقيم يمر بنقطتين و التي هي $\frac{y-y_1}{x-x_1}=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$

وتعلمت ان ميل مستقيم مار بالنقطتين $(x_1,y_1),(x_2,y_2)$ هو $m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$

لذلك يمكن كتابة المعادلة في أعلاه بشكل $\frac{y-y_1}{x-x_1}=m$

وبالضرب التبادلي نحصل على المعادلة المطلوبة $y-y_1=m(x-x_1)$

14

إعادة التعليم

جد معادلة المستقيم في الحالات الاتية :

1) $A(-2,0), B(3,1)$ 2) $m = -7$, $A(6,2)$

1) $$\frac{y-y_1}{x-x_1}=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1} \Rightarrow \frac{y-0}{x-(-2)}=\frac{1-0}{3-(-2)}$$

2) $(y-y_1)=m(x-x_1)$

$(y-2)=-7(x-6) \Rightarrow y-2=-7x+42$

$7x+y-44=0$

تدريبات

1) جد معادلة مستقيم ميله $\frac{3}{4}$ ويمر بالنقطة (2، -2).

$y-y_1=m(x-x_1) \quad \Rightarrow \quad y-2=\frac{3}{4}(x+2)$

$\Rightarrow 4y=3x+14$

2) جد معادلة المستقيم إذا علمت $m=-\frac{3}{2}$, $k=-3$

$y=mx+k \quad \Rightarrow \quad y=\frac{3}{2}x+(-3)$

$y=\frac{2}{3}x-3 \Rightarrow 3y-2x+9=0$

Scanned with CamScanner

مثال (2) استعمل معادلة الميل والنقطة لكل مستقيم لتحديد ميله والنقطة المار بها:

i) $y - 3 = -5(x - 2)$ ii) $y + 7 = \frac{2}{5}x$

i)
$y - 3 = -5(x - 2)$
$y - y_1 = m(x - x_1)$ معادلة الميل - النقطة
$m = -5, (x_1, y_1) = (2,3)$ بالمقارنة

ii)
$y - (-7) = \frac{2}{5}(x - 0)$
$y - y_1 = m(x - x_1)$ معادلة الميل - النقطة
$m = \frac{2}{5}$, $(x_1, y_1) = (0, -7)$ بالمقارنة

مثال (3) جد معادلة المستقيم الذي ميله $\frac{1}{2}$ ومقطعه السيني يساوي 1- .

معادلة الميل - النقطة: $y - y_1 = m(x - x_1)$
الميل، النقطة: $m = \frac{1}{2}$, $x_1 = -1$, $y_1 = 0 \Rightarrow p(-1,0)$
بالتعويض من الميل والنقطة: $y - 0 = \frac{1}{2}(x - (-1))$
نبسط: $y = \frac{1}{2}(x + 1)$
ضرب طرفي المعادلة في 2: $2y = x + 1$
معادلة المستقيم المطلوب: $2y - x = 1$

[4-3-3] كتابة معادلة المستقيم بمعرفة ميله ومقطعه مع أحد المحورين
Writing Equation of the Line with the Slope of it and one intercept with axes

معادلة المستقيم بدلالة ميله m ومقطعه الصادي k هي: $y = mx + k$

مثال (4) استعمل معادلة الميل و المقطع لكل مستقيم لتحديد ميله ومقطعه:

i) $2x + 3y = 6$ ii) $5x = 7y + 8$ iii) $y = x$ iv) $y = 1$ v) $y = 0$ vi) $y + x = 5$

i)
$2x + 3y = 6 \Rightarrow 3y = -2x + 6$ بقسمة طرفي المعادلة على 3
$y = \frac{-2}{3}x + 2$, $y = mx + k$ المقارنة مع معادلة الميل - مقطع
$\therefore m = \frac{-2}{3}, k = 2$

ii)
$5x = 7y + 8 \Rightarrow 7y = 5x - 8$ بقسمة المعادلة على 7
$y = \frac{5}{7}x - \frac{8}{7}$, $y = mx + k$ المقارنة مع معادلة الميل - مقطع
$\therefore m = \frac{5}{7}, k = \frac{-8}{7}$

iii)
$y = x \Rightarrow y = 1x + 0$
$y = 1x + 0$, $y = mx + k$ المقارنة مع معادلة الميل - مقطع
$\therefore m = 1, k = 0$

iv)
$y = 0x + 1$, $y = mx + k$ المقارنة مع معادلة الميل - مقطع
$\therefore m = 0, k = 1$

v)
$y = 0x + 0$, $y = mx + k$ المقارنة مع معادلة الميل - مقطع
$\therefore m = 0, k = 0$

vi)
$y = -1x + 5$, $y = mx + k$ المقارنة مع معادلة الميل - مقطع
$\therefore m = -1, k = 5$

15

مثال (5) مستقيم يمر في النقطة $(5, -1)$ وميله $\frac{-2}{5}$. جد مقطعه ومعادلته.

الطريقة الثانية
معادلة الميل - النقطة: $y - y_1 = m(x - x_1)$
معطى: $m = \frac{-2}{5}, p(5, -1)$
بالتعويض من النقطة والميل: $y - (-1) = \frac{-2}{5}(x - 5)$
بضرب المعادلة في 5: $5y + 5 = -2x + 10$
بقسمة المعادلة على 5 بعد التبسيط: $5y = -2x + 5$
معادلة المستقيم: $y = \frac{-2}{5}x + 1$

الطريقة الأولى
معادلة الميل - المقطع: $y = mx + k$
معطى: $m = \frac{-2}{5}$
بالتعويض عن الميل: $y = \frac{-2}{5}x + k$
بالتعويض بالنقطة: $-1 = \frac{-2}{5}(5) + k$
بالتبسيط: $-1 = -2 + k$
$k = 1$ معادلة المستقيم: $y = \frac{-2}{5}x + 1$

تأكد من فهمك

جد معادلة المستقيمات التي يمر كل منها بنقطتين فيما يأتي:
الأسئلة (1-2) مشابه للمثال 1

1. $(-3, 1), (2, -1)$
2. $(0, 2), (2, -4)$

استعمل معادلة الميل والنقطة لكل مستقيم لتحديد ميله والنقطة المار بها:
الأسئلة (3-4) مشابه للمثال 2

3. $y - 1 = 2(x - 3)$
4. $y + 1 = -x + 4$

جد معادلة المستقيم لكل مما يلي ثم جد مقطعه:
الأسئلة (5-6) مشابه للمثالين 3-5

5. $(4, 6), \frac{-2}{5}$
6. $(-1, -3), \frac{1}{3}$

استعمل معادلة الميل والنقطة لكل مستقيم لتحديد ميله ومقطعه:
الأسئلة (7-8) مشابه للمثال 4

7. $5y = -2x - 1$
8. $-y = 7x$

تدرب وحل التمرينات

جد معادلة المستقيمات التي يمر كل منها بنقطتين فيما يأتي:

9. $(0,0), (-3,7)$
10. $(0,7), (-5,0)$
11. $(\frac{1}{2}, 3), (\frac{3}{2}, -1)$

استعمل معادلة الميل والنقطة لكل مستقيم لتحديد ميله والنقطة المار بها:

12. $y + \frac{3}{2} = -5(x - 8)$
13. $y - x = 8$
14. $\frac{3}{5}y = \frac{5}{2}(x + 2)$

جد معادلة المستقيم لكل مما يلي ثم جد مقطعه:

15. $(-3, 7)$, الميل $= -3$
16. $(1, -4)$, الميل $= \frac{-1}{2}$

استعمل معادلة الميل والمقطع لكل مستقيم لتحديد ميله ومقطعه:

17. $y + 7 = 3x + 5$
18. $\frac{1}{3}y = -5x - 1$

16

امثلة اضافية :

قدم الامثلة الاضافية الآتية لتعزيز مفاهيم الدرس وهي مشابهة تماماً لأمثلة الدرس في كتاب الطالب.

1) استعمل معادلة الميل والمقطع لتحديد ميل المستقيم ومقطعه . $2y - 3x = 6$

$$2y = 3x + 6 \Rightarrow y = \frac{3}{2}x + 3$$

الميل هو $\frac{3}{2}$ والمقطع الصادي هو 3 .

تأكد من فهمك :

اطلب الى الطلاب حل تدريبات تأكد من فهمك داخل الصف وراقب اجاباتهم.

• يمكن تقديم صفحة إعادة التعليم المرافقة للطلاب اللذين لم يتمكنوا من حل تدريبات تأكد من فهمك بشكل صحيح.

• اطلب إلى الطلاب حل التدريبات (1,3,5,7) من صفحة تمرينات الدرس كواجب بيتي.

خطأ متوقع:
قد يخلط بعض الطلاب بين المقطع السيني والمقطع الصادي عند ايجاده المعادلة بمعرفة ميله ومقطعه فوضح لهم ذلك .

3 تدريب

ناقش مع الطلاب الواجب البيتي وتحقق من قدرتهم على حل التمرينات وقدم صفحة إعادة التعليم للطلاب الذين لم يتمكنوا من حل الواجب البيتي.

تدرب وحل تمرينات : اطلب الى الطلاب حل تمرينات تدرب وحل التمرينات وتابع اجاباتهم.

تدرب وحل مسائل حياتية :

اطلب الى الطلاب حل المسائل الحياتية وتابع اجاباتهم.

• السؤال(9) استعمال معادلة الميل - نقطة باعتبار :

$P(0,100)$, $m = 1$

Scanned with CamScanner

فكّر: طلب الى الطلاب حل أسئلة فكر ، وقد يحتاج الطلاب ذوو المستوى الضعيف لأمثلة اضافية .

- السؤال (24) يتطلب الحل ايجاد الميل باستعمال النقطتين و معرفة الجواب .

أكتب : أطلب الى الطلاب حل سؤال أكتب وتابع إجاباتهم .

4 تقويمٌ

استعمل المسالة الآتية كتقويم ختامي للطلاب قبل انتهاء الدرس.

جد معادلة المستقيم الذي يمر بالنقطة (1,3) وميله 5- .

$$(y - y_1) = m\,(x - x_1)$$

$$(y - 3) = -5(x - 1) \rightarrow y + 5x - 8 = 0$$

5 توسعةٌ

تدريبات إثرائيه للطلاب من خلال صفحة الإثراء المرافقة وتابعهم وقدم لهم المساعدة في أثناء الحل.

- اطلب إليهم حل السؤال التالي :

استعمل معادلة الميل ونقطة للمستقيم لتحديد ميله والنقطة

$$y - 7 = 2\,(x + 7)$$

$$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$$

$$y - y_1 = m\,(x - x_1)$$ معادلة الميل ونقطة

$$m = 2\,,\ (x_1\,,y_1) = (-7\,,7)$$

Multiple Choice

الدرس [3-4] معادلة المستقيم

The Equation of the Line

اختر الاجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

1. معادلة المستقيم المار بالنقطتين (7- ,1) ,(3- ,2) هي

a) y - 4x = - 11 b) y - 4x = 11 c) 4y + x = - 11 d) y + 4x = - 11

2. المستقيم الذي معادلته y + x = 0 ، ميله واحدى نقاطه هما

a) m = -1, (4,4) b) m = 1, (4,4) c) m = -1, (4,-4) d) m = 1, (-4,-4)

3. استعمل معادلة المستقيم y = mx + k وجد قيمة m, k للمستقيم 7y - 3x = 21

a) $m = \frac{3}{7}, k = -3$ b) $m = \frac{7}{3}, k = 3$ c) $m = \frac{3}{7}, k = -3$ d) $m = \frac{3}{7}, k = 3$

4. أي النقط الآتية تقع على المستقيم الذي معادلته y + 4x = 0

a) (1,4) b) (4,-1) c) (4,1) d) (1,-4)

5. معادلة المستقيم الذي ميله (1-) ومقطعه الصادي يساوي (2-) هو

a) y + x - 2 = 0 b) y + x + 2 = 0 c) y + x - 2 = 0 d) y - x - 2 = 0

6. ما هي على صورة الميل - المقطع معادلة المستقيم المار بالنقطتين (1,6) ,(2- ,1-)

a) y = -3 x + 6 b) y = 4 x - 2 c) y = 4 x + 2 d) y = 2 x + 4

7. ثمن وجبة طعام في احد المطاعم 25 الف دينار ، مضافا اليها 3 الاف دينار لكل نوع اضافي من المقبلات اي المعادلات تمثل ثمن وجبة طعام مع (x) من المقبلات؟

a) y = 25 x + 3 b) y = 25 x - 3 c) y = 3 x + 25 d) y = 3 x - 25

98

تدرب وحل مسائل حياتية



19 **احياء :** ينمو ناب الفيل طول حياته بمعدل 1cm لكل شهر . افرض انك بدأت بمراقبة فيل عندما كان طول نابه 100cm اكتب على صورة الميل - النقطة معادلة تمثل نمو ناب الفيل بعد n شهر من المراقبة.

20 **فيزياء :** التمثيل البياني المجاور يمثل كمية الماء المتسربة من خزان خلال مدة زمنية محددة. اكتب على صورة نقطتين، معادلة تمثل تسرب الماء بعد n ثانية



21 **نقود :** يريد شخص تسديد مبلغ قدره 30 مليون دينار ، بدفعات شهرية متساوية مقدارها 1.5 مليون دينار . المعادلة الخطية الآتية y = -1.5x + 30 حيث y القيمة الباقية من المبلغ، x عدد الأشهر ، استعمل معادلة الميل - المقطع لتحديد ميله ومقطعه



22 **صحة :** في دراسة حديثة توصلت الى ان الشخص يفقد 2 ساعة من عمره عند استهلاكه علبة سكائر واحدة. اكتب المعادلة التي تمثل ذلك، ومثلها بيانيا



23 **هندسة :** استعمل المعلومات في الشكل المجاور وجد معادلة المستقيم في الحالات الآتية

i) نقطتان ii) ميل - نقطة iii) ميل - مقطعه الصادي

فكر

24 **تفكير ناقد :** هل يوجد مستقيم ميله 4 ويمر في النقطتين (2- ,8) ,(5,7) ؟ ان وجدت مستقيما كهذا فاكتب معادلته والا فعلل جوابك.

25 **تحدٍ :** مستقيم تقاطعه الافقي النظير الجمعي لتقاطعه العمودي، ويمر في النقطة (2,3) اكتب معادلة الميل - النقطة لهذا المستقيم

26 **ايهما صحيح :** معادلة مستقيم ميله $\frac{3}{5}$ ويمر بالنقطة (1,7-).

كتب احمد المعادلة بشكل $y - 7 = \frac{5}{3}(x + 1)$

وكتب محمد المعادلة بشكل $y - 7 = \frac{3}{5}(x + 1)$ أيهما اجابته صحيحة؟

أكتب

مسألة من واقع الحياة يمكن تمثيلها بمعادلة الخط المستقيم

17

الإثراء

جد معادلة المستقيم الذي يمر بالنقطة (4- , 2) والذي ميله هو المقلوب السالب لميل للمستقيم الذي يمر بالنقطتين (3,2) ، (9,6).

جد ميل كل مستقيم الذي يمر بنقطتين اولاً

$$m_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{6 - 2}{9 - 3} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$$

ميل المستقيم الثاني هو $m_2 = -\frac{3}{2}$

معادلة المستقيم الثاني بدلالة ميل ونقطة:

$$y - y_1 = m(x - x_1)$$

$$\Rightarrow\ y - (-4) = \frac{-3}{2}(x - 2)$$

$$y + 4 = \frac{-3}{2}x + 3$$

$$\Rightarrow\ 2y + 8 = -3x + 6$$

$$\Rightarrow\ 2y + 3x + 2 = 0$$

Scanned with CamScanner

الدرسُ 4-4 المستقيمات المتوازية والمتعامدة

نتاجاتُ التَعلّم	التمييز بين المستقيمات المتوازية و المتعامدة .
المواد والوسائل	ورقة عمل مخططة بيانياً(ورقة المربعات) ومرسوم عليها مستقيمين متعامدين يمثلان المحورين الاحداثيين ، مسطرة شفافة.

1 تهيئةٌ

اطلب الى الطلاب توقع نتاجات التعلم لهذا الدرس من خلال عنوان الدرس وناقشهم فيها ثم ثبتها على السبورة.

- هيئ الطلاب لفكرة الدرس من خلال الأنشطة الآتية: نظم الطلاب في مجموعات صغيرة وأعطِ كل مجموعة ورق العمل واطلب اليهم رسم مستقيمين مستقيمين متعامدين.
- أطلب الى المجموعات ايجاد ميل كل مستقيم وذلك باخذ نقطتين على كل مستقيم.
- اسأل الطلاب:

ما طبيعة العلاقة بين ميل المستقيمين ؟ احدهما المقلوب السالب للآخر.

اطلب اليهم رسم مستقيمين متوازيين وايجاد ميلهما .

اسأل الطلاب :

ماذا هي طبيعة العلاقة بين ميل المستقيمين ؟ متساويان

- قم بتسجيل نتائج المجموعات واعلان الفائز منها.

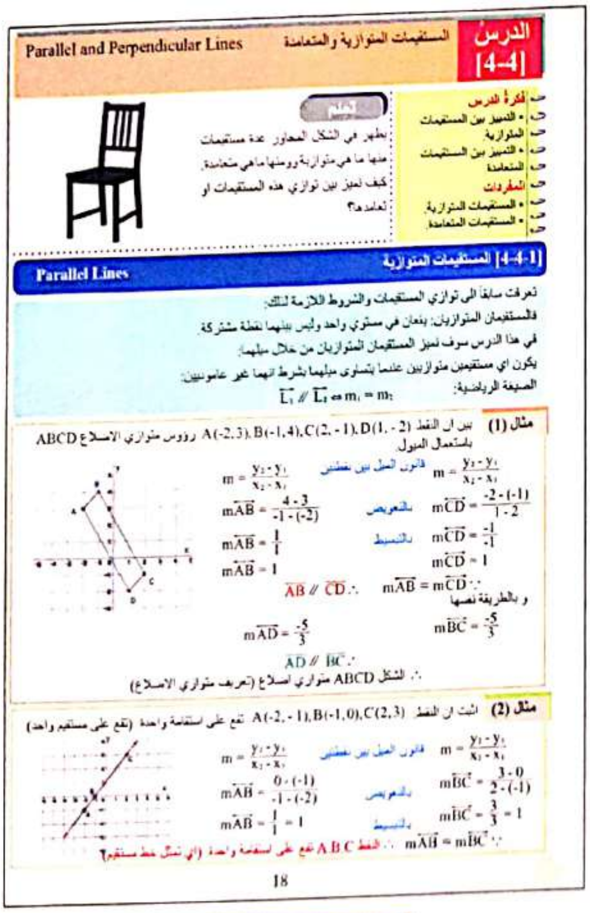
اسأل الطلاب :

هل يمكن الاستفادة من معرفة العلاقة بين المستقيمين في ايجاد معادلة احد المستقيمين عند معرفة معادلة احدهما؟

استمع إلى إجاباتهم وقل لهم إنهم سيدرسون في هذا الدرس استعمال قيمة ميل المستقيمات في تحديد كونها متوازية ام متعامدة.

2 شرحٌ وتفسير

- وجه الطلاب الى فقرة تعلم واطلب إليهم قراءة المعلومة المعطاة وهيئهم للمثال (1) من خلال التقديم الذي يتبع فقرة تعلم .
- اسأل الطلاب:
- ما خواص متوازي الاضلاع ؟ كل ضلعين متقابلين فيه متوازيان ومتساويان .
- قدم المثال (2) لتبين للطلاب كيفية اثبات بان ثلاث نقاط تقع على استقامة واحدة.
- قدم المثال (5) لتبين للطلاب كيفية اثبات مثلث قائم الزاوية باستعمال العلاقة بين ميل المستقيمات.



الدرسُ [4-4] المستقيمات المتوازية والمتعامدة Parallel and Perpendicular Lines

فكرة الدرس
- التمييز بين المستقيمات المتوازية.
- التمييز بين المستقيمات المتعامدة.

المفردات
- المستقيمات المتوازية.
- المستقيمات المتعامدة.

تعلم

يظهر في الشكل المجاور عدة مستقيمات منها ما هي متوازية ومنها ماهي متعامدة. كيف نميز بين توازي هذه المستقيمات او تعامدها؟

[4-4-1] المستقيمات المتوازية Parallel Lines

تعرفت سابقاً الى توازي المستقيمات والشروط اللازمة لذلك:
فالمستقيمان المتوازيان: يقعان في مستوي واحد وليس بينهما نقطة مشتركة.
في هذا الدرس سوف نميز المستقيمان المتوازيان من خلال ميلهما:
يكون اي مستقيمين متوازيين عندما يتساوى ميلهما بشرط انهما غير عاموديين:
الصيغة الرياضية: $\overleftrightarrow{L_1} \parallel \overleftrightarrow{L_2} \Leftrightarrow m_1 = m_2$

مثال (1) بين ان النقط A(-2,3), B(-1,4), C(2,-1), D(1,-2) رؤوس متوازي الاضلاع ABCD باستعمال الميول.

$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ قانون الميل بين نقطتين $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

$m\overleftrightarrow{CD} = \frac{-2-(-1)}{1-2}$ بالتعويض $m\overleftrightarrow{AB} = \frac{4-3}{-1-(-2)}$

$m\overleftrightarrow{CD} = \frac{-1}{-1}$ بالتبسيط $m\overleftrightarrow{AB} = \frac{1}{1}$

$m\overleftrightarrow{CD} = 1$, $m\overleftrightarrow{AB} = 1$

$\because m\overleftrightarrow{AB} = m\overleftrightarrow{CD} \quad \therefore \overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{CD}$

و بالطريقة نفسها

$m\overleftrightarrow{BC} = \frac{-5}{3}$, $m\overleftrightarrow{AD} = \frac{-5}{3}$

$\therefore \overleftrightarrow{AD} \parallel \overleftrightarrow{BC}$

∴ الشكل ABCD متوازي اضلاع (تعريف متوازي الاضلاع)

مثال (2) اثبت ان النقط A(-2,-1), B(-1,0), C(2,3) تقع على استقامة واحدة (تقع على مستقيم واحد)

$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ قانون الميل بين نقطتين $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

$m\overleftrightarrow{BC} = \frac{3-0}{2-(-1)}$ بالتعويض $m\overleftrightarrow{AB} = \frac{0-(-1)}{-1-(-2)}$

$m\overleftrightarrow{BC} = \frac{3}{3} = 1$ بالتبسيط $m\overleftrightarrow{AB} = \frac{1}{1} = 1$

$\because m\overleftrightarrow{AB} = m\overleftrightarrow{BC}$ ∴ النقط A,B,C تقع على استقامة واحدة (اي تمثل خط مستقيم)

18

إعادة التعليم

مثال : اثبت ان المستقيم المار بالنقطتين (3,0),(0,7) يوازي المستقيم المار بالنقطتين(0,21),(9,0)

الحل :

$$m_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{7-0}{0-3} = \frac{7}{-3} = -\frac{7}{3}$$

$$m_2 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{0-21}{9-0} = -\frac{21}{9} = -\frac{7}{3}$$

$m_1 = m_2 \Rightarrow$ المستقيمان متوازيان

تدريبات :

1) اثبت ان الشكل الرباعي ABCD يمثل متوازي اضلاع A(-3,0),B(0,-3),C(3,0),D(0,3))

$$m_{AB} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = -1 \ , \quad m_{DC} = -1 \rightarrow \overleftrightarrow{AB} \parallel \overleftrightarrow{DC}$$

$$m_{BC} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = 1 \ , \quad m_{AD} = 1 \rightarrow \overleftrightarrow{BC} \parallel \overleftrightarrow{AD}$$

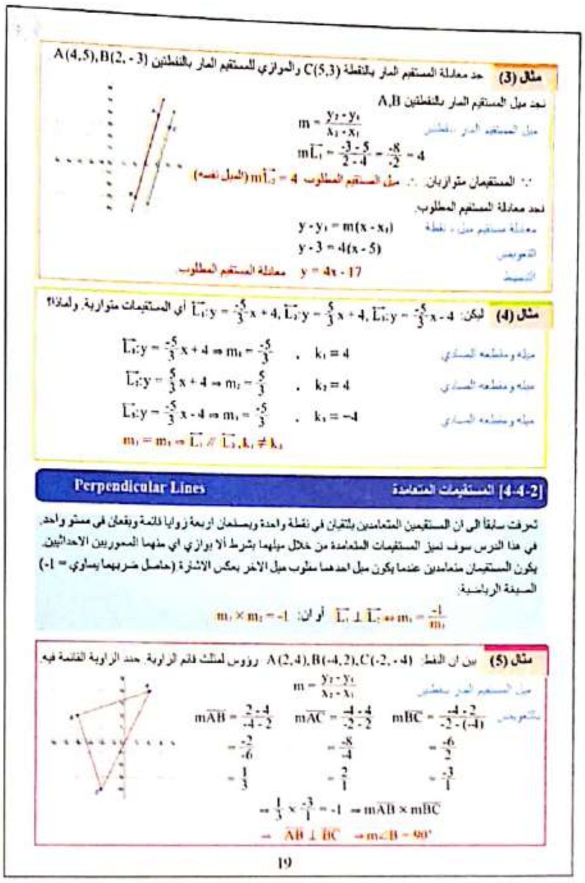
2) بين ان النقاط الآتية تقع على استقامة واحدة :
A(4,3),B(2,1),C(1,0)

$$m_{AB} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = 1 \ , \quad m_{BC} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = 1$$

$$\rightarrow m_{AB} = m_{BC}$$

لذا الشكل النقاط الثلاث A,B,C تقع على استقامة واحدة

Scanned with CamScanner



مثال (3) جد معادلة المستقيم المار بالنقطة C(5,3) والموازي للمستقيم المار بالنقطتين A(4,5),B(2,-3)

نجد ميل المستقيم المار بالنقطتين A,B

ميل المستقيم المار بنقطتين $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

$m\overleftrightarrow{L_1} = \frac{-3-5}{2-4} = \frac{-8}{-2} = 4$

∵ المستقيمان متوازيان ∴ ميل المستقيم المطلوب $m\overleftrightarrow{L_2} = 4$ (الميل نفسه)

نجد معادلة المستقيم المطلوب

معادلة مستقيم ميل ونقطة $y - y_1 = m(x - x_1)$

التعويض $y - 3 = 4(x - 5)$

التبسيط $y = 4x - 17$ معادلة المستقيم المطلوب

مثال (4) ليكن: $\overleftrightarrow{L_1}: y = \frac{-5}{3}x + 4, \overleftrightarrow{L_2}: y = \frac{5}{3}x + 4, \overleftrightarrow{L_3}: y = \frac{-5}{3}x - 4$ أي المستقيمات متوازية, ولماذا؟

ميله ومقطعه الصادي $\overleftrightarrow{L_1}: y = \frac{-5}{3}x + 4 \Rightarrow m_1 = \frac{-5}{3}$, $k_1 = 4$

ميله ومقطعه الصادي $\overleftrightarrow{L_2}: y = \frac{5}{3}x + 4 \Rightarrow m_2 = \frac{5}{3}$, $k_2 = 4$

ميله ومقطعه الصادي $\overleftrightarrow{L_3}: y = \frac{-5}{3}x - 4 \Rightarrow m_3 = \frac{-5}{3}$, $k_3 = -4$

$m_1 = m_3 \Rightarrow \overleftrightarrow{L_1} \parallel \overleftrightarrow{L_3}, k_1 \neq k_3$

[4-4-2] المستقيمات المتعامدة Perpendicular Lines

تعرفت سابقاً الى ان المستقيمين المتعامدين يلتقيان في نقطة واحدة ويصنعان اربعة زوايا قائمة ويقعان في مستو واحد. في هذا الدرس سوف نميز المستقيمات المتعامدة من خلال ميلهما بشرط ألا يوازي اي منهما المحورين الاحداثيين. يكون المستقيمان متعامدين عندما يكون ميل احدهما مقلوب ميل الاخر بعكس الاشارة (حاصل ضربهما يساوي = -1)

الصيغة الرياضية:

$\overleftrightarrow{L_1} \perp \overleftrightarrow{L_2} \Leftrightarrow m_1 = \frac{-1}{m_2}$ أو أن: $m_1 \times m_2 = -1$

مثال (5) بين ان النقط A(2,4),B(-4,2),C(-2,-4) رؤوس لمثلث قائم الزاوية, حدد الزاوية القائمة فيه.

ميل المستقيم المار بنقطتين $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

بالتعويض $m\overline{AB} = \frac{2-4}{-4-2}$ $m\overline{AC} = \frac{-4-4}{-2-2}$ $m\overline{BC} = \frac{-4-2}{-2-(-4)}$

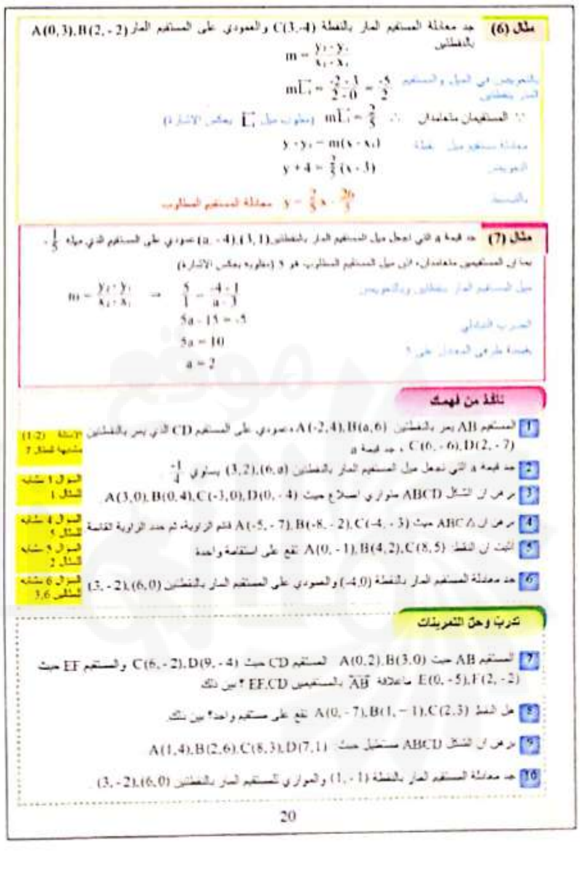
$= \frac{-2}{-6}$ $= \frac{-8}{-4}$ $= \frac{-6}{2}$

$= \frac{1}{3}$ $= \frac{2}{1}$ $= \frac{-3}{1}$

$\Rightarrow \frac{1}{3} \times \frac{-3}{1} = -1 \Rightarrow m\overline{AB} \times m\overline{BC}$

$\Rightarrow \overline{AB} \perp \overline{BC} \Rightarrow m\angle B = 90°$

19



مثال (6) جد معادلة المستقيم المار بالنقطة C(3,-4) والعمودي على المستقيم المار بالنقطتين A(0,3),B(2,-2)

$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

بالتعويض في الميل والمستقيم المار بنقطتين $m\overleftrightarrow{L_1} = \frac{-2-3}{2-0} = \frac{-5}{2}$

∵ المستقيمان متعامدان ∴ $m\overleftrightarrow{L_2} = \frac{2}{5}$ (مقلوب ميل $\overleftrightarrow{L_1}$ بعكس الاشارة)

معادلة مستقيم ميل ونقطة $y - y_1 = m(x - x_1)$

التعويض $y + 4 = \frac{2}{5}(x - 3)$

بالتبسيط $y = \frac{2}{5}x - \frac{26}{5}$ معادلة المستقيم المطلوب

مثال (7) جد قيمة a التي تجعل ميل المستقيم المار بالنقطتين (3,1),(a,-4) عمودي على المستقيم الذي ميله $-\frac{1}{5}$

بما ان المستقيمين متعامدان، ان ميل المستقيم المطلوب هو 5 (مقلوبه بعكس الاشارة)

ميل المستقيم المار بنقطتين والتعويض $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \rightarrow \frac{5}{1} = \frac{-4-1}{a-3}$

الضرب التبادلي $5a - 15 = -5$

$5a = 10$

بقسمة طرفي المعادلة على 5 $a = 2$

تأكد من فهمك

1. المستقيم AB يمر بالنقطتين A(-2,4),B(a,6) عمودي على المستقيم CD الذي يمر بالنقطتين C(6,-6),D(2,-7) ، جد قيمة a — الاسئلة (1-2) مشابهة للمثال 7
2. جد قيمة a التي تجعل ميل المستقيم المار بالنقطتين (3,2),(6,a) يساوي $\frac{-1}{4}$
3. برهن ان الشكل ABCD متوازي اضلاع حيث A(3,0),B(0,4),C(-3,0),D(0,-4) — السؤال 3 مشابه للمثال 1
4. برهن ان △ABC حيث A(-5,-7),B(-8,-2),C(-4,-3) قائم الزاوية، ثم حدد الزاوية القائمة — السؤال 4 مشابه للمثال 5
5. اثبت ان النقط A(0,-1),B(4,2),C(8,5) تقع على استقامة واحدة — السؤال 5 مشابه للمثال 2
6. جد معادلة المستقيم المار بالنقطة (-4,0) والعمودي على المستقيم المار بالنقطتين (3,-2),(6,0) — السؤال 6 مشابه للمثلين 3,6

تدرب وحل التمرينات

7. المستقيم AB حيث A(0,2),B(3,0) المستقيم CD حيث C(6,-2),D(9,-4) والمستقيم EF حيث E(0,-5),F(2,-2) ماعلاقة $\overleftrightarrow{AB}$ بالمستقيمين EF,CD؟ بين ذلك
8. هل النقط A(0,-7),B(1,-1),C(2,3) تقع على مستقيم واحد؟ بين ذلك
9. برهن ان الشكل ABCD مستطيل حيث A(1,4),B(2,6),C(8,3),D(7,1)
10. جد معادلة المستقيم المار بالنقطة (1,-1) والموازي للمستقيم المار بالنقطتين (3,-2),(6,0)

20

أمثلة اضافية :

قدم الامثلة الاضافية الآتية لتعزيز مفاهيم الدرس وهي مشابهة تماماً لأمثلة الدرس في كتاب الطالب.

جد معادلة المستقيم المار بنقطة الأصل ويوازي المستقيم الذي معادلته : $y = \frac{3}{2}x - 3$

$y = \frac{3}{2}x - 3$

بمقارنة معادلته بالمعادلة المعدلة $y = mx + k$

$m = \frac{3}{2}$, $k = -3$

نجد معادلة المستقيم الموازي الذي يمر بنقطة الاصل وله نفس الميل

$y - y_1 = m(x - x_1)$

معادلة المستقيم $y - 0 = \frac{3}{2}(x - 0) \rightarrow 2y = 3x$

تأكد من فهمك :

اطلب الى الطلاب حل تدريبات تأكد من فهمك داخل الصف وراقب اجاباتهم.

- السؤال (1) يتطلب الحل استعمال الحقيقة الاتية: المستقيمان متوازيان $\Rightarrow m_1 = m_2$
- السؤال (4) يتطلب الحل استعمال المقارنة مع معادلة الميل – نقطة لإيجاد المطلوب .
- يمكن تقديم صفحة إعادة التعليم المرافقة للطلاب اللذين لم يتمكنوا من حل تدريبات تأكد من فهمك بشكل صحيح.
- اطلب إلى الطلاب حل التدريبات (2,3 5,7.) من صفحة تمرينات الدرس كواجب بيتي.

خطأ متوقع : قد يخطئ بعض الطلاب عند ايجاد الميل بالتعويض بالقانون فيضعون الاحداثي السيني في البسط والصادي في المقام فنبهم الى ذلك بان التعويض يكون بالعكس.

3 تدريبٌ

ناقش مع الطلاب الواجب البيتي وتحقق من قدرتهم على حل التمرينات وقدم صفحة إعادة التعليم للطلاب الذين لم يتمكنوا من حل الواجب البيتي.

تدرب وحل تمرينات : اطلب الى الطلاب حل تمرينات تدرب وحل التمرينات وتابع اجاباتهم. دقق

تدرب وحل مسائل حياتية :

اطلب الى الطلاب حل المسائل الحياتية وتابع اجاباتهم.

Scanned with CamScanner

فكّر: اطلب الى الطلاب حل أسئلة فكر، وقد يحتاج الطلاب ذوو المستوى الضعيف لامثلة اضافية .

أكتب : اطلب الى الطلاب حل سؤال أكتب وتابع إجاباتهم.

4 تقويم

استعمل المسألة الآتية كتقويم ختامي للطلاب قبل انتهاء الدرس.

جد معادلة المستقيم المار بالنقطة (1,1) وعمود على المستقيم

$2x - 3y = -6$

نكتب معادلة المستقيم بالصورة التي يمكن مقارنتها مع معادلة مستقيم ميل – مقطع $(y = mx + k)$

$$3y = 2x + 6 \rightarrow y = \frac{2}{3}x + 3 \rightarrow m = \frac{2}{3} \;,\; k = 3$$

معادلة المستقيم العمودي بدلالة ميل ونقطة

$$y - y_1 = m(x - x_1) \rightarrow y - 1 = \frac{-3}{2}(x - 1)$$

5 توسعة

تدريبات إثرائيه للطلاب من خلال صفحة الإثراء المرافقة وتابعهم وقدم لهم المساعدة في أثناء الحل.

اطلب إليهم حل السؤال التالي:

قارن بين معادلة المستقيم $y = 1$ والمستقيم $y = 0$ من حيث الميل والمقطع الصادي .

بمقارنة كل معادلة مع معادلة مستقيم ميل ومقطع y=mx+k

نلاحظ تساوي ميلهما اي انهما متوازيان ويختلفان بالمقطع

$y = 1 \rightarrow m_1 = 0 \;,\; k_1 = 1$

$y_2 = 0 \rightarrow m_2 = 0 \;,\; k_2 = 0$

Multiple Choice — الاختيار من متعدد

الدرس [4-4] المستقيمات المتوازية والمتعامدة

Parallel and Perpendicular Lines

اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

1 المستقيم المار بالنقطتين (1,9),(7,1) يوازي المستقيم الذي ميله

a) $\frac{-3}{4}$ b) $\frac{-4}{3}$ c) $\frac{3}{4}$ d) $\frac{4}{3}$

2 اذا كان m_1, m_2 يمثلان ميلي مستقيمين متعامدين فان

a) $m1 + m2 = -1$ b) $\frac{m_1}{m_2} = -1$ c) $m_1 \times m_2 = -1$ d) $m_1 - m_2 = -1$

3 قيمة a التي تجعل ميل المستقيم المار بالنقطتين (a,-1),(-1,4) تساوي $\frac{-5}{3}$ هي

a) 4 b) -2 c) -4 d) 2

4 معادلة المستقيم المار بالنقطة (0,3) والعمودي على المستقيم الذي ميله $\frac{4}{3}$ هي

a) $3y + 4x = 12$ b) $3y + 4x = -12$ c) $4y - 3x = 12$ d) $4y + 3x = 12$

5 اذا كان $m_1 = m_2$ يمثلان ميلي المستقيمين L_1, L_2 فان

a) $\overleftrightarrow{L_1} \perp \overleftrightarrow{L_2}$ b) $\overleftrightarrow{L_1} \parallel \overleftrightarrow{L_2}$ c) $\overleftrightarrow{L_1}, \overleftrightarrow{L_2}$ متقاطعان d) ليس بينهما اي علاقة

6 أي المستقيمات الآتية توازي المستقيم الذي معادلته $6y-5x = 30$

a) $6y + 5x = 30$ b) $5y - 6x = 30$ c) $6y - 5x = 25$ d) $6y + 5x = 25$

7 أي المستقيمات الآتية عمودية على المستقيم الذي معادلته $3y+2x = 6$

a) $3y + 2x = -6$ b) $3y - 2x = -6$ c) $2y + 3x = 6$ d) $2y - 3x = 6$

100

تدربْ وحلّ مسائل حياتية

11 **فيزياء** :يمثل الجدول المجاور كمية المياه المتدفقة من احد السدود خلال فترة معينة من الزمن. هل بيانات الجدول تمثل خط مستقيم؟ بين ذلك.

المياه المتدفقة	
الزمن (ثوان)	حجم الماء m^3
5	75000
10	150000
15	225000

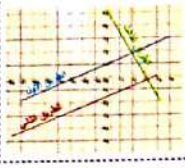
12 **هندسة** :برهن ان الشكل ABCD شبه منحرف، حيث ان احداثيات القاعدة العليا (4,5),(6,2) والقاعدة السفلى (1 - ,2),(-2,5) . هل هو قائم الزاوية؟ بين ذلك.

13 **خريطة** :استعمل الخريطة المجاورة لتبين أن:

i) الطريق الاول يوازي الطريق الثاني.

ii) الطريق الثاني عمودي على الطريق الثالث.

iii) هل الطريق الاول عمودي على الطريق الثالث؟ بين ذلك.



فكرْ

14 **تحدّ**:هل النقاط الآتية: (2,3),(4,5),(0,-1),(1 - ,2-) تقع على استقامة واحدة؟ بين ذلك.

15 **اصحح الخطأ**:قال احمد ان المستقيم المار بالنقطتين (0,4),(-3,0) عمودي على المستقيم المار بالنقطتين (0,0),$(1,\frac{3}{4})$ اكتشف خطأ احمد وصححه.

16 **مسألة مفتوحة**:المعادلتين الأتيتان: $3y - 5x = 20, 3y - 5x = 15$ تمثلان مستقيمين متوازيين. ما التشابه والاختلاف بينهما؟ وضح ذلك

17 **تبرير** :لماذا النقاط التالية تقع على مستقيم يوازي محور السينات: (2,4),(0,4),(-1,4) ؟

18 **أيهما اصح**:قالت سارة ان ميل المستقيم $5y+2x=10$ هو $\frac{2}{5}$ ومقطعه هو 2، وقال مهند ان ميله $\frac{-2}{5}$ ومقطعه 2، بين اجابة أي منهما الصحيحة ؟

19 **مسألة مفتوحة**:ABCD معين رؤوسه A(0,3),B(3,4),C(2,1),D(-1,0) برهن ان قطريه متعامدان.

20 **مسألة مفتوحة**:ما وجه التشابه والاختلاف بين المستقيمين المتوازيين؟

أكتبْ

ما اذا كان المستقيمان متوازيين او متعامدين باستعمال ميلهما؟

21

الإثراء

مستقيمان متعامدان أحدهما يمر بالنقطة (1 , 5) والأخر يمر بالنقطتين (4,6),(-2,-5) ، جد معادلة كل منهما.

الحل :

$$m_1 = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-2-6}{-5-4} = \frac{-8}{-9} = \frac{8}{9}$$

ولأن المستقيمين متعامدين لذلك فان ميل المستقيم الثاني هو $-\frac{9}{8}$

معادلة المستقيم الأول بدلالة ميل ونقطة:

$$y - y_1 = m(x - x_1) \Rightarrow y - 6 = \frac{8}{9}(x - 4)$$

$$9y - 54 = 8x - 32 \Rightarrow 8x - 9y + 22 = 0$$

معادلة المستقيم الثاني بدلالة ميل ونقطة:

$$y - y_1 = m(x - x_1) \Rightarrow y - 1 = \frac{-9}{8}(x - 5)$$

$$8y - 8 = -9x + 45 \Rightarrow 9x + 8y - 53 = 0$$

Scanned with CamScanner

الدرسُ 4-5 المسافة بين نقطتين

نتاجات التّعلّم	التعرف الى قانون المسافة بين نقطتين في المستوى الاحداثي وتطبيقه.
الموادُ والوسائلُ	ورقة عمل مخططة بيانياً (ورقة المربعات) ومرسوم عليها مستقيمان متعامدان يمثلان المحورين الاحداثيين ، مسطرة شفافة.

1 تهيئةٌ

اطلب الى الطلاب توقع نتاجات التعلم لهذا الدرس من خلال عنوان الدرس وناقشهم فيها ثم ثبتها على السبورة.

• هيئ الطلاب لفكرة الدرس من خلال الأنشطة الآتية: نظم الطلاب في مجموعات صغيرة وأعطِ كل مجموعة ورقة العمل واطلب اليهم تعيين نقطتين مختلفتين في الورقة البياني بإذ تكون احداثياتهما الصادية متساوية ثم اطلب اليهم حساب المسافة بين النقطتين كما تعلم سابقاً .

اسأل الطلاب :

• ماذا تمثل هذه المسافة ؟ $|x_2 - x_1|$

• اطلب الى الطلاب قياس المسافة بين النقطتين بالمسطرة .

• قم بتسجيل نتائج المجموعات واعلان الفائز منها.

• اسأل الطلاب :

هل يمكن حساب المسافة بين النقطتين بدون استعمال المسطرة .

• استمع إلى إجاباتهم وقل لهم إنهم سيدرسون في هذا الدرس كيفية إيجاد المسافة بين أي نقطتين في المستوي الاحداثي.

2 شرحٌ وتفسير

وجه الطلاب الى فقرة تعلم واطلب إليهم قراءة المعلومة المعطاة وهيئهم للمثال (1) من خلال التقديم الذي يتبع فقرة تعلم .

• اسأل الطلاب :

بماذا يمكننا الاستفادة من نظرية فيثاغورس؟

لإيجاد المسافة بين نقطتين في المستوي، لاثبات مثل قائم الزاوية ....

• قدم المثال (2) لتبين للطلاب كيفية اثبات بان ثلاثة نقاط تقع على استقامة واحدة.

• قدم المثال (4) لتبين للطلاب كيفية اثبات اربع نقاط تمثل رؤوس متوازي اضلاع باستعمال قانون المسافة .

• قدم المثال (4) لتبين للطلاب كيفية إيجاد احداثيات نقطة منتصف قطعة مستقيمة .

• بين للطلاب بأن نقطة المنتصف تعد بمثابة الوسط الحسابي لقيمة كل من الاحداثيين (x,y) للنقطتين

الدرسُ [4-5] المسافه بين نقطتين

Distance Between Two Points

فكرةُ الدرس

• تعرف الى قانون المسافة بين نقطتين.

• تطبيق قانون المسافة بين نقطتين.

• تعرف الى قانون نقطة المنتصف.

• تطبيق قانون نقطة المنتصف.

المفردات

• قانون المسافة بين نقطتين.

• نقطة المنتصف.

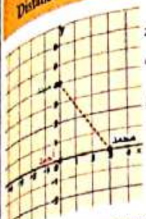
• قانون نقطة المنتصف.

تعلم

ثلاثة اصدقاء خرجوا في رحلة استكشافية، محددة مواقعهم كما في الشكل المجاور.

محمد يبعد من أحمد 3km ومهند يبعد من احمد 4km.

كيف تجد المسافه بين محمد و مهند؟



[4-5-1] قانون المسافه بين نقطتين Distance between two Points Formula

تعلمت سابقاً: ان المسافة بين نقطتين على محور السينات هي $|x_2 - x_1|$

وإن المسافة بين نقطتين على محور الصادات هي $|y_2 - y_1|$

في هذا الدرس سوف نتعرف الى قانون المسافة في المستوي الاحداثي

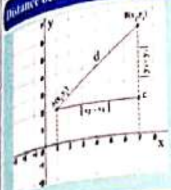
قانون المسافة بين نقطتين A,B يعتمد على مبرهنة فيثاغورس

المثلث ACB قائم الزاوية في C

$(AB)^2 = (AC)^2 + (BC)^2$ مبرهنة فيثاغورس

$d^2 = (|x_2 - x_1|)^2 + (|y_2 - y_1|)^2$ بالتعويض

$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ بالتبسيط و جذر الطرفين



مثال (1) من فقرة تعلم: نجد ان موقع محمد هو النقطة A(3,0) وان موقع مهند هو النقطة B(0,4)

$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ قانون المسافة بين نقطتين

$AB = \sqrt{(0-3)^2 + (4-0)^2}$ بالتعويض بالنقطتين

$AB = \sqrt{9+16} = \sqrt{25} = 5$ بالتبسيط

∴ المسافة بين محمد و مهند 5km

مثال (2) باستعمال قانون المسافة، اثبت أن النقط A(-3,-2),B(0,1),C(3,4) تقع على استقامة واحدة

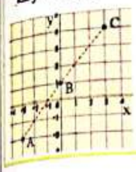
$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$ قانون المسافة بين نقطتين

بالتعويض من النقاط A,B,C

$AB = \sqrt{(0+3)^2 + (1+2)^2}$

$BC = \sqrt{(3-0)^2 + (4-1)^2}$

$AC = \sqrt{(3+3)^2 + (4+2)^2}$



22

إعادة التعليم

مثال : اثبت ان المثلث الذي رؤوسه النقاط

A(1,1) , B(2,2) , C(5,-1)

الحل :

$d = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}$

$d_{AB} = \sqrt{(2-1)^2 + (2-1)^2} = \sqrt{2}$

$d_{BC} = \sqrt{(5-2)^2 + (-1-2)^2} = \sqrt{18}$

$d_{AC} = \sqrt{(5-1)^2 + (-1-1)^2} = \sqrt{20}$

$(d_{AC})^2 = (d_{AB})^2 + (d_{BC})^2$

$(20 = 2 + 18)$

لذلك فالمثلث قائم الزاوية اعتماداً على على مبرهنة فيثاغورس.

تدريبات :

1) جد طول قطري الشكل الرباعي الذي رؤوسه النقاط

A(-3,2),B(-3,-3),C(4,-3),D(3,2)

$d_{AC}\sqrt{(4+3)^2 + (-3-2)^2} = \sqrt{74}$

$d_{BD}\sqrt{(3+3)^2 + (2+3)^2} = \sqrt{61}$

1) جد مركز الدائرة التي احداثيات نهايتي قطر فيها

A(5,2),B(-1,6)

$M(x,y) = (\frac{5-1}{2} \ , \ \frac{2+6}{2}) \rightarrow x = 2 \ , \ y = 4$

احداثيات نقطة M مركز الدائرة هي (2,4)

Scanned with CamScanner

امثلة اضافية :

قدم الامثلة الاضافية الآتية لتعزيز مفاهيم الدرس وهي مشابهة تماماً لأمثلة الدرس في كتاب الطالب.

1) اذا كانت $M(3,2)$ هي نقطة منتصف $\overline{AB}$ وكانت $A(3,1)$ فجد احداثي النقطة B .

$$(3,2)=(\frac{3+x_2}{2},\frac{2+y_2}{2})\rightarrow 3=\frac{3+x_2}{2}\rightarrow x_2=3$$

$$2=\frac{1+y_2}{2}\rightarrow y_2=3$$ احداثيات النقطة $B(3,3)$

2) بين نوع الشكل الرباعي الذي رؤوسه النقاط

$A(4,-1),\ B(0,2),\ C(-3,-4),\ D(5,-10)$

$$d_{AB}=\sqrt{(0-4)^2+(2+1)^2}=5$$

$$d_{CD}=\sqrt{(5+3)^2+(-10+4)^2}=10$$

$$d_{BC}=\sqrt{(-3-0)^2+(-4-2)^2}=\sqrt{45}$$

$$d_{AD}=\sqrt{(5-4)^2+(-10+1)^2}=\sqrt{82}$$

شكل رباعي غير منتظم .

تأكد من فهمك : اطلب الى الطلاب حل تدريبات تأكد من فهمك داخل الصف وراقب اجاباتهم.

- السؤال(3) يتطلب الحل استعمال الحقيقة الاتية:

$d_{AB}+d_{BC}=d_{AC}$

- السؤال (4) يتطلب الحل تنبيه الطلبة الى عدم استعمال فكرة التمثيل البياني او قانون الميل لحله.
- يمكن تقديم صفحة إعادة التعليم المرافقة للطلاب اللذين لم يتمكنوا من حل تدريبات تأكد من فهمك بشكل صحيح.
- اطلب إلى الطلاب حل التدريبات (7 ,5 ,4 ,2) من صفحة تمرينات الدرس كواجب بيتي.

خطأ متوقع: قد يخطئ بعض الطلاب عند ايجاد المسافة بين نقطتين عند تطبيق نظرية فيثاغورس فيكون المثلث غير قائم الزاوية ، فذكرهم بانه يجب ان يكون في المثلث ضلعان متعامدان.

3 تدريب

ناقش مع الطلاب الواجب البيتي وتحقق من قدرتهم على حل التمرينات وقدم صفحة إعادة التعليم للطلاب الذين لم يتمكنوا من حل الواجب البيتي.

تدرب وحل تمرينات : اطلب الى الطلاب حل تمرينات تدرب وحل التمرينات وتابع اجاباتهم. دقق

تدرب وحل مسائل حياتية : اطلب الى الطلاب حل المسائل الحياتية وتابع اجاباتهم.

$AB=\sqrt{9+9},\ BC=\sqrt{9+9},\ AC=\sqrt{36+36}$

التبسيط: $AB=\sqrt{18},\ BC=\sqrt{18},\ AC=\sqrt{72}$

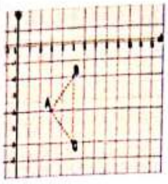
$=3\sqrt{2},\ =3\sqrt{2},\ =6\sqrt{2}$

الكل يساوي مجموع الاجزاء $6\sqrt{2}=3\sqrt{2}+3\sqrt{2}$

اي: $AC=AB+BC$

اذن النقط A,B,C تقع على استقامة واحدة.

مثال (3) بيّن نوع المثلث الذي رؤوسه $A(3,-4),B(5,-2),C(5,-6)$ من حيث الاضلاع. وهل المثلث قائم الزاوية؟



قانون المسافة بين نقطتين: $d=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

بالتعويض من A,B,C:

$AB=\sqrt{(5-3)^2+(-2+4)^2}$

$BC=\sqrt{(5-5)^2+(-6+2)^2}$

$AC=\sqrt{(5-3)^2+(-6+4)^2}$

التبسيط:

$AB=\sqrt{4+4},\ BC=\sqrt{0+16},\ AC=\sqrt{4+4}$

$AB=\sqrt{8},\ BC=4,\ AC=\sqrt{8}$

$=2\sqrt{2},\ =4,\ =2\sqrt{2}$

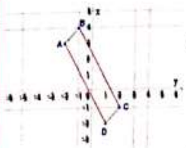
$\because AB=AC$ ، $\therefore$ المثلث متساوي الساقين

$(4)^2=(\sqrt{8})^2+(\sqrt{8})^2$

$(4)^2=8+8$

عكس مبرهنة فيثاغورس ، $\therefore$ المثلث قائم الزاوية في A.

مثال (4) بين باستعمال قانون المسافة ان النقط $A(-2,3),B(-1,4),C(2,-1),D(1,-2)$ رؤوس متوازي اضلاع.



قانون المسافة بين نقطتين: $d=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

$AB=\sqrt{(-1+2)^2+(4-3)^2}=\sqrt{1+1}=\sqrt{2}$ ⋮ $DC=\sqrt{(1-2)^2+(-2+1)^2}=\sqrt{1+1}=\sqrt{2}$

$\therefore AB=DC$

بنفس الطريقة

$AD=\sqrt{(1+2)^2+(-2-3)^2}=\sqrt{9+25}=\sqrt{34}$ ⋮ $BC=\sqrt{(2+1)^2+(-1-4)^2}=\sqrt{9+25}=\sqrt{34}$

$\therefore AD=BC$

لذا الشكل ABCD متوازي اضلاع (خواص متوازي الاضلاع كل ضلعين متقابلين متساويين)

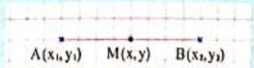
23

[4-5-2] قانون نقطة المنتصف The Midpoint Formula

نقطة المنتصف: هي النقطة الواقعة على بعدين متساويين عن طرفي قطعة مستقيم و تنتمي له.

احداثيات نقطة المنتصف

$M=(\frac{x_1+x_2}{2},\frac{y_1+y_2}{2})$



مثال (5) جد إحداثي نقطة المنتصف للقطعة المستقيمة الواصلة بين $A(3,-8),B(3,6)$

قانون نقطة المنتصف: $M=(\frac{x_1+x_2}{2},\frac{y_1+y_2}{2})$

بالتعويض بالنقطتين: $=(\frac{3+3}{2},\frac{-8+6}{2})$

بالتبسيط: $=(\frac{6}{2},\frac{-2}{2})=(3,-1)$

$\therefore (3,-1)$ نقطة منتصف $\overline{AB}$

مثال (6) اذا كانت $M(1,-3)$ منتصف $\overline{AB}$ وكانت $A(-1,-2)$ جد احداثي النقطة B.

قانون نقطة المنتصف: $M=(\frac{x_1+x_2}{2},\frac{y_1+y_2}{2})$

نفرض $B(x_2,y_2)$ وبالتعويض بالنقاط: $(1,-3)=(\frac{-1+x_2}{2},\frac{-2+y_2}{2})$

الضرب التبادلي والتبسيط:

$1=\frac{-1+x_2}{2}\Rightarrow -1+x_2=2\Rightarrow x_2=3$

$-3=\frac{-2+y_2}{2}\Rightarrow -2+y_2=-6\Rightarrow y_2=-4$

احداثيات B هي: $B(3,-4)$

مثال (7) بين باستعمال قانون المنتصف ان النقط $A(-2,3),B(-1,4),C(2,-1),D(1,-2)$ رؤوس متوازي اضلاع.



قانون نقطة المنتصف: $M=(\frac{x_1+x_2}{2},\frac{y_1+y_2}{2})$

منتصف القطر $\overline{BD}$ ، منتصف القطر $\overline{AC}$

$M_2=(\frac{-1+1}{2},\frac{4+(-2)}{2})$ ، $M_1=(\frac{-2+2}{2},\frac{3+(-1)}{2})$

بالتعويض: $M_2=(\frac{0}{2},\frac{2}{2})$ ، $M_1=(\frac{0}{2},\frac{2}{2})$

بالتبسيط: $M_2=(0,1)$ ، $M_1=(0,1)$

$\because M_1=M_2$ $\therefore$ الشكل ABCD متوازي اضلاع (خواص متوازي الاضلاع قطراه احدهما ينصف الآخر)

مثال (8) $A(3,1),B(5,3),C(5,-1)$ رؤوس مثلث حيث $AB=AC$ النقطة M منتصف $\overline{BC}$ جد طول $\overline{AM}$.

قانون نقطة المنتصف، التبسيط: $M=(\frac{x_1+x_2}{2},\frac{y_1+y_2}{2})=(\frac{5+5}{2},\frac{3+(-1)}{2})=(5,1)$

قانون المسافة بين نقطتين: $d=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

التعويض: $=\sqrt{(5-3)^2+(1-1)^2}$

التبسيط: $=\sqrt{4}=2$

24

Scanned with CamScanner

فكِّر: اطلب الى الطلاب حل أسئلة فكر، وقد يحتاج الطلاب ذوو المستوى الضعيف الى امثلة اضافية .

أكتب : أطلب الى الطلاب حل سؤال أكتب وتابع إجاباتهم .

4 تقويمٌ

استعمل المسألة الآتية كتقويم ختامي للطلاب قبل انتهاء الدرس.

اذا كانت $M(-2,2)$ هي نقطة منتصف $\overline{AB}$ وكانت $A(-4,1)$ فجد احداثي النقطة B .

$$(-2,2)=(\frac{-4+x_2}{2},\frac{1+y_2}{2}) \rightarrow -2=\frac{-4+x_2}{2} \rightarrow x_2=0$$

$$2=\frac{1+y_2}{2} \rightarrow y_2=3$$ احداثيات النقطة $B(0,3)$

5 توسعة

قدم تدريبات إثرائيه للطلاب من خلال صفحة الإثراء المرافقة وتابعهم وقدم لهم المساعدة في أثناء الحل.

• اطلب إليهم حل السؤال الآتي :

ABC مثلث متساوي الساقين جد طول العمود النازل من رأس المثلث A على القاعدة إذا علمت ان رؤوسه النقاط

$A(0,5),\ B(-2,0),\ C(2,0)$

العمود AB النازل من رأس المثلث المتساوي الساقين ينصف القاعدة في نقطة D وعليه فان $D(x,y)=(0,0)$

ينصف القاعدة في نقطة D وعليه فان $D(x,y)=(0,0)$

$$d_{AB}=\sqrt{(0-0)^2+(0-5)^2}=5$$

الاختبار من متعدد

Multiple Choice

الدرس [5-4] المسافة بين نقطتين

Distance between two Points

اختر الاجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

1 المسافة بين نقطتين $(0,3),(2,-5)$ تساوي:

a) $-2\sqrt{17}$ b) $\sqrt{10}$ c) $17\sqrt{2}$ d) $2\sqrt{17}$

2 نقطة منتصف القطعة المستقيمة الواصلة بين النقطتين $(3,-1),(7,-3)$:

a) $(5,2)$ b) $(-2,5)$ c) $(5,-2)$ d) $(-5,-2)$

3 اذا كانت نقطة منتصف قطعة مستقيم $\overline{AB}$ هي $(2,1)$ حيث $A(a,b),B(3,2)$ فان قيمة b,a هي:

a) $a=1, b=1$ b) $a=1, b=-1$ c) $a=-1, b=0$ d) $a=1, b=0$

4 قانون المسافة بين النقطتين $(x_1,y_1),(x_2,y_2)$ هو:

a) $\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2+y_1)^2}$ b) $\sqrt{(x_2-x_1)^2-(y_2-y_1)^2}$

c) $\sqrt{(x_2+x_1)^2+(y_2+y_1)^2}$ d) $\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

5 قانون نقطة منتصف القطعة المستقيمة الواصلة بين $(x_1,x_2),(x_2,y_2)$ هو:

a) $(\frac{x_2-x_1}{2},\frac{y_2-y_1}{2})$ b) $(\frac{x_1+x_2}{3},\frac{y_1+y_2}{3})$

c) $(\frac{x_1+x_2}{2},\frac{y_1+y_2}{2})$ d) $(\frac{y_1+y_2}{2},\frac{x_1+x_2}{2})$

6 النقطة $(2,-2)$ هي منتصف القطعة المستقيمة الواصلة بين:

a) $(-8,-1),(4,-3)$ b) $(8,1),(1,-3)$

c) $(8,1),(4,-3)$ d) $(8,-1),(-4,-3)$

7 باستعمال قانون المسافة: المثلث الذي رؤوسه $A(3,-1),B(-3,3),C(-3,-1)$:

a) متساوي الساقين b) متساوي الاضلاع

c) مختلف الاضلاع حاد الزوايا d) مختلف الاضلاع قائم الزاوية

101

تأكد من فهمك

1 أوجد المسافة بين كل نقطتين فيما يأتي:

i) $(0,0),(3,8)$ ii) $(-3,-1),(1,-4)$ iii) $(-1,-2)(3,-4)$

2 أوجد نقطة المنتصف للافرع (i),(ii),(iii) في سؤال 1.

3 باستعمال قانون المسافة بين نقطتين، أثبت ان النقط $A(-2,-1),B(-1,0),C(4,5)$ على استقامة واحدة.

4 بين نوع المثلث الذي رؤوسه $A(2,4),B(-4,2),C(-1,-2)$ من حيث الاضلاع. وهل المثلث قائم الزاوية؟

5 بين ان النقط الآتية: $A(4,0),B(6,-6),C(-8,0),D(-10,6)$ رؤوس متوازي الاضلاع.
i) باستعمال قانون المسافة بين نقطتين. ii) باستعمال قانون نقطة المنتصف.

6 اذا كانت $M(-2,0)$ منتصف $\overline{AB}$ وكانت $A(4,0)$ فجد احداثيي النقطة B.

السؤال 1 مشابه المثال 1
السؤال 2 مشابه المثال 4
السؤال 3 مشابه المثال 2
السؤال 4 مشابه المثال 3
السؤال 5 مشابه المثالين 4,6
السؤال 6 مشابه المثال 7

تدرب وحل التمرينات

7 أوجد المسافة بين كل نقطتين فيما يأتي:

i) $(8,1),(-4,3)$ ii) $(6,-9),(0,2)$ iii) $(-2,4)(-6,-2)$

8 أوجد نقطة المنتصف للافرع (i),(ii),(iii) في السؤال 7.

9 باستعمال قانون المسافة بين نقطتين، أثبت ان النقط $A(1,-3),B(3,-4),C(-1,-2)$ على استقامة واحدة.

10 بين نوع المثلث الذي رؤوسه $A(2,-1),B(2,1),C(-1,-1)$ من حيث الاضلاع. وهل المثلث قائم الزاوية؟

11 بين ان النقط الآتية: $A(-3,5),B(2,7),C(1,9),D(-4,7)$ رؤوس متوازي الاضلاع.
i) باستعمال قانون المسافة بين نقطتين. ii) باستعمال قانون نقطة المنتصف.

12 اذا كانت $M(4,-2)$ منتصف $\overline{AB}$ وكانت $B(5,1)$ فجد احداثيي النقطة A.

تدرب وحل مسائل حياتية

13 **هندسة :** ABC مثلث رؤوسه $A(6,4),B(-2,6),C(0,-4)$ ، تحقق من ان طول القطعة المستقيمة الواصلة بين منتصفي ضلعين فيه يساوي نصف طول الضلع الثالث.

14 **تحديد موقع :** موقع بيت محمود عند النقطة $(-4,0)$ وموقع مدرسته عند النقطة $(0,-3)$ ما المسافة التي يقطعها محمود عند ذهابه الى المدرسة، علما ان طول ضلع كل مربع في المستوي الاحداثي يمثل كيلومترا واحدا؟

فكر

15 **تحدٍّ :** دائرة طرفا احد اقطارها النقطتان $A(-1,1),B(5,1)$ جد: i) احداثيات مركزها ii) مساحتها.

16 **اكتشف الخطأ :** وجدت شهد إحداثيات نقطة منتصف القطعة المستقيمة التي طرفيها $(6,1),(8,3)$ فكتبتها $(\frac{8-6}{2},\frac{3-1}{2})=(1,1)$ اكتشف خطأ شهد وصححه.

أكتب علاقة قانون نقطة المنتصف بايجاد الوسط الحسابي.

25

الإثراء

1) اذا كانت $\overline{AB}$ قطعة مستقيم بإذ احداثي نقطة منتصفها $C=(\frac{3}{2},\frac{-1}{2})$ ، فاذا علمت ان $A(4,1)$. فما احداثيات النقطة B ؟

$$(\frac{3}{2},\frac{-1}{2})=(\frac{4+x_2}{2},\frac{1+y_2}{2}) \rightarrow \frac{3}{2}=\frac{4+x_2}{2} \rightarrow x_2=-1$$

$$\frac{-1}{2}=\frac{1+y_2}{2} \rightarrow y_2=-2$$ احداثيات النقطة $B(-1,-2)$

2) اثبت ان النقاط التالية تمثل رؤوس مربع

$A(-1,0),\ B(0,3),\ C(3,2),\ D(2,-1)$

$$d_{AB}=\sqrt{(0+1)^2+(3-0)^2}=\sqrt{10}$$

$$d_{CD}=\sqrt{(2-3)^2+(-1-2)^2}=\sqrt{10}$$

$$d_{BC}=\sqrt{(3-0)^2+(2-3)^2}=\sqrt{10}$$

$$d_{AD}=\sqrt{(2+1)^2+(-1-0)^2}=\sqrt{10}$$

$$m_{AB}=\frac{y_1+y_2}{x_1-x_2}=3\ ,\ m_{BC}=\frac{-1}{3} \rightarrow \overleftrightarrow{AB} \perp \overleftrightarrow{DC}$$

الشكل ABCD شكل رباعي أضلاعه متساوية وزواياه قوائم فلذا هو مربع .

Scanned with CamScanner

الدرس 4-6 النسب المثلثية

نتاجات التعلّم	- التعرف الى النسب المثلثية الأساسية - النسب المثلثية لبعض الزوايا الخاصة - إيجاد قيم عبارات تتضمن زوايا خاصة
المواد والوسائل	ورقة عمل، أدوات هندسية

1 تهيئة

اطلب الى الطلاب توقع نتاجات التعلم لهذا الدرس من خلال عنوان الدرس وناقشهم فيها ثم ثبتها على السبورة.

• هيئ الطلاب لفكرة الدرس من خلال الأنشطة الآتية: نظم الطلاب في مجموعات صغيرة وأعطِ كل مجموعة ورق العمل واطلب اليهم ان يرسموا في ورقة العمل مثلث متساوي الاضلاع باستعمال الأدوات الهندسية طول كل ضلع 2 وحدة .

• أطلب الى المجموعات ان ينزلو عموداً من رأس المثلث على قاعدته في النقطة D.

• اسأل الطلاب : ما قياس كل زاوية من زوايا المثلث ABC ؟

60 درجة لكل زاوية مثلث متساوي الزوايا.

• هل العمود AD ينصف القاعدة BC ؟ نعم

• هل العمود ينصف زاوية رأس المثلث A ؟ نعم

• ما طول اضلاع المثلث ADC القائم الزاوية ؟

$AD = \sqrt{3}\ ,\ DC = 1\ ,\ AC = 2$

• اسأل الطلاب : في المثلث القائم الزاوية ماذا نسمي الضلع المقابل للزاوية القائمة؟ الوتر

اسأل الطلاب: هل يمكن الربط بين قياس اطوال الاضلاع مع زوايا المثلث القائم بعلاقات خاصة ؟

• استمع إلى إجاباتهم وقل لهم إنهم سيدرسون في هذا الدرس المفاهيم الأساسية للنسب المثلثية واستعمالاتها.

2 شرحٌ وتفسير

وجه الطلاب الى فقرة تعلم واطلب إليهم قراءة المعلومة المعطاة وهيئهم للمثال (1) من خلال التقديم الذي يتبع فقرة تعلم .

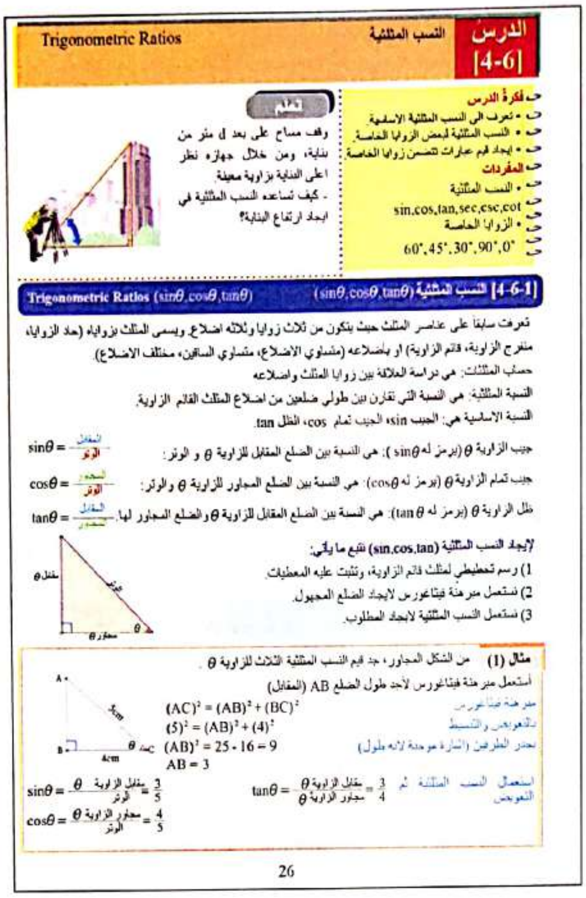
• اسأل الطلاب :

بماذا يمكننا الاستفادة من نظرية فيثاغورس؟ لإيجاد طول الضلع القائم.

بين للطلاب بانه سوف نسمي الاضلاع في المثلث القائم الزاوية لايجاد قيم النسب المثلثية (مقابل – مجاور – وتر) بالاعتماد على الزاوية المحددة.

• قدم المثالين (2) ليتعلم الطلاب كيفية إيجاد النسب المثلثية الأساسية وفقا للخطوات المثبتة .

• قدم المثالين (3,4) لتوضح الطلاب كيفية إيجاد النسب المثلثية الأساسية وفقا للخطوات المثبتة .



الدرس [4-6] النسب المثلثية Trigonometric Ratios

فكرة الدرس
• تعرف الى النسب المثلثية الاساسية.
• النسب المثلثية لبعض الزوايا الخاصة.
• ايجاد قيم عبارات تتضمن زوايا الخاصة.

المفردات
• النسب المثلثية
sin,cos,tan,sec,csc,cot
• الزوايا الخاصة
60°,45°,30°,90°,0°

تعلم

وقف مساح على بعد d متر من بناية، ومن خلال جهازه نظر اعلى البناية بزاوية معينة.
- كيف تساعده النسب المثلثية في ايجاد ارتفاع البناية؟

[4-6-1] النسب المثلثية $(\sin\theta, \cos\theta, \tan\theta)$ Trigonometric Ratios $(\sin\theta, \cos\theta, \tan\theta)$

تعرفت سابقاً على عناصر المثلث حيث يتكون من ثلاث زوايا وثلاثه اضلاع. ويسمى المثلث بزواياه (حاد الزوايا، منفرج الزاوية، قائم الزاوية) او باضلاعه (متساوي الاضلاع، متساوي الساقين، مختلف الاضلاع).

حساب المثلثات: هي دراسة العلاقة بين زوايا المثلث واضلاعه

النسبة المثلثية: هي النسبة التي تقارن بين طولي ضلعين من اضلاع المثلث القائم الزاوية.

النسبة الاساسية هي: الجيب sin، الجيب تمام cos، الظل tan.

جيب الزاوية θ (يرمز له $\sin\theta$): هي النسبة بين الضلع المقابل للزاوية θ و الوتر: $\sin\theta = \frac{\text{المقابل}}{\text{الوتر}}$

جيب تمام الزاوية θ (يرمز له $\cos\theta$): هي النسبة بين الضلع المجاور للزاوية θ والوتر: $\cos\theta = \frac{\text{المجاور}}{\text{الوتر}}$

ظل الزاوية θ (يرمز له $\tan\theta$): هي النسبة بين الضلع المقابل للزاوية θ والضلع المجاور لها. $\tan\theta = \frac{\text{المقابل}}{\text{المجاور}}$

لإيجاد النسب المثلثية (sin,cos,tan) نتبع ما يأتي:
1) رسم تخطيطي لمثلث قائم الزاوية، وتثبت عليه المعطيات.
2) نستعمل مبرهنة فيثاغورس لايجاد الضلع المجهول.
3) نستعمل النسب المثلثية لايجاد المطلوب.

مثال (1) من الشكل المجاور، جد قيم النسب المثلثية الثلاث للزاوية θ .

أستعمل مبرهنة فيثاغورس لأجد طول الضلع AB (المقابل)

مبرهنة فيثاغورس: $(AC)^2 = (AB)^2 + (BC)^2$

بالتعويض والتبسيط: $(5)^2 = (AB)^2 + (4)^2$

نجذر الطرفين (الاشارة موجبة لانه طول): $(AB)^2 = 25 - 16 = 9$

$AB = 3$

استعمال النسب المثلثية ثم التعويض

$\sin\theta = \frac{\theta \text{ مقابل الزاوية}}{\text{الوتر}} = \frac{3}{5}$

$\cos\theta = \frac{\theta \text{ مجاور الزاوية}}{\text{الوتر}} = \frac{4}{5}$

$\tan\theta = \frac{\theta \text{ مقابل الزاوية}}{\theta \text{ مجاور الزاوية}} = \frac{3}{4}$

26

إعادة التعليم

جد القيمة العددية للمقادير الاتية :

1) $\cos60° \,.\, \cos30° + \sin60° \,.\, \sin30°$

$$\frac{1}{2}\times\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{\sqrt{3}}{4}+\frac{\sqrt{3}}{4}=\frac{2\sqrt{3}}{4}$$

2) $(\sin45° \,.\, \cos45°)^2 + (\sin30° \,.\, \sin60°)^2$

$$(\frac{1}{\sqrt{2}}+\frac{1}{\sqrt{2}})^2+(\frac{1}{2}+\frac{1}{2})^2=(\frac{2}{\sqrt{2}})^2+(1)^2$$

$$=(\sqrt{2})^2+1=2+1=3$$

تدريبات : جد القيمة العددية للمقادير الاتية

1) $\sin60° \,.\, \cos30° + \sin30° \,.\, \cos60°$

$$\frac{\sqrt{3}}{2}\times\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}\times\frac{1}{2}=\frac{3}{4}+\frac{1}{4}=1$$

2) $(\tan45°-\sin30°)(\tan30°+\cot60°)$

$$(1-\frac{1}{2})(\frac{1}{\sqrt{3}}+\frac{1}{\sqrt{3}})=\frac{1}{2}\times\frac{2}{\sqrt{3}}=\frac{1}{\sqrt{3}}$$

Scanned with CamScanner

أمثلةٌ إضافيةٌ:

قدم الامثلة الاضافية الآتية لتعزيز مفاهيم الدرس وهي مشابهة تماماً لأمثلة الدرس في كتاب الطالب.

المثلث ABC قائم الزاوية في B ، اذا كان $\sin A = \frac{3}{5}$ فجد

$\csc A$ ، $\sec A$ ، $\cot A$

باستعمال نظرية فيثاغورس نجد ان $AB = 4$

$$\csc A = \frac{5}{3}\ ,\ \sec A = \frac{5}{4}\ ,\ \cot A = \frac{4}{3}$$

تأكد من فهمك: اطلب الى الطلاب حل تدريبات تأكد من فهمك داخل الصف وراقب اجاباتهم.

- السؤال (6) يتطلب الحل رسم شكل توضيحي تثبت عليه معطيات السؤال لتسهيل فهم خطوات الحل.
- يمكن تقديم صفحة إعادة التعليم المرافقة للطلاب اللذين لم يتمكنوا من حل تدريبات تأكد من فهمك بشكل صحيح.
- اطلب إلى الطلاب حل التدريبات (5, 4 ,3, 1) من صفحة تمرينات الدرس كواجب بيتي.

خطأ متوقعٌ: قد يخطىء بعض الطلاب في التعويض بقيم الزوايا الخاصة ،فلذا ذكرهم باستعمال أطوال اضلاع المثلث القياسي القائم الزاوية الذي طول وتره يساوي 2 وحدة.

3 - تدريب:

ناقش مع الطلاب الواجب البيتي وتحقق من قدرتهم على حل التمرينات وقدم صفحة إعادة التعليم للطلاب الذين لم يتمكنوا من حل الواجب البيتي.

تدرب وحل تمرينات :

اطلب الى الطلاب حل تمرينات تدرب وحل التمرينات وتابع اجاباتهم.

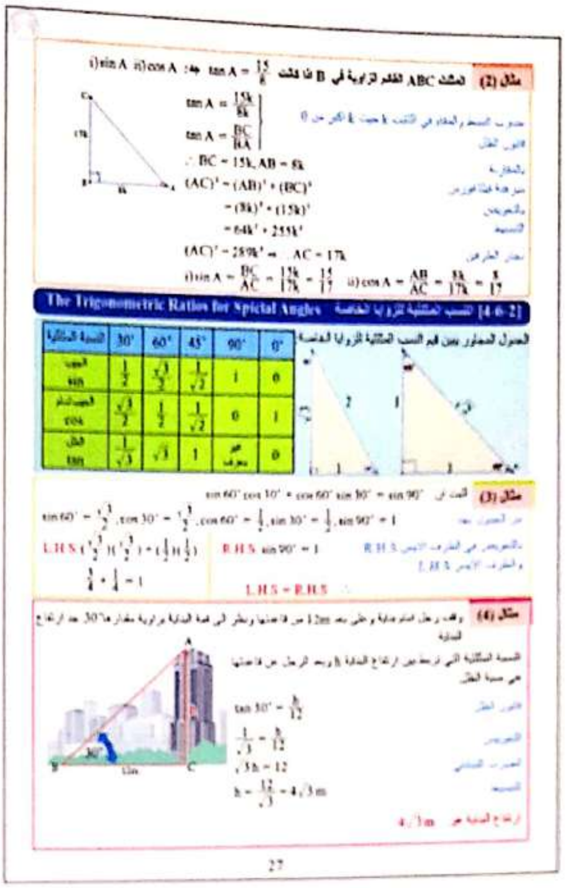
تدرب وحل مسائل حياتية :

اطلب الى الطلاب حل المسائل الحياتية وتابع اجاباتهم.

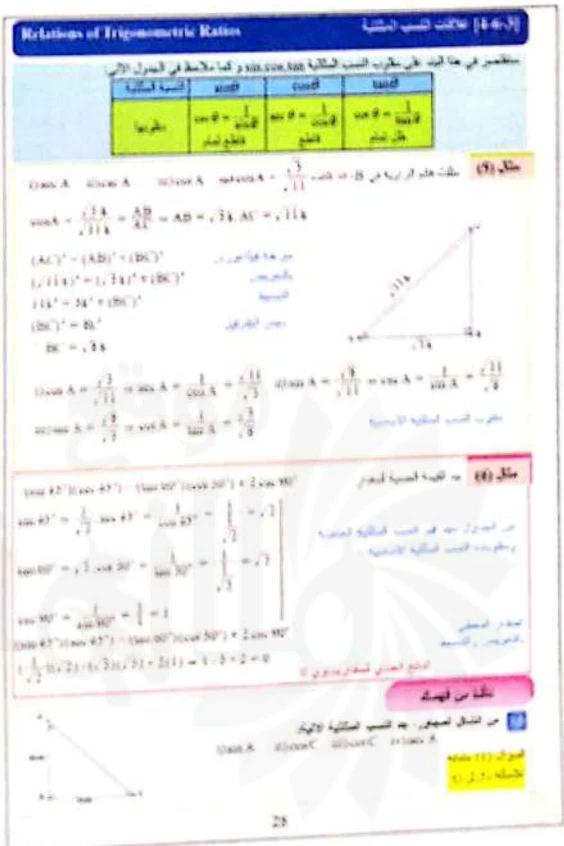
فكر:

اطلب الى الطلاب حل أسئلة فكر ، وقد يحتاج الطلاب ذوو المستوى الضعيف لامثلة اضافية.

- السؤال (14) يتطلب السؤال استعمال قيم النسب المثلثية لمعرفة نوع المثلث .


The Trigonometric Ratios for Special Angles

27


Relations of Trigonometric Ratios

28

Scanned with CamScanner

4 تقويم

استعمل المسألة الآتية كتقويم ختامي للطلاب قبل انتهاء الدرس.

سارية علم ترتفع 12m عن سطح ارض مستوية مثبتة بسلك تثبيت يصنع زاوية مع الأرض مقدارها 30° جد طول السلك .

تصنع سارية العلم والسلك مثلث قائم الزاوية .

نفرض طول السلك L وعليه :

$$\sin 30^\circ = \frac{12}{L} \rightarrow \frac{1}{2} = \frac{12}{L} \rightarrow L = 24m$$

5 توسعة

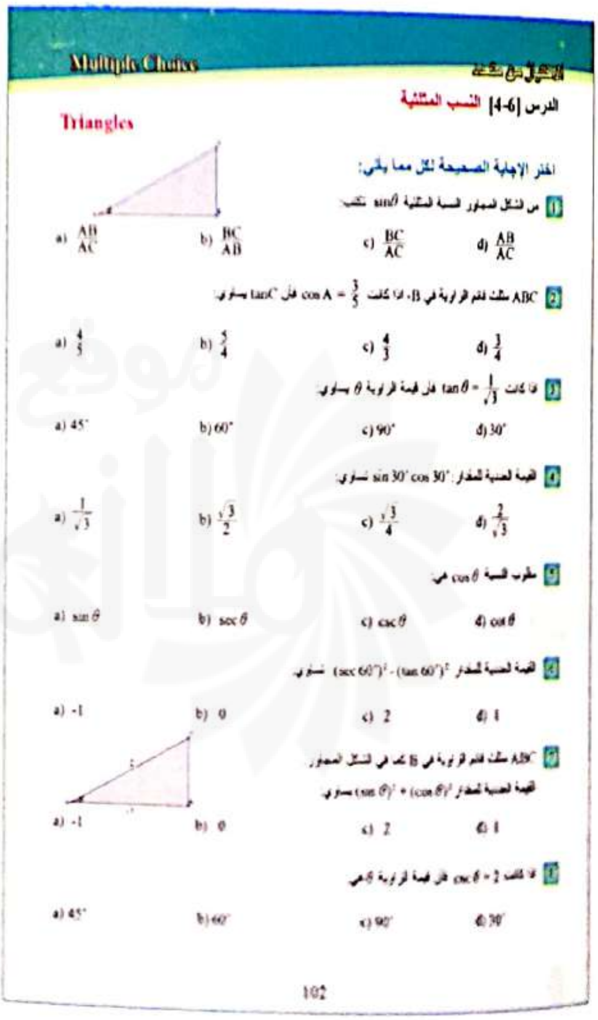
تدريبات إثرائيه للطلاب من خلال صفحة الإثراء المرافقة وتابعهم وقدم لهم المساعدة في أثناء الحل.

• اطلب إليهم ان يحلو المسألة الآتية:

اثبت ان :

$$\sin^2 30^\circ + \cos^2 30^\circ = 1$$

$$L.S = \frac{1}{4} + \frac{3}{4} = 1 = R.S$$



Multiple Choice

الاختيار من متعدد

الدرس [4-6] النسب المثلثية

Triangles

اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

1 من الشكل المجاور النسبة المثلثية $\sin\theta$ تكتب:

a) $\frac{AB}{AC}$ b) $\frac{BC}{AB}$ c) $\frac{BC}{AC}$ d) $\frac{AB}{AC}$

2 ABC مثلث قائم الزاوية في B، اذا كانت $\cos A = \frac{3}{5}$ فان $\tan C$ يساوي:

a) $\frac{4}{5}$ b) $\frac{5}{4}$ c) $\frac{4}{3}$ d) $\frac{3}{4}$

3 اذا كانت $\tan\theta = \frac{1}{\sqrt{3}}$ فان قيمة الزاوية θ يساوي:

a) 45° b) 60° c) 90° d) 30°

4 القيمة العددية للمقدار: $\sin 30^\circ \cos 30^\circ$ تساوي:

a) $\frac{1}{\sqrt{3}}$ b) $\frac{\sqrt{3}}{2}$ c) $\frac{\sqrt{3}}{4}$ d) $\frac{2}{\sqrt{3}}$

5 مقلوب النسبة $\cos\theta$ هي:

a) $\sin\theta$ b) $\sec\theta$ c) $\csc\theta$ d) $\cot\theta$

6 القيمة العددية للمقدار $(\sec 60^\circ)^2 - (\tan 60^\circ)^2$ تساوي:

a) -1 b) 0 c) 2 d) 1

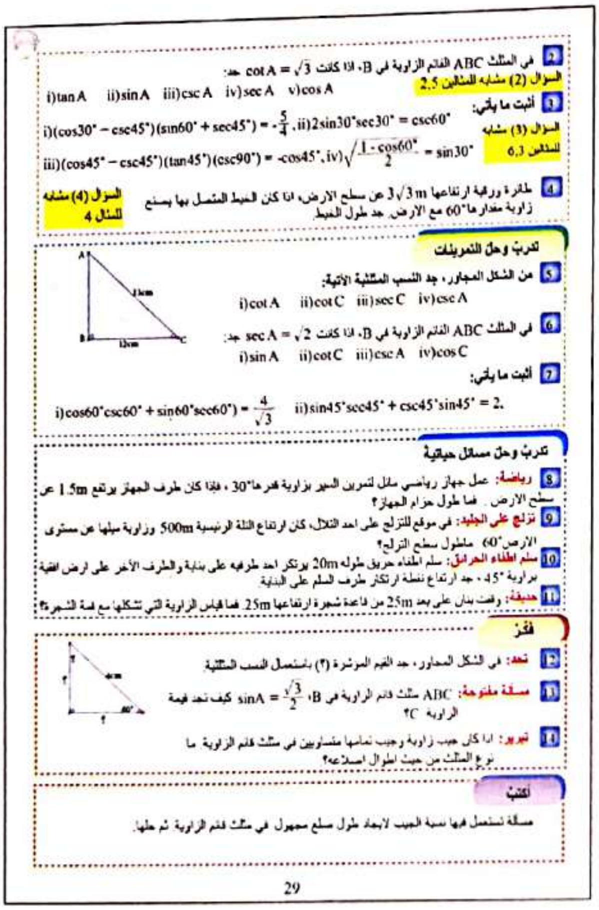
7 ABC مثلث قائم الزاوية في B كما في الشكل المجاور، القيمة العددية للمقدار $(\sin\theta)^2 + (\cos\theta)^2$ يساوي:

a) -1 b) 0 c) 2 d) 1

8 اذا كانت $\csc\theta = 2$ فان قيمة الزاوية θ هي:

a) 45° b) 60° c) 90° d) 30°

102



2 في المثلث ABC القائم الزاوية في B، اذا كانت $\cot A = \sqrt{3}$ جد:

i) $\tan A$ ii) $\sin A$ iii) $\csc A$ iv) $\sec A$ v) $\cos A$

السؤال (2) مشابه للمثالين 2,5

3 أثبت ما يأتي:

i) $(\cos 30^\circ - \csc 45^\circ)(\sin 60^\circ + \sec 45^\circ) = -\frac{5}{4}$, ii) $2\sin 30^\circ \sec 30^\circ = \csc 60^\circ$

iii) $(\cos 45^\circ - \csc 45^\circ)(\tan 45^\circ)(\csc 90^\circ) = -\cos 45^\circ$, iv) $\sqrt{\frac{1-\cos 60^\circ}{2}} = \sin 30^\circ$

السؤال (3) مشابه للمثالين 6,3

4 طائرة ورقية ارتفاعها $3\sqrt{3}$ m عن سطح الارض، اذا كان الخيط المتصل بها يصنع زاوية مقدارها 60° مع الارض. جد طول الخيط.

السؤال (4) مشابه للمثال 4

تدرب وحل التمرينات

5 من الشكل المجاور، جد النسب المثلثية الآتية:

i) $\cot A$ ii) $\cot C$ iii) $\sec C$ iv) $\csc A$

6 في المثلث ABC القائم الزاوية في B، اذا كانت $\sec A = \sqrt{2}$ جد:

i) $\sin A$ ii) $\cot C$ iii) $\csc A$ iv) $\cos C$

7 أثبت ما يأتي:

i) $\cos 60^\circ \csc 60^\circ + \sin 60^\circ \sec 60^\circ) = \frac{4}{\sqrt{3}}$ ii) $\sin 45^\circ \sec 45^\circ + \csc 45^\circ \sin 45^\circ = 2.$

تدرب وحل مسائل حياتية

8 رياضة: عمل جهاز رياضي مائل لتمرين السير بزاوية قدرها 30° ، فإذا كان طرف الجهاز يرتفع 1.5m عن سطح الارض . فما طول حزام الجهاز؟

9 تزلج على الجليد: في موقع للتزلج على احد التلال، كان ارتفاع التلة الرئيسية 500m وزاوية ميلها عن مستوى الارض 60° فما طول سطح التزلج؟

10 سلم اطفاء الحرائق: سلم اطفاء حريق طوله 20m يرتكز احد طرفيه على بناية والطرف الأخر على ارض افقية بزاوية 45° ، جد ارتفاع نقطة ارتكاز طرف السلم على البناية.

11 حديقة: وقفت بنان على بعد 25m من قاعدة شجرة ارتفاعها 25m. فما قياس الزاوية التي تشكلها مع قمة الشجرة؟

فكر

12 تحد: في الشكل المجاور، جد القيم المؤشرة (؟) باستعمال النسب المثلثية.

13 مسألة مفتوحة: ABC مثلث قائم الزاوية في B، $\sin A = \frac{\sqrt{3}}{2}$ كيف تجد قيمة الزاوية C؟

14 تبرير: اذا كان جيب زاوية وجيب تمامها متساويين في مثلث قائم الزاوية. ما نوع المثلث من حيث اطوال اضلاعه؟

أكتب

مسألة تستعمل فيها نسبة الجيب لايجاد طول ضلع مجهول في مثلث قائم الزاوية. ثم حلها.

29

الإثراء

جد القيمة العددية لكل مما يأتي :

1) $2\sin 60^\circ + \cos^2 30^\circ - \tan 60^\circ$

$$2 \times \frac{\sqrt{3}}{2} + \frac{3}{4} - \sqrt{3} = \frac{3}{4}$$

2) $(\sin 30^\circ + \cos 60^\circ)(\sec 60^\circ - \csc 30^\circ)$

$$(\frac{1}{2} + \frac{1}{2})(2-2) = 1 \times 0 = 0$$

3) أثبت أن : $\sec^2 45^\circ - \tan^2 45^\circ = 1$

$$L.S = (\sqrt{2})^2 - (1)^2 = 2 - 1 = 1 = R.S$$

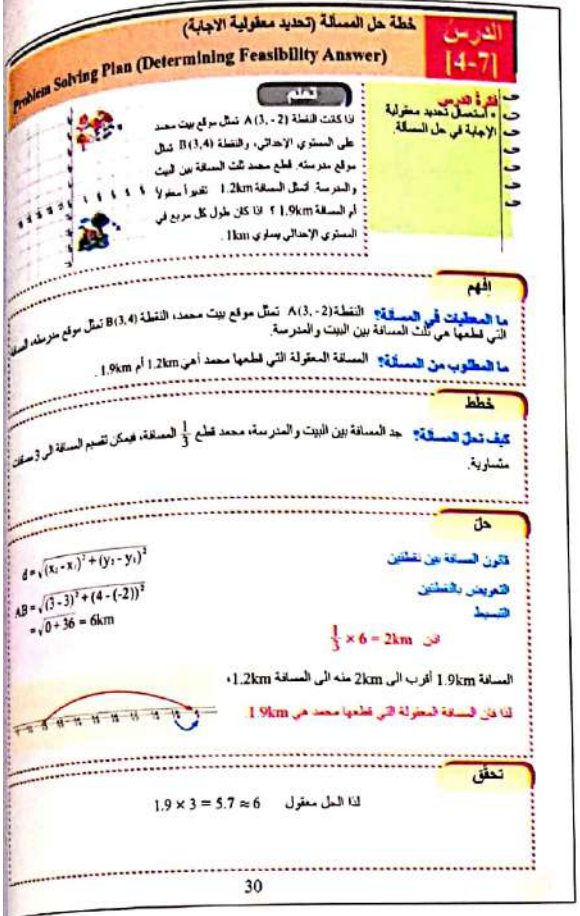
4) طائرة ورقية طول خيطها 60m والزاوية التي يصنعها الخيط مع الأرض تساوي 30° فما هو اررتفاع الطائرة الورقية ؟

$$\sin 30^\circ = \frac{L}{60}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{L}{60} \rightarrow L = 30m$$



Scanned with CamScanner



خطة حل المسألة (تحديد معقولية الاجابة)

Problem Solving Plan (Determining Feasibility Answer)

الدرس [4-7]

فكرة الدرس
• استعمل تحديد معقولية الإجابة في حل المسألة.

تعلم

اذا كانت النقطة A(3,-2) تمثل موقع بيت محمد على المستوي الإحداثي، والنقطة B(3,4) تمثل موقع مدرسته. قطع محمد ثلث المسافة بين البيت والمدرسة. أتمثل المسافة 1.2km تقريباً معقولاً أم المسافة 1.9km ؟ اذا كان طول كل مربع في المستوي الإحداثي يساوي 1km .

افهم

ما المعطيات في المسألة؟ النقطة A(3,-2) تمثل موقع بيت محمد، النقطة B(3,4) تمثل موقع مدرسته، المسافة التي قطعها هي ثلث المسافة بين البيت والمدرسة.

ما المطلوب من المسألة؟ المسافة المعقولة التي قطعها محمد أهي 1.2km أم 1.9km .

خطط

كيف تحل المسألة؟ جد المسافة بين البيت والمدرسة، محمد قطع $\frac{1}{3}$ المسافة، فيمكن تقسيم المسافة الى 3 مسافات متساوية.

حل

قانون المسافة بين نقطتين $d=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

التعويض بالنقطتين $AB=\sqrt{(3-3)^2+(4-(-2))^2}$

التبسيط $=\sqrt{0+36}=6km$

اذن $\frac{1}{3}\times 6=2km$

المسافة 1.9km أقرب الى 2km منه الى المسافة 1.2km ،

لذا فان المسافة المعقولة التي قطعها محمد هي 1.9km .

تحقق

لذا الحل معقول $1.9\times 3=5.7\approx 6$

30

نتاجات التعلم : استعمال تحديد معقولية الإجابة في حل المسألة .

المواد والوسائل : ورقة عمل (ورقة بياني)، مسطرة شفافة

1 - تهيئة : اطلب الى الطلاب توقع نتاجات التعلم لهذا الدرس من خلال عنوان الدرس وناقشهم فيها ثم ثبتها على السبورة.

• هيئ الطلاب لفكرة الدرس من خلال الأنشطة الآتية:

نظم الطلاب في مجموعات صغيرة وأعطِ كل مجموعة ورق العمل واطلب أن يرسموا الاحداثي السيني والصادي على ورقة المربعات وأن يعينوا النقطتين (2,4) , (4.2-) في المستوي ثم أطلب اليهم رسم قطعة مستقيم بين النقطتين وقياس طولها .

كرر العملية بحسب الوقت وقم بتسجيل النتائج واعلن الفائز منها .

2 - شرح وتفسير :

أفهم :

• أرشد الطلاب الى المعطيات والمطلوب في المسألة .

• اطلب الى الطلاب تحويط المعطيات ، ووضع خط تحت المطلوب .

خطط :

ناقش الطلاب في الطريقة المناسبة لحل هذه المسألة واستمع إلى مقترحاتهم .

بيّن للطلاب أن حل المسألة باستعمال تحديد معقولية الأجابة هي الطريقة الأنسب للحل.

حل :

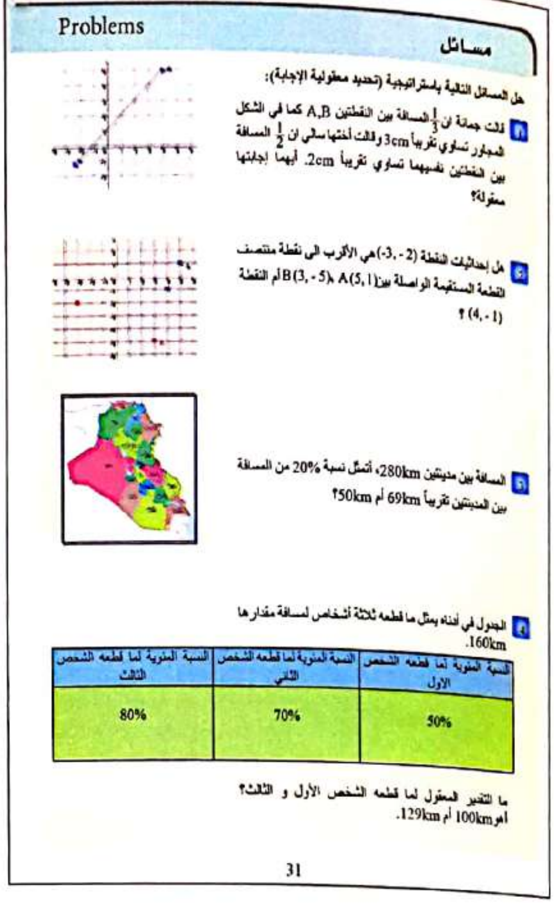
قمْ بحل المسألة على وفق خطة تحديد معقولية الاجابة ،

وقدم الأسئلة الآتية للتلاميذ في أثناء الشرح لتوجيه انتباههم .

ما قانون النسافة بين نقطتين ؟ $d=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$

ما تقريب 1.9 لاقرب عدد صحيح ؟ 2

Scanned with CamScanner



مسائل Problems

حل المسائل التالية باستراتيجية (تحديد معقولية الإجابة):

1. قالت جمانة ان $\frac{1}{3}$ المسافة بين النقطتين A,B كما في الشكل المجاور تساوي تقريباً 3cm وقالت أختها سالي ان $\frac{1}{2}$ المسافة بين النقطتين نفسيهما تساوي تقريباً 2cm. أيهما إجابتها معقولة؟

2. هل إحداثيات النقطة (2- ,3-)هي الأقرب الى نقطة منتصف القطعة المستقيمة الواصلة بين(A(5,1 ، (5- ,3)B أم النقطة (1- ,4) ؟

3. المسافة بين مدينتين 280km، أتمثل نسبة 20% من المسافة بين المدينتين تقريباً 69km أم 50km؟

4. الجدول في أدناه يمثل ما قطعه ثلاثة أشخاص لمسافة مقدارها 160km.

النسبة المئوية لما قطعه الشخص الاول	النسبة المئوية لما قطعه الشخص الثاني	النسبة المئوية لما قطعه الشخص الثالث
50%	70%	80%

ما التقدير المعقول لما قطعه الشخص الأول و الثالث؟ اهو 100km أم 129km.

31

تحقق :

- كيف اتحقق من صحة الحل ؟ **استمع الى تبريرات الطلاب.**
- وجه الطلاب الى استعمال التقريب للتحقق .
- اطلب الى الطلاب حل المسائل (1,2,4) من صفحة **تمرينات الدرس** كواجب بيتي.

خطأ متوقع: قد يخطئ بعض الطلاب في معرفة الطريقة التي تستخدم للتحقق من صحة الحل . عليك ان تذكرهم بوجود اكثر من طريقة لحساب المسافة بين النقطتين في المستوى الاحداثي .

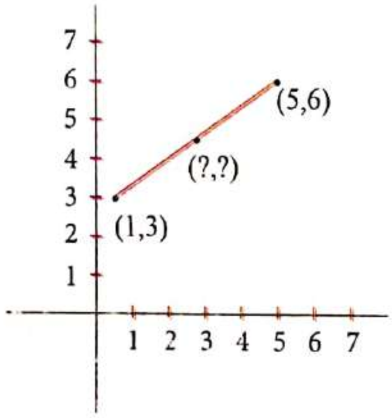
3 – تدريب:

ناقش مع الطلاب الواجب البيتي وتحقق من قدرتهم على حل التمرينات

- اقرأ المسائل امام الطلاب واطلب اليهم حلها وتابع اجاباتهم .

4 – تقويم :

جد نقطة المنتصف للقطعة المستقيمة في الشكل الآتي باستعمال خطة حل المسألة (معقولية الأجابة) .



الحل :

استعمل قانون نقطة المنتصف لايجاد احداثيات نقطة المنتصف

$$M(x,y)=(\frac{5-1}{2},\frac{6-3}{2})\rightarrow x=2\ ,\ y=\frac{3}{2}$$

احداثيات نقطة المنتصف M هي $(2\ ,\frac{3}{2})$

Scanned with CamScanner

- استعمل مراجعة الفصل للتأكد من امتلاك الطلاب المهارات الازمة لحل التمرينات .
- قدم المثال لكل درس واطلب الى الطلاب حل التدريب وتابع إجابتهم ؟

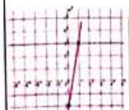
مراجعة الفصل Chapter Review

المفردات

عربي	English	عربي	English
قانون المسافة بين نقطتين	Distance between two Points Formula	الزوج المرتب	Ordered Pair
نقطة المنتصف	Midpoint	المستوي الاحداثي	Coordinate Plane
قانون نقطة المنتصف	The Midpoint Forumla	المعادلة الخطية	Linear Equation
المستقيمات المتوازية	Parallel Lines	المعادلة التربيعية	Quadratic Equation
المستقيمات المتعامدة	Perpendicular Lines	العمودي	Vertical
النسب المثلثية	Trigonometric Ratios	الافقي	Horizontal
الزوايا الخاصة	Special Angles	الميل	Slope
المقطع الصادي	Y- Intercept	المقطع السيني	X- Intercept

الدرس [4-1] التمثيل البياني للمعادلات في المستوي الاحداثي

مثال 1: مثل المعادلة $y = 5x - 2$ في المستوى الاحداثي.



x	y = 5x-2	(x,y)
0	y=5(0)-2	(0,-2)
1	y=5(1)-2	(1,3)

مثال 2: مثل المعادلة $y = 2x^2$ في المستوي الاحداثي.



x	y = 2x²	(x,y)
0	0	(0,0)
1	2	(1,2)
-1	2	(-1,2)

تدريب 1: مثل المعادلة $y = 2x + 1$ في المستوي الاحداثي

تدريب 2: مثل المعادلة $y = 3x^2 + 1$ في المستوي الاحداثي

تدريب 3: مثل المعادلة $y = 3$ في المستوي الاحداثي

تدريب 4: مثل المعادلة $x = 3$ في المستوي الاحداثي

الدرس [4-2] ميل المستقيم

مثال (1): جد ميل المستقيم المار بالنقطتين

i) $(5,-2),(3,-1)$

$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-1-(-2)}{3-5} = \frac{1}{-2}$

ii) $(7,-3),(5,-3)$

$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-3-(-3)}{7-5} = \frac{0}{2} = 0$

تدريب 1: جد ميل المستقيم المار بالنقطتين:

i) $(-2,1),(6,7)$

ii) $(4,2),(1,2)$

iii) $(4,2),(4,-1)$

32

مثال (2): جد المقطع السيني والصادي للمعادلة

$4x - 3y = 12$

$x = 0 \Rightarrow 4(0) - 3y = 12$

$y = -4$ المقطع الصادي $\Rightarrow (0,-4)$

$y = 0 \Rightarrow 4x - 3(0) = 12$

$x = 3$ المقطع السيني $\Rightarrow (3,0)$

تدريب 2: جد المقطع السيني والصادي لكل معادلة مما يأتي:

i) $2x - y = -4$

ii) $y = -5$

iii) $x = -5$

الدرس [4-3] معادلة المستقيم

مثال 1: جد معادلة المستقيم المار بالنقطتين $(-3,2),(3,1)$

$\frac{y - y_1}{x - x_1} = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$

$\frac{y-2}{x+3} = \frac{1-2}{3+3} \Rightarrow \frac{y-2}{x+3} = \frac{-1}{6}$

$6y - 12 = -x - 3 \Rightarrow x + 6y = 9$

مثال 2: جد معادلة المستقيم الذي ميله (3-) ويمر بالنقطة (-1,1)

$y - y_1 = m(x - x_1) \Rightarrow y - 1 = -3(x+1)$

$3x + y = -2$

مثال 3: جد الميل والمقطع الصادي للمستقيم الذي معادلته

$5x - 3y = 15$

$\frac{3y = 5x - 15}{3} \Rightarrow y = \frac{5}{3}x - 5$

ميله $\frac{5}{3}$ ومقطعه الصادي (5-)

تدريب 1: جد معادلة المستقيم المار بالنقطتين $(3,4),(-2,1)$

تدريب 2: جد معادلة المستقيم الذي ميله ($\frac{-1}{3}$) ومقطعه السيني يساوي (7)

تدريب 3: جد الميل والمقطع الصادي للمستقيم الذي معادلته $2x - 4y = 8$

الدرس [4-4] المستقيمات المتوازية والمتعامدة

مثال: جد معادلة المستقيم المار بالنقطة (2,5).

i) الموازي للمستقيم المار بالنقطتين $(1,3),(3,-1)$.

ii) العمودي على المستقيم المار بالنقطتين $(1,3),(3,-1)$

i) $m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \frac{-1-3}{3-1} = \frac{-4}{2} = -2$

$y - y_1 = m_1(x - x_1), m_1 = -2$ (توازي)

$y - 5 = -2(x-2) \Rightarrow y = -2x + 9$

تدريب 1: برهن ان الشكل ABCD الذي رؤوسه: $A(3,1),B(-1,3),C(-3,-1),D(1,-3)$ متوازي اضلاع

تدريب 2: بين ان النقط: $(1,-6),(4,0),(6,4)$ تقع على استقامة واحدة.

33

ii) $m_1 = -2, m_2 = \frac{1}{2}$ (تعامد)

$y - y_1 = m_2(x - x_1)$

$y - 5 = \frac{1}{2}(x-2)$

$2y - 10 = x - 2 \Rightarrow y = \frac{1}{2}x + 4$

تدريب 3: بين ان المثلث الذي رؤوسه: $A(0,-4),B(-1,0),C(7,2)$ مثلث قائم الزاوية.

الدرس [4-5] المسافة بين نقطتين

مثال: اثبت ان النقاط: $A(-3,4),B(3,2),C(0,3)$ على استقامة واحدة باستعمال قانون المسافة.

$AB = \sqrt{(3+3)^2 + (2-4)^2}$

$= \sqrt{36+4} = \sqrt{40} = 2\sqrt{10}$

$AC = \sqrt{(0+3)^2 + (3-4)^2}$

$= \sqrt{9+1} = \sqrt{10}$

$BC = \sqrt{(0-3)^2 + (3-2)^2}$

$= \sqrt{9+1} = \sqrt{10}$

$2\sqrt{10} = \sqrt{10} + \sqrt{10}$

$\therefore AB = AC + BC$

اذن A,B,C على استقامة واحدة

تدريب 1: جد نقطة منتصف للقطعة المستقيمة AB $A(-2,0), B(4,5)$

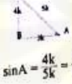
تدريب 2: هل النقط $A(0,1),B(3,-1),C(-2,-2)$ تمثل رؤوس مثلث قائم الزاوية؟

تدريب 3: باستعمال قانون المسافة بين هل النقط $A(-1,-3),B(-6,1),C(-3,3)$ تقع على استقامة واحدة ؟

الدرس [4-6] النسب المثلثية

مثال 1: المثلث ABC القائم الزاوية في B اذا كانت: $\cos A = \frac{3}{5}$ جد: i) sin A ii) tan C

$\cos A = \frac{3k}{5k} \Rightarrow$ مجاور الزاوية A يساوي 3k الوتر يساوي 5k



$(AC)^2 = (AB)^2 + (BC)^2$

$25k^2 = 9k^2 + (BC)^2$

$\therefore BC = 4k$ مقابل الزاوية A

$\sin A = \frac{4k}{5k} = \frac{4}{5}, \tan C = \frac{4k}{3k} = \frac{4}{3}$

مثال 2: جد القيمة العددية للمقدار:

$(\sin 60^\circ)^2(\tan 45^\circ) + (\sin 30^\circ)^2$

$\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}, \tan 45^\circ = 1$

$\sin 30^\circ = \frac{1}{2}$

$(\frac{\sqrt{3}}{2})^2(1) + (\frac{1}{2})^2 = \frac{3}{4} + \frac{1}{4} = 1$

تدريب 1: المثلث ABC القائم الزاوية في B اذا كانت: $\tan C = 1$ جد:

i) cotC ii) sinC iii) secA iv) cscC v) cosA

تدريب 2: جد القيمة العددية للمقدار:

$(\tan 60^\circ)^2 + (\cot 45^\circ)^2 + (\sec 30^\circ)^2 + (\sin 45^\circ)^2$

تدريب 3: اثبت ان:

i) $(\csc 30^\circ)^2 + (\cot 30^\circ)^2 = 7$

ii) $2\sin 45^\circ \cos 45^\circ = \sin 90^\circ$

iii) $(\cos 60^\circ)^2 - (\sin 60^\circ)^2 = -\frac{1}{2}$

34

Scanned with CamScanner

اختبار الفصل


اختبار الفصل Chapter Test

1 مثل المعادلات التالية في المستوي الاحداثي

i) $2x - 4y = 8$ ii) $y = 2$ iii) $x = 2$ iv) $y = x^2 - 1$

2 جد معادلة المستقيم المار بالنقطتين: $A(-2, -3), B(2,3)$

3 جد المقطع السيني والصادي للمعادلة الآتية: $y - x = 4$

4 جد معادلة المستقيم لكل مما يأتي:
i) يمر بالنقطتين $(3, -2), (1,5)$
ii) ميله $\frac{3}{2}$ ومقطعه الصادي يساوي 5-.
iii) ميله $-\frac{1}{5}$ ومقطعه السيني يساوي 3.

5 استعمل معادلة الميل والنقطة لتحديد ميل المستقيم واحدى نقاطه $2y - 3x = 8$

6 باستعمال الميل بين ما يأتي:
i) النقط $A(3,2), B(0,-1), D(1,0)$ على استقامة واحدة.
ii) النقط التالية رؤوس لمتوازي الاضلاع
$A(4,-1), B(2,2), C(-2,4), D(0,1)$
iii) المستقيم المار بالنقطتين $A(3,1), B(4,-1)$ عمودي على المستقيم المار بالنقطتين $C(4,-1), D(0,-3)$

7 جد معادلة المستقيم المار بالنقطة $(0,3)$ والموازي للمستقيم الذي ميله $\frac{-2}{3}$.

8 باستعمال قانون المسافة بين نقطتين، اثبت (i), (ii) في السؤال 6.

9 باستعمال قانون نقطة المنتصف، اثبت الفرع (ii) في السؤال 6.

10 في المثلث ABC القائم الزاوية في B، اذا كانت $\sin A = \frac{1}{2}$ جد:
i) $\cos A$ ii) $\tan A$ iii) $\cot C$ iv) $\sec A$

35

• يهدف اختبار الفصل للتأكد من إتقان الطلاب لأفكار الفصل وملاحظة مواطن الخلل لديهم.

• يمكنك الإستعانة بالجدول التالي لمعالجة أخطاء الطلاب.

السؤال	الخطأ	المعالجة
1	لا يستطيع بعض الطلاب تمثيل المعادلة في المستوي الاحداثي	تدريبات إعادة التعليم للدرس 1
2-3	لا يتمكن بعض الطلاب ايجاد معدلة المستقيم	تدريبات إعادة التعليم للدرس 3
4-5	لا يستطيع بعض الطلاب ايجاد معادلة المستقيم باستعمال ميله	تدريبات إعادة التعليم للدرس 2
6	لا يستطيع بعض الطلاب استعمال قيمة الميل لاثبات نوع الشكل الرباعي.	تدريبات إعادة التعليم للدرس 2
7	لا يتمكن بعض الطلاب ايجاد معادلة المستقيم باستعمال المستقيمات المتوازية .	تدريبات إعادة التعليم للدرس 4
8	لايستطيع بعض الطلاب استعمال قانون المسافة لاثبات نوع الشكل الرباعي او لتحديد ما إذا كانت النقاط على استقامة واحدة ام لا.	تدريبات إعادة التعليم للدرس 5
9	لايتمكن بعض الطلاب ايجاد احداثيات نقطة المنتصف باستعمال قانون نقطة المنتصف .	تدريبات إعادة التعليم للدرس 5
10	لايتمكن بعض الطلاب ايجاد قيمة عبارة جبرية باستعمال النسب المثلثية للزوايا الخاصة .	تدريبات إعادة التعليم للدرس 6

Scanned with CamScanner

مخططُ الفصل :

الدرس	النتاجات التعليمية	المفردات	الخطة الزمنية	المواد والوسائل
التمهيد للفصل الاختبار القبلي			حصة واحدة	
1 المضلعات والمجسمات (الهرم والمخروط)	1. ايجاد محيط ومساحة المضلعات المنتظمة 2. ايجاد الحجم والمساحة السطحية للهرم والمخروط	العامد - الارتفاع الجانبي - المخروط - الهرم	3 حصص	المسطرة ، ورق مقوى ، اشكال هندسية ، ورقة عمل
2 المثلثات	١. التعرف الى منصفات الزوايا والقطع المتوسطة للمثلث ٢. التعرف الى كيفية تشابه مثلثين واستعمال التشابه في حل المسائل	المثلثان المتشابهان - نسبة التشابه	3 حصص	المسطرة ، ورق مقوى ، اشكال مثلثية ، ورقة عمل
3 التناسب والقياس في المثلثات	١. استعمال الاجزاء المتناسبة في المثلثات توازي مستقيمين او اكثر ٢. استعمال التناسب لاجد قياسات مجهولة ٣. استعمال التناسب الهندسي علي المستوي الاحداثي	التناسب الهندسي	3 حصص	المسطرة ، ورق مقوى ، اشكال مثلثية ، ورقة عمل
4 الدائرة	١. ايجاد قياس الاقواس والزواية المركزية للدوائر ٢. التعرف الى المماس والمماس المشترك	- القوس - الوتر - المماس - المماس المشترك - الزوايا المركزية	3 حصص	المسطرة ، ورق مقوى ، اشكال دائرية ، ورقة عمل
5 المثلث والدائرة، القطع المستقيمة والدائرة	١. استعمال خصائص المحاور ومنصفات الزوايا لرسم الدائرة المحيطة والدائرة المحاطة بمثلث ٢. ايجاد اطوال القطع المستقيمة التي يحددها قاطعان على دائرة	- الدائرة المحيطة - الدائرة المحاطة	3 حصص	المسطرة ، ورق مقوى ، اشكال مثلثية ودائرية ، ورقة عمل
6 الزوايا والدوائر	١. ايجاد قياس الزوايا المحيطية والمماسية ٢. ايجاد قياسات زوايا تتقاطع اضلاعها مع دائرة	- الزاوية المحيطية - الزاوية المماسية	حصتانِ	المسطرة ، ورق مقوى ، اشكال دائرية ، ورقة عمل
خطة حل المسالة(الرسم)	استعمال استراتيجية الرسم		حصةٌ واحدةٌ	المسطرة
مراجعة الفصل			حصةٌ واحدةٌ	
اختبارُ الفصْل			حصةٌ واحدةٌ	

Scanned with CamScanner

مصفوفة المدى والتتابع لمحتوى الفصل

تعلم الطالب سابقاً :

المضلعات المنتظمة والزوايا الداخلية والخارجية والمركزية ، كما تعرف الى العلاقة بين الزوايا المتبادلة والمتناظرة والمتجاورة ، تطابق وتشابه المثلثات وخواص المثلثات كما تعرف الى متوازي الأضلاع والمعين وشبه المنحرف ، كيفية ايجاد المساحة السطحية والحجم للأسطوانة والكرة ، تعرف الى التحويلات الهندسية (الانسحاب ، الانعكاس، والتناظر) . واستعمل استراتيجية الاستدلال المنطقي وانشاء نموذج ، وسوف يتعلم في هذا الفصل ايجاد محيط ومساحة المضلعات المنتظمة ، ايجاد حجم والمساحة الكلية لكل من الهرم والمخروط ، التعرف الى منصفات الزوايا والقطع المتوسط للمثلث وكيفية تشابه المثلثين ، كيفية استعمال الاجزاء المتناسبة في المثلثات لبرهان توازي مستقيمين أو اكثر ، واستعمال التناسب لايجاد قياسات مجهولة ، ايجاد الاقواس والزوايا المركزية للدوائر والتعرف الى المماس والمماس المشترك ، استعمال خصائص المحاور ومنصفات الزوايا لرسم الدائرة المحيطة والدائرة المحاطة في مثلث وايجاد قياس الزوايا المحيطية والمماسية وحل مسائل حياتية .

الترابط الرأسي

الدروس التي تَعلّمها سابقاً	المفردات
• المضلعات المنتظمة والزوايا الداخلية والخارجية والمركزية • خواص المثلثات • تطابق المثلثات وتشابهها • الزوايا المتبادلة والمتناظرة والداخلية والعلاقة بينهما • الاسطوانة والكرة (الخصائص ، المساحة السطحية والحجم) • مساحة الاشكال المركبة المنتظمة وغير المنتظمة • خطة حل المسألة(الاستدلال المنطقي) أو(أنشئ نموذجاً) **الدروس التي سيتعلمها في هذا الفصل** • المضلعات والمجسمات (الهرم والمخروط) . • المثلثات . • التناسب والقياس في المثلثات . • الدائرة . • المثلث والدائرة، القطع المستقيمة والدائرة . • الزوايا والدائرة • خطة حل المسألة (الرسم) .	• العامد : هو الخط النازل عموديا من مركز مضلع منتظم على احد اضلاعه. • الارتفاع الجانبي : هو ارتفاع احد اوجه المجسم. • المثلثان المتشابهان: هما مثلثان تتناسب اضلاعهما وتتطابق زواياهما. • الهرم : هو مجسم له في الاقل ثلاثة أوجه مثلثة الشكل وله قاعدة واحدة عبارة عن شكل مضلع . • المخروط : هو مجسم له قاعدة واحدة فقط عبارة عن دائرة وله راس واحد .

Scanned with CamScanner



التمهيدُ للفصْلِ

- وجه الطلاب الى صفحة الفصل في كتاب الطالب ثم اطلب اليهم ملاحظة الصورة وناقشهم في المعلومة المعطاة: في ابو ظبي جسر على شكل مثلث صممته الراحلة المهندسة العراقية زها حديد ، إذ يبلغ ارتفاع راس المثلث 60m فوق مستوى سطح البحر.

اسأل الطلاب : كم عدد اضلاع المثلث ؟ 3

- هل المثلث مضلع منتظم ام غير منتظم ؟ منتظم اذا تساوت اطوال اضلاعه الثلاثة

- هل المثلث مجسم ام لا ؟ لا .

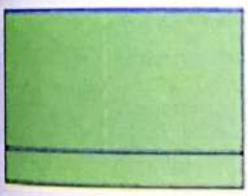
- ماهو ارتفاع اعلى نقطة في الجسر؟ 60 متر

- اذا كان طول أضلاع المثلث 60 ، 40 ، و 30 متراً على التوالي، فكم محيطه ؟

- استمع لإجابات بعض الطلاب ووجههم إلى ملاحظة أنه لإيجاد محيط المثلث نستعمل قانون محيط المثلث

- بين للطلاب بانهم سوف سيدرسون في هذا الفصل : كيفية ايجاد محيط ومساحة المضلعات المنتظمة والحجم والمساحة السطحية للهرم والمخروط والتعرف الى منصفات الزوايا في المثلث وكيفية تشابه مثلثين ، استعمال الاجزاء المتناسبة في المثلثات لبرهان توازي مستقيمين أو أكثر، استعمال التناسب لايجاد قياسات مجهولة، ايجاد الاقواس والزوايا المركزية للدوائر وقياس الزوايا المحيطية والمماسية لها.

مطويات : منظّم أفكارٍ



عمل مطوية جيبية :

1 - قم بطي ورقة قياس 28cm × 22cm الى النصف على شكل شطيرة همبرغر .

2 - افتح احدى الطيات واثنِ 5cm من طرفيها لتشكيل جيب، واطوِ على طول الخط المنقط.

3 - الصق الحافة الخارجية للجيب بكمية بسيطة من الصمغ.

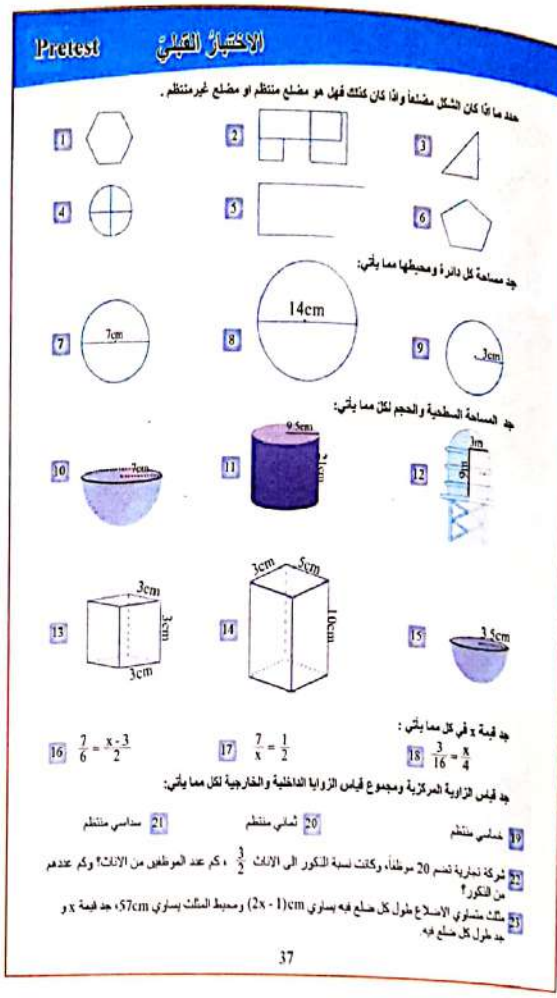
استعمال المطوية

يكتب عنوان الفصل على حد الغلاف ، ثم عناوين الدروس على كل صفحة داخلية، وكل صفحة داخلية تقسم على ثلاثة اقسام .القسم الأول يكتب فيه فكرة الدرس والمفردات ، والقسم الثاني ملخص عن موضوع الدرس ، والقسم الثالث أمثلة .

Scanned with CamScanner

التقويمُ التشخيصيّ:

- استعمل الاختبار القبلي للتحقق من امتلاك الطلاب المعرفة السابقة اللازمة لدراسة هذا الفصل وهي: الفرق بين المضلع المنتظم وغير المنتظم، قوانين المحيط والمساحة للدائرة والمثلث وكيفية استعمالها، قوانين المساحة السطحية والحجم للمجسمات وكيفية استعمالها، التعرف الى الزوايا المركزية والزوايا الداخلية والخارجية للمضلعات، و مفهوم النسبة والتناسب.
- تشير الأخطاء التي قد يقع فيها الطلاب إلى جوانب الضعف في إجاباتهم ، مما يستوجب من المدرسين وضع خطط تدريس بديلة وتنويعها ، ولمعالجة الأخطاء.



Pretest الاختبارُ القبليّ

حدد ما اذا كان الشكل مضلعاً واذا كان كذلك فهل هو مضلع منتظم او مضلع غيرمنتظم .

1 2 3 4 5 6

جد مساحة كل دائرة ومحيطها مما يأتي:

7 (7cm) 8 (14cm) 9 (3cm)

جد المساحة السطحية والحجم لكل مما يأتي:

10 (7cm) 11 (9.5cm) 12 (3m، 9m)

13 (3cm، 3cm، 3cm) 14 (3cm، 5cm، 10cm) 15 (3.5cm)

جد قيمة x في كل مما يأتي :

16 $\frac{7}{6} = \frac{x-3}{2}$ 17 $\frac{7}{x} = \frac{1}{2}$ 18 $\frac{3}{16} = \frac{x}{4}$

جد قياس الزاوية المركزية ومجموع قياس الزوايا الداخلية والخارجية لكل مما يأتي:

19 خماسي منتظم 20 ثماني منتظم 21 سداسي منتظم

22 شركة تجارية تضم 20 موظفاً، وكانت نسبة الذكور الى الاناث $\frac{3}{2}$ ، كم عدد الموظفين من الاناث؟ وكم عددهم من الذكور؟

23 مثلث متساوي الاضلاع طول كل ضلع فيه يساوي (2x - 1)cm ومحيط المثلث يساوي 57cm، جد قيمة x و جد طول كل ضلع فيه.

37

المعالجة:

عالج احتياجات الطلاب بشكل فردي قبل البدء بتدريس الفصل وذلك بالاعتماد على نتائج الاختبار القبلي، ويمكنك معالجة الخلل لدى الطلاب بالاستعانة بالجدول الآتي والذي يقترح معالجة مناسبة لكل مجموعة من الأسئلة تحتوي الفكرة نفسها .

السؤال	الخطأ	المعالجة
1-6	لايستطيع بعض الطلبة التمييز بين المضلع المنتظم والمضلع غير المنتظم.	التوضيح الى الطلاب بان المضلع المنتظم هو المضلع الذي تتساوى فيه اطوال الاضلاع وتتساوى قياسات الزوايا .
7 – 9	لايتمكن بعض الطلاب ايجاد مساحة ومحيط الدائرة.	تذكير الطلاب بقوانين المحيط والمساحة للدائرة وكيفية استعمالها.
10 – 15	لايتمكن بعض الطلاب ايجاد المساحة السطحية والحجم لبعض الاشكال المجسمة .	تذكير الطلاب بقوانين المساحة السطحية والحجم لبعض الاشكال الهندسية الواردة في الاختبار القبلي وكيفية استعمالها.
16 - 18	لايتمكن بعض الطلاب من حل التناسب لايجاد قيمة المتغير x	تذكير الطلاب بكيفية حل التناسب
19 – 21	لايتمكن بعض الطلاب من تحديد الزوايا المركزية والزوايا الداخلية والخارجية في المضلعات المنتظمة .	وضح للطلاب بالرسم اين تقع هذه الزوايا .
22	لايتمكن بعض الطلاب من تحديد نسبة الذكور الى الاناث.	تذكير الطلاب بالنسبة والتناسب .
23	لايتمكن بعض الطلاب من ايجاد طول ضلع المثلث وحل معادلة بمتغير واحد .	ذكرهم بقانون محيط المثلث وكيفية حل معادلة من الدرجة الاولى بمتغير واحد .

Scanned with CamScanner

الدرسُ 5-1 المضلعات والمجسمات (الهرم والمخروط)

نتاجات التَّعلُّم	إيجاد محيط ومساحة المضلعات المنتظمة والحجم والمساحة الجانبية للمجسمات.
الموادُ والوسائلُ	مسطرة، منقلة، اشكال ورقية على شكل مضلعات منتظمة (خماسي منتظم ، سداسي منتظم) واشكال مجسمة، ورقة عمل.

1 تهيئة

اطلب الى الطلاب توقع نتاجات التعلم لهذا الدرس من خلال عنوان الدرس وناقشهم فيها ثم ثبتها على السبورة.

- هيىء الطلاب لفكرة الدرس من خلال الأنشطة الآتية: نظم الطلاب في مجموعات صغيرة وأعطِ كل مجموعة مسطرة، منقلة، وشكل هندسي مضلع منتظم .
- اطلب الى المجموعات قياس اضلاع الشكل الخماسي المنتظم.
- اسأل الطلاب : كيف نجد محيط الشكل الخماسي المنتظم؟

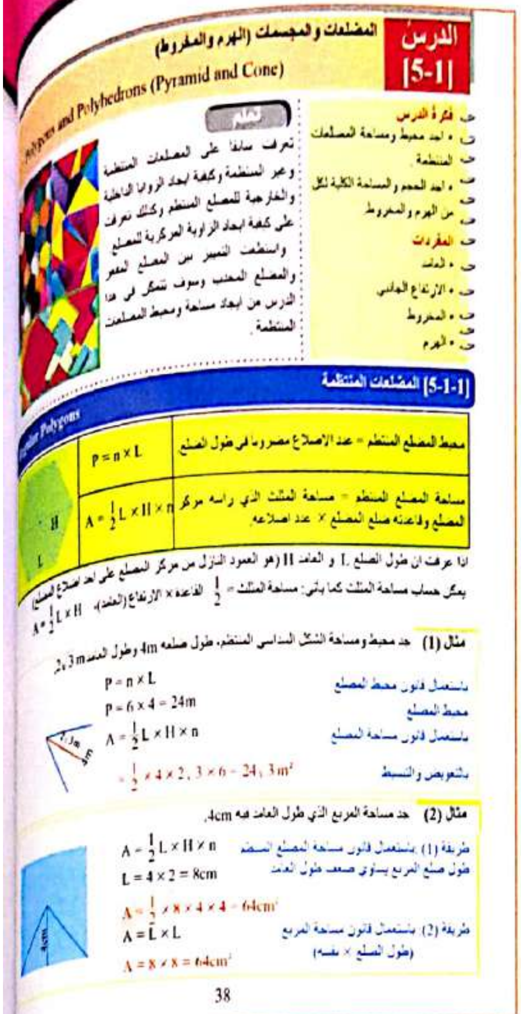
نجمع أطوال أضلاعه

- اطلب الى الطلاب قياس اضلاع الشكل السداسي المنتظم وايجاد محيطه.
- قم بتسجيل نتائج المجموعات واعلان الفائز منها.
- اسأل الطلاب : هل يمكن ايجاد محيط الشكل المنتظم بقياس أحد أضلاعه ؟
- استمع إلى إجاباتهم وقل لهم إنهم سيدرسون في هذا الدرس ايجاد مساحة ومحيط المضلعات المنتظمة.

2 شرحٌ وتفسير

تَعلَّمَ: وجه الطلاب الى فقرة تعلم واطلب إليهم قراءة المعلومة المعطاة وهيئهم للمثال (1) من خلال التقديم الذي يتبع فقرة تعلم .

- اسأل الطلاب : ما العامد ؟ العامد يمثل ارتفاع المثلث الذي راسه مركز المضلع وقاعدته ضلع المضلع. قدم المثال (2) لتبين للطلاب كيفية حل المثال بطريقتين، الاولى باستعمال قانون مساحة المضلع المنتظم، والثانية باستعمال قانون مساحة المربع.
- قدم المثال (3،4) لتبين للطلاب كيفية استعمال قانون المساحة الجانبية والمساحة الكلية والحجم للمخروط .
- قدم المثال (5) لتبين للطلاب كيفية استعمال قانون الحجم لايجاد حجم الهرم.



الدرسُ [5-1] المضلعات والمجسمات (الهرم والمخروط)
Polygons and Polyhedrons (Pyramid and Cone)

فكرة الدرس
• اجد محيط ومساحة المضلعات المنتظمة.
• اجد الحجم والمساحة الكلية لكل من الهرم والمخروط

المفردات
• العامد
• الارتفاع الجانبي
• المخروط
• الهرم

تعلم
تعرف سابقاً على المضلعات المنتظمة وغير المنتظمة وكيفية ايجاد الزوايا الداخلية والخارجية للمضلع المنتظم وكذلك تعرفت على كيفية ايجاد الزاوية المركزية للمضلع واستطعت التمييز بين المضلع المقعر والمضلع المحدب وسوف تتمكن في هذا الدرس من ايجاد مساحة ومحيط المضلعات المنتظمة.

[5-1-1] المضلعات المنتظمة Regular Polygons

محيط المضلع المنتظم = عدد الاضلاع مضروباً في طول الضلع	$P = n \times L$
مساحة المضلع المنتظم = مساحة المثلث الذي راسه مركز المضلع وقاعدته ضلع المضلع × عدد اضلاعه	$A = \frac{1}{2} L \times H \times n$

اذا عرفت ان طول الضلع L و العامد H (هو العمود النازل من مركز المضلع على احد اضلاع المضلع) يمكن حساب مساحة المثلث كما يأتي: مساحة المثلث = $\frac{1}{2}$ القاعدة × الارتفاع (العامد) $A = \frac{1}{2} L \times H$

مثال (1) جد محيط ومساحة الشكل السداسي المنتظم، طول ضلعه 4m وطول العامد 2.3m

باستعمال قانون محيط المضلع $P = n \times L$
محيط المضلع $P = 6 \times 4 = 24m$
باستعمال قانون مساحة المضلع $A = \frac{1}{2} L \times H \times n$
بالتعويض والتبسيط $= \frac{1}{2} \times 4 \times 2.3 \times 6 = 24.3m^2$

مثال (2) جد مساحة المربع الذي طول العامد فيه 4cm.

طريقة (1) باستعمال قانون مساحة المضلع المنتظم $A = \frac{1}{2} L \times H \times n$
طول ضلع المربع يساوي ضعف طول العامد $L = 4 \times 2 = 8cm$
$A = \frac{1}{2} \times 8 \times 4 \times 4 = 64cm^2$
طريقة (2) باستعمال قانون مساحة المربع (طول الضلع × نفسه) $A = L \times L$
$A = 8 \times 8 = 64cm^2$

38

إعادة التعليم

1. جد محيط ومساحة خماسي منتظم طول ضلعه 5m وطول العامد تقريباً 3.9 أمتار .

محيط المضلع $P = nL = 5 \times 5 = 25m$

مساحة المضلع $A = \frac{1}{2} \times 5 \times 3.9 \times 5 = 48.75m^2$

2. جد مساحة رباعي (مربع) منتظم طول عامده 6 سم.

طول ضلع المربع = ضعف طول العامد = 12cm

مساحة المربع = $A = 12 \times 12 = 144cm^2$

تدريبات

1. جد المساحة الجانبية والمساحة الكلية لهرم منتظم ارتفاعه الجانبي 10cm وقاعدته مربعة طول ضلعها 4cm .

المساحة الجانبية = $LA = \frac{1}{2}(4)^2(10) = 80cm^2$

المساحة الكلية = $TA = 80 + 16 = 96cm^2$

2. جد المساحة الكلية لمخروط ارتفاعه الجانبي 30cm وقاعدته على شكل دائرة نصف قطرها 15cm .

المساحة الكلية للمخروط :

$TA = \pi r \ell + \pi r^2$

$= (3.14)(15)(30) + (3.14)(15)^2$

$= 1413 + 706.5 = 2119.5cm^2$

Scanned with CamScanner

أمثلةٌ إضافيةٌ: قدم الامثلة الاضافية الآتية لتعزيز مفاهيم الدرس وهي مشابهة تماماً لأمثلة الدرس في كتاب الطالب

1. جد محيط ومساحة الشكل الثماني المنتظم طول ضلعه 3m وطول العامد تقريباً 3.9m .

المحيط = 24m ، المساحة = $46.8m^2$

2. جد المساحة الكلية والحجم لمخروط ارتفاعه 6cm وارتفاعه الجانبي $2\sqrt{13}$ cm ونصف قطر قاعدته 4cm .

المساحة الكلية = $140.67cm^2$

الحجم = $100.48cm^3$

تأكد من فهمك:

اطلب الى الطلاب حل تدريبات تأكد من فهمك داخل الصف وراقب اجاباتهم .

- يمكن تقديم صفحة إعادة التعليم المرافقة للطلاب الذين لم يتمكنوا من حل تدريبات تأكد من فهمك بشكل صحيح.
- اطلب إلى الطلاب حل التدريبات (7 ، 5 ، 4 ، 2) من صفحة تمرينات الدرس كواجب بيتي.

خطأ متوقع: قد لايستطيع بعض الطلاب التمييز بين المساحة الجانبية والمساحة الكلية للمجسمات فيجب التركيز في الفرق بينهما .

3 تدريب

ناقش مع الطلاب الواجب البيتي وتحقق من قدرتهم على حل التمرينات وقدم صفحة إعادة التعليم للطلاب الذين لم يتمكنوا من حل الواجب البيتي.

تدرب وحل التمرينات:

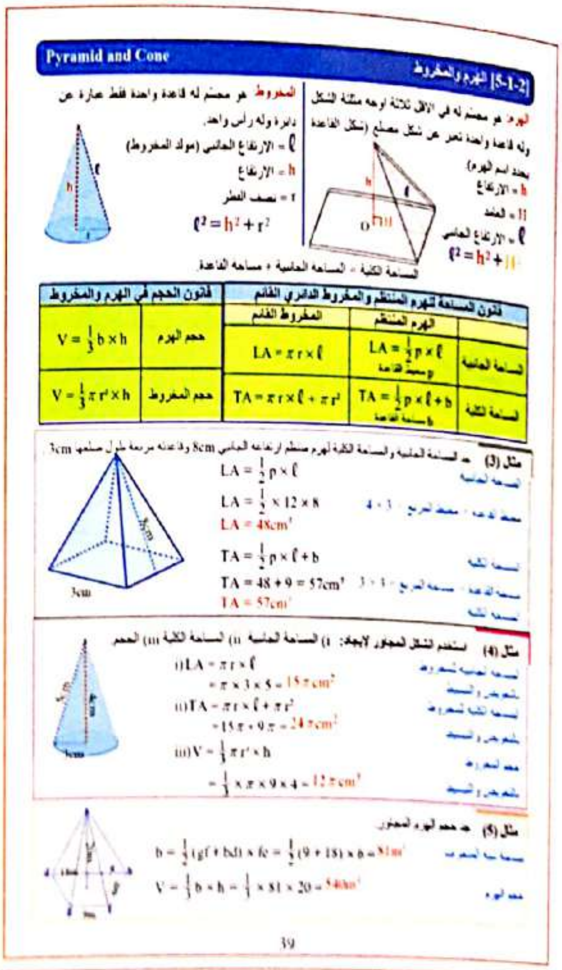
اطلب الى الطلاب حل تمرينات تدرب وحل التمرينات وتابع اجاباتهم .

السؤال(8) يتطلب الحل ايجاد محيط المربع وتطبيق القانون.

تدرب وحل مسائل حياتية:

اطلب الى الطلاب حل المسائل الحياتية وتابع اجاباتهم .

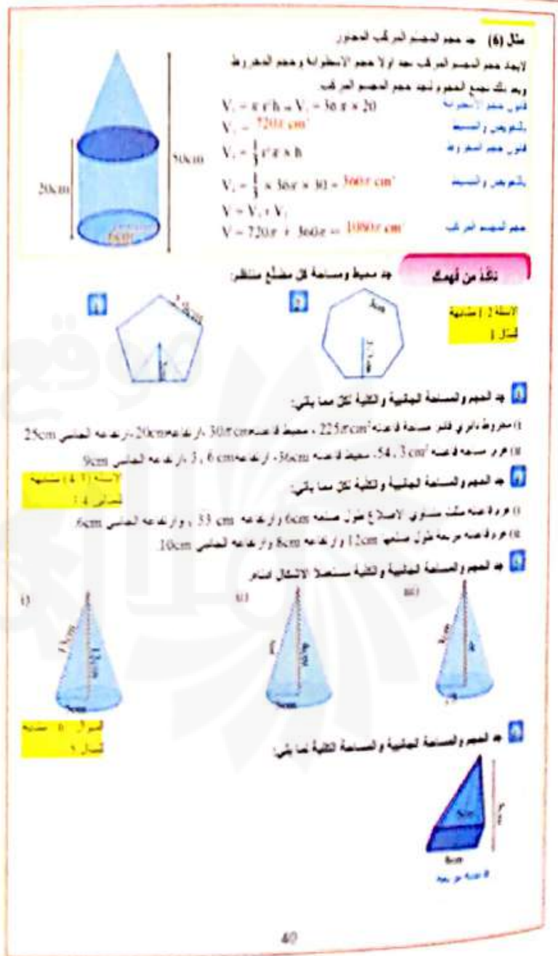
- الأسئلة (13،14) تتطلب معرفة بعض القوانين في كل سؤال.


Pyramid and Cone

[1-5] الهرم والمخروط

قانون الحجم في الهرم والمخروط		قانون المساحة للهرم المنتظم والمخروط الدائري القائم		
		المخروط القائم	الهرم المنتظم	
$V=\frac{1}{3}b\times h$	حجم الهرم	$LA=\pi r\times \ell$	$LA=\frac{1}{2}p\times \ell$	المساحة الجانبية
$V=\frac{1}{3}\pi r^2\times h$	حجم المخروط	$TA=\pi r\times \ell+\pi r^2$	$TA=\frac{1}{2}p\times \ell+b$	المساحة الكلية

39


40

Scanned with CamScanner

فكّر : اطلب الى الطلاب حل أسئلة فكر ، وقد يحتاج الطلاب ذوو المستوى الضعيف الى استعمال نماذج ورقية ومعرفة القوانين المطلوبة في حل كل سؤال .

أكتبْ : اطلب إلى الطلاب حلّ سؤال أكتبْ وتابع إجاباتهم .

4 تقويمٌ

استعمل المسألة الآتية كتقويم ختامي للطلاب قبل انتهاء الدرس.

جد الحجم والمساحة الكلية لمخروط ارتفاعه 16cm ونصف قطر قاعدته 6cm وارتفاعه الجانبي $2\sqrt{34}$.

$$TA=(3.14)(6)(2\sqrt{34})+(3.14)(36)$$

$$=332.71cm^2$$

$$V=\frac{1}{3}(3.14)(36)(10)$$

$$=376.8cm^3$$

5 توسعة

يمكنك قدّم تدريبات اثرائية للطلاب من خلال صفحة الإثراء المرفقة وتابعهم وقدم لهم المساعدة في أثناء الحل.

- اطلب إليهم حل السوال الآتي :

جد حجم الهرم الذي مساحة قاعدته $162m^2$ وارتفاعه 20m

$$V=\frac{1}{3}(162)(20)=1080m^3$$

الاختيار من متعدد

Multiple Choice

الدرس [1-5] المضلعات والمجسمات (الهرم والمخروط)

Polygons and Polyhedrons (Pyramid and Cone)

اختر الاجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

1 محيط الثماني المنتظم المجاور؟



a) 45.5 cm b) 48 cm c) 38.3 cm d) 56 cm

2 محيط مربع مساحته $225m^2$ هو:

a) 25m b) 20 m c) 15 m d) 60 m

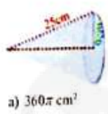
3 محيط خماسي منتظم طول عامده 3m ونصف قطر دائرته 5m هو:

a) 16.2 m b) 40 m c) 16 m d) 10.49 m

4 مساحة سباعي منتظم طول عامده 6cm وطول ضلعه 7.5cm هو:

a) $157.5 cm^2$ b) $28.5 cm^2$ c) $28 m^2$ d) $9975 m^2$

5 المساحة الجانبية للمخروط في الشكل المجاور هو:



a) $360\pi cm^2$ b) $450\pi cm^2$ c) $369\pi cm^2$ d) $1640\pi cm^2$

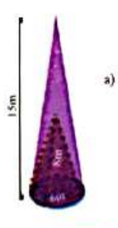
6 حجم هرم قاعدته مربعة طول كل ضلع 18cm وارتفاعه 20cm

a) $2160cm^3$ b) $120 cm^3$ c) $260 cm^3$ d) $134 cm^3$

7 المساحة الكلية لمخروط مساحة قاعدته $25\pi cm^2$ وارتفاعه 12cm هو:

a) $108\pi cm^2$ b) $27\pi cm^2$ c) $208\pi cm^2$ d) $155\pi cm^2$

8 الفرق بين حجم المخروطين هو:



a) $27\pi m^3$ b) $75\pi m^3$ c) $48\pi m^3$ d) $21\pi m^3$

103

تدربْ وحلّ التمرينات

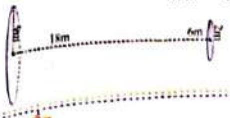
7 جد المساحة الجانبية للهرم الذي قاعدته مربعة الشكل طول ضلعها 8cm وارتفاعه الجانبي 7.2cm .

8 جد المساحة الجانبية للهرم الذي قاعدته المضلع الثماني المنتظم الذي قياس طول ضلعه 1.16cm وارتفاعه الجانبي 2cm

9 جد المساحة الجانبية والمساحة الكلية لمخروط دائري قائم قطر قاعدته 35m وارتفاعه الجانبي 20m واكتب الجواب بدلالة π .

10 جد حجم هرم قاعدته مثلث منتظم وطول ضلعه 6m وارتفاعه 13m.

11 جد حجم الشكل المركب المجاور.



تدربْ وحلّ مسائل حياتية

12 علوم: نموذج بركاني على شكل مخروط دائري قائم طول نصف قطر قاعدته 3cm، اذا كان حجم النموذج $203cm^3$ تقريباً، ما ارتفاعه؟



13 بناء: يبلغ ارتفاع برج العرب 321m ويمثل هرماً مقوساً . احسب المساحة التقريبية لقاعدته اذا كان حجم الهرم الذي يمثله $1904000m^3$.



14 هندسة: جد المساحة الجانبية للهرم الذي قاعدته مربعة الشكل والمبين بالشكل المجاور.



فكّرْ

15 تحدٍ: مخروط واسطوانة لهما نفس القاعدة والحجم، قطر الاسطوانة 40cm وارتفاعها 7cm، ما المساحة الجانبية للمخروط؟

16 اكتشف الخطأ : اي الحلين خطأ ؟ وضح اجابتك .



الحل الاول:

$V=\frac{1}{3}\times b\times h$

$V=\frac{1}{3}\times 36\pi\times 10=120\pi m^3$

الحل الثاني:

$V=\frac{1}{3}\times b\times h$

$V=\frac{1}{3}\times 6\times 6\times \pi\times 8=96\pi m^3$

أكتبْ مسألة عن مضلع منتظم تسمح المعطيات فيه بأيجاد محيط المضلع ومساحته.

41

الإثراء

1 - سداسي منتظم مساحته $65cm^2$ وطول ضلعه 5cm جد طول العامد.

$$H=\frac{2A}{Ln}=\frac{(2)(65)}{(5)(6)}\approx 4.3cm$$

2 - هرم منتظم مساحته الكلية $57cm^2$ ومساحة قاعدته $9cm^2$ اذا كان محيط قاعدته 12cm جد ارتفاعه الجانبي.

$$LA=\frac{1}{2}p\ell \Rightarrow 57-9=\frac{1}{2}(12)\ell$$

$$48=6\ell \Rightarrow \ell=8cm$$

3 - مخروط مساحته الكلية $11\pi\ cm^2$ وارتفاعه الجانبي 10cm جد نصف قطر قاعدته.

$$TA=\pi r\ell+\pi r^2$$

$$\Rightarrow 11\pi=10\pi r+\pi r^2$$

$$\Rightarrow r^2+10r-11=0$$

$$\Rightarrow (r+11)(r-1)=0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} r+11=0 \rightarrow r=-11 & \text{يهمل} \\ \text{or} \\ r-1=0 \rightarrow r=1\ cm \end{cases}$$

Scanned with CamScanner

الدرسُ 5-2 المثلثات

نتاجات التَّعلّم	التعرف الى منصفات الزوايا والقطع المتوسطة للمثلث وكيفية تشابه مثلثين .
الموادُ والوسائل	مسطرة ، اقلام ملونة، منقلة ، ورقة عمل.

1 تهيئة

اطلب الى الطلاب توقع نتاجات التعلم لهذا الدرس من خلال عنوان الدرس وناقشهم فيها ثم ثبتها على السبورة.

• هيىء الطلاب لفكرة الدرس من خلال الأنشطة الآتية: نظم الطلاب في مجموعات صغيرة وأعطِ كل مجموعة مسطرة واقلام ملونة ومنقلة وورقة عمل.

• اطلب الى المجموعات رسم مثلث متساوي الاضلاع، ومثلث به ضلعين متساويين، ومثلث اضلاعه غير متساوية في ورقة العمل.

• اسأل الطلاب :

• اية علاقة تربط زوايا المثلث المتساوي الاضلاع؟ علاقة التساوي.

• اية علاقة تربط الضلع الكبير مع الزاوية الكبيرة؟ علاقة تقابل.

• كيف نستطيع تحديد ارتفاع المثلث؟ هو العمود النازل من راس المثلث على الضلع المقابل له.

• قم بتسجيل نتائج المجموعات واعلان الفائز منها.

• ارسم على السبورة مثلث مختلف الاضلاع :

• اسأل الطلاب :

• كم زاوية في المثلث؟ كم مجموع زوايا المثلث؟ كم ارتفاع في المثلث؟

• استمع إلى إجاباتهم وقل لهم إنهم سيدرسون في هذا الدرس القطعة المتوسطة في مثلث وتشابه المثلثين ونسبة التشابه.

2 شرحٌ وتفسير

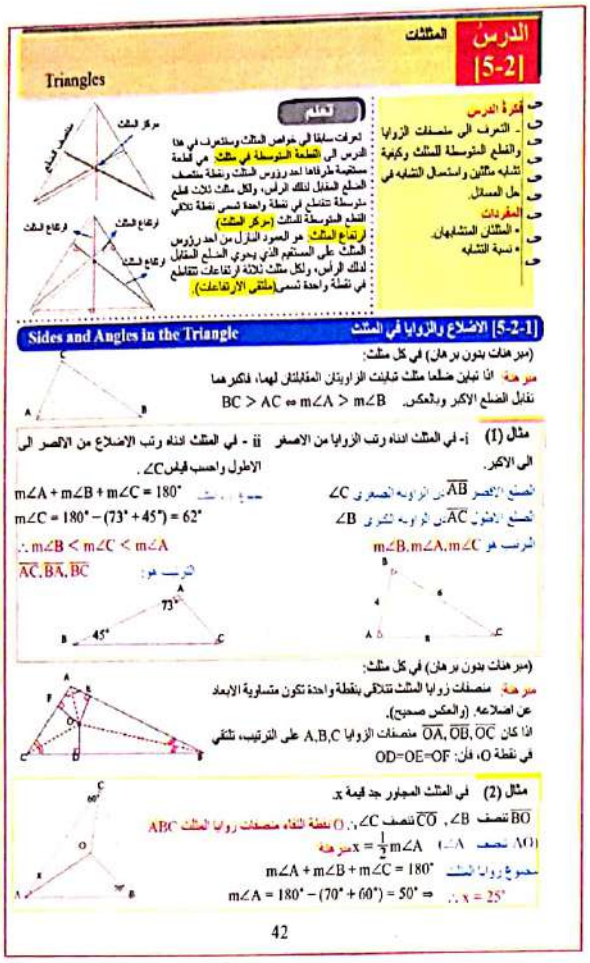
وجه الطلاب الى فقرة تعلم واطلب إليهم قراءة المعلومات المعطاة وهينهم للمثال (1) من خلال التقديم الذي يتبع فقرة تعلم .

• اسأل الطلاب هل العلاقة بين طول ضلع المثلث والزاوية المقابلة له طردية (كلما كبر طول الضلع كلما كبرت الزاوية المقابلة له) ام عكسية (كلما كبر طول الضلع كلما صغرت الزاوية المقابلة له) ؟

طردية

• قدم المثال (2) لتبين للطلاب كيفية استعمال منصف الزوايا من المبرهنة (2) ومجموع زوايا المثلث لايجاد قيمة المتغير x

• قدم المثال(3) لتبين للطلاب كيفية استعمال مبرهنة (3) لايجاد اطوال القطع المستقيمة المتوسطة للمثلث.



الدرسُ [5-2] المثلثات Triangles

فكرة الدرس
- التعرف الى منصفات الزوايا والقطع المتوسطة للمثلث وكيفية تشابه مثلثين واستعمال التشابه في حل المسائل.

المفردات
• المثلثان المتشابهان.
• نسبة التشابه

تعلم

تعرفت سابقا الى خواص المثلث وستتعرف في هذا الدرس الى القطعة المتوسطة في مثلث هي قطعة مستقيمة طرفاها احد رؤوس المثلث ونقطة منتصف الضلع المقابل لذلك الرأس، ولكل مثلث ثلاث قطع متوسطة تتقاطع في نقطة واحدة تسمى نقطة تلاقي القطع المتوسطة للمثلث (مركز المثلث)

ارتفاع المثلث هو العمود النازل من احد رؤوس المثلث على المستقيم الذي يحوي الضلع المقابل لذلك الرأس، ولكل مثلث ثلاثة ارتفاعات تتقاطع في نقطة واحدة تسمى (ملتقى الارتفاعات).

[5-2-1] الاضلاع والزوايا في المثلث Sides and Angles in the Triangle

(مبرهنات بدون برهان) في كل مثلث:

مبرهنة: اذا تباين ضلعا مثلث تباينت الزاويتان المقابلتان لهما، فالكبرى تقابل الضلع الاكبر وبالعكس. $BC > AC \Leftrightarrow m\angle A > m\angle B$

مثال (1) i- في المثلث ادناه رتب الزوايا من الاصغر الى الاكبر. ii - في المثلث ادناه رتب الاضلاع من الاقصر الى الاطول واحسب قياس $\angle C$.

الضلع الاقصر $\overline{AB}$ يقابل الزاوية الصغرى $\angle C$

الضلع الاطول $\overline{AC}$ يقابل الزاوية الكبرى $\angle B$

الترتيب هو $m\angle B, m\angle A, m\angle C$

مجموع زوايا المثلث $m\angle A + m\angle B + m\angle C = 180°$

$m\angle C = 180° - (73° + 45°) = 62°$

$\therefore m\angle B < m\angle C < m\angle A$

الترتيب هو: $\overline{AC}, \overline{BA}, \overline{BC}$

(مبرهنات بدون برهان) في كل مثلث:

مبرهنة: منصفات زوايا المثلث تتلاقى بنقطة واحدة تكون متساوية الابعاد عن اضلاعه. (والعكس صحيح).

اذا كان $\overline{OA}, \overline{OB}, \overline{OC}$ منصفات الزوايا A,B,C على الترتيب، تلتقي في نقطة O، فإن: OD=OE=OF

مثال (2) في المثلث المجاور جد قيمة x.

$\overline{BO}$ تنصف $\angle B$ ، $\overline{CO}$ تنصف $\angle C$ $\therefore$ O نقطة التقاء منصفات زوايا المثلث ABC

$\overline{AO}$ تنصف $\angle A$ $x = \frac{1}{2} m\angle A$ مبرهنة

مجموع زوايا المثلث $m\angle A + m\angle B + m\angle C = 180°$

$m\angle A = 180° - (70° + 60°) = 50° \Rightarrow \therefore x = 25°$

42

إعادة التعليم

1- النقطة O تمثل نقطة التقاء منصفات الزوايا للمثلث CBA فاذاعلمت ان $m\angle A = 70°$ و $m\angle C = 60°$ فجد قياس زاوية OBA .

$m\angle B = 180° - 60° - 70° = 50°$ لذلك $m\angle OBA = 25°$

2. مثلثان ABC و DEF ، $m\angle A = 50°$ ، $m\angle B = 70°$ ، $m\angle D = 50°$ ، $m\angle E = 70°$ فهل المثلثان متشابهان؟

نعم حسب مبرهنة 4

3. متى يتطابق المثلثاب المتشابهان ؟

نسبة التشابه 1 للاضلاع الثلاثة

تدريبات

1- المثلث ABC فيه طول AB = 8 ، طول AC = 5 ، وطول BC = 4 ، رتب زوايا المثلث ABC من الصغيرة الى الكبيرة. $\angle C$ ، $\angle B$ ، $\angle A$

2- المثلث ABC فيه $m\angle A = 65°$ ، $m\angle B = 70°$ ، رتب اضلاع المثلث ABC من الصغير الى الكبير.

$\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{AC}$

Scanned with CamScanner

قدم المثال (4) لتبين للطلاب كيفية استعمال مبرهنة (4 و5) في تشابه مثلثين وايجاد نسبة التشابه.

قدم الامثلة الاضافية الأتية لتعزيزمفاهيم الدرس وهي مشابهة تماماً لأمثلة الدرس في كتاب الطالب.

أمثلة إضافية :

1. مثلث ABC طول AB =10cm وطول AC =12cm وطول BC =8cm ، رتب زوايا المثلث من الصغير الى الكبير. m∠B ، m∠C ، m∠A

2. المثلث ABC فيه $\overline{BD}$, $\overline{CE}$ قطعتان متوسطتان في نقطة O، BD=10cm ، CE=8cm جد $\overline{BO}$, $\overline{OE}$

$$BD=\frac{10}{3} \quad , \quad OE=\frac{8}{3}$$

تأكد من فهمك :

اطلب الى الطلاب حل تدريبات تأكد من فهمك داخل الصف ورقب اجاباتهم .

- يمكن تقديم صفحة إعادة التعليم المرافقة للطلاب الذين لم يتمكنوا من حل تدريبات تأكد من فهمك بشكل صحيح.
- اطلب إلى الطلاب حل التدريبات (6 ، 4 ، 2 ، 1) من صفحة تمرينات الدرس كواجب بيتي.

خطأ متوقعٌ: قد يخطئ بعض الطلاب في التمييز بين تشابه المثلثان وتطابق المثلثان، فيجب التاكيد على ان التشابه يعني التناسب والتطابق يعني التساوي .

3 تدريبٌ

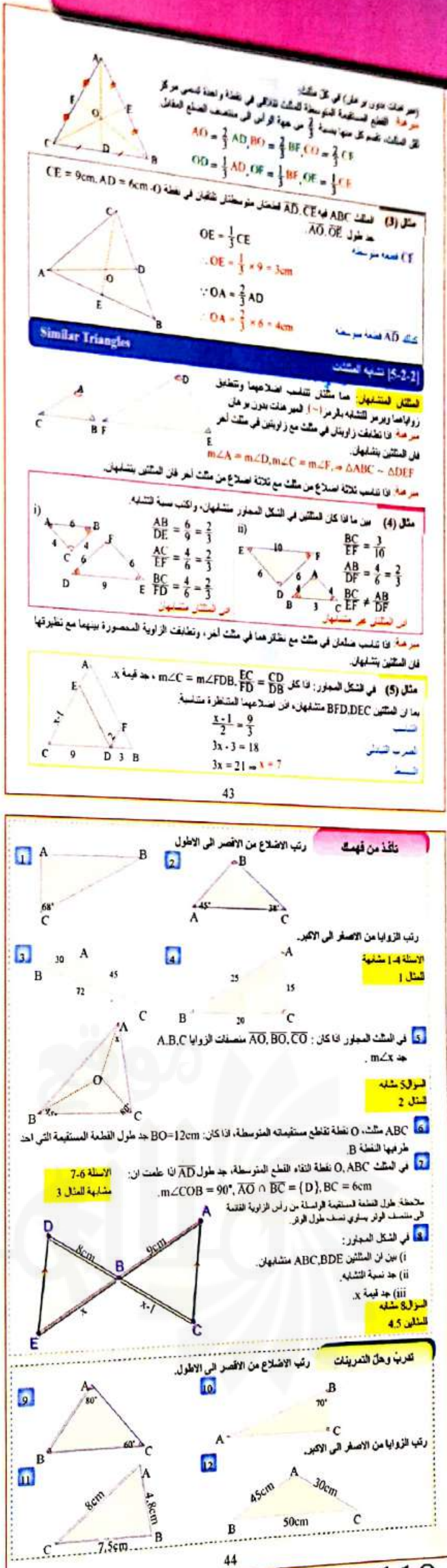
ناقش مع الطلاب الواجب البيتي وتحقق من قدرتهم على حل التمرينات وقدم صفحة إعادة التعليم للطلاب الذين لم يتمكنوا من حل الواجب البيتي.

تدرب وحل التمرينات: اطلب الى الطلاب حل تمرينات تدرب وحل التمرينات وتابع اجاباتهم.

- الاسئلة (14-13) يتطلب استعمال المبرهنات 3،2،1

تدرب وحل مسائل حياتية: اطلب الى الطلاب حل المسائل الحياتية وتابع اجاباتهم .

- الأسئلة (17-15) يتطلب استعمال المبرهنات 3،2،1 ومعرفة ان مجموع زوايا المثلث 1800



(مبرهنات بدون برهان) في كل مثلث:
مبرهنة: القطع المستقيمة المتوسطة للمثلث تتلاقى في نقطة واحدة تسمى مركز المثلث، تقسم كل منها بنسبة $\frac{2}{3}$ من جهة الرأس الى منتصف الضلع المقابل
$AO=\frac{2}{3}AD, BO=\frac{2}{3}BF, CO=\frac{2}{3}CE$
$OD=\frac{1}{3}AD, OF=\frac{1}{3}BF, OE=\frac{1}{3}CE$

مثال (3) المثلث ABC فيه $\overline{AD}, \overline{CE}$ قطعتان متوسطتان تلتقيان في نقطة O، CE = 9cm, AD = 6cm
جد طول $\overline{AO}, \overline{OE}$.
CE قطعة متوسطة
$OE=\frac{1}{3}CE$
$\therefore OE=\frac{1}{3}\times 9=3cm$
كذلك $\overline{AD}$ قطعة متوسطة
$\because OA=\frac{2}{3}AD$
$\therefore OA=\frac{2}{3}\times 6=4cm$

Similar Triangles

[5-2-2] تشابه المثلثات

المثلثان المتشابهان: هما مثلثان تتناسب اضلاعهما وتتطابق زواياهما ويرمز للتشابه بالرمز (~). المبرهنات بدون برهان
مبرهنة: اذا تطابقت زاويتان في مثلث مع زاويتين في مثلث آخر فان المثلثين يتشابهان.
$m\angle A = m\angle D, m\angle C = m\angle F, \Rightarrow \triangle ABC \sim \triangle DEF$
مبرهنة: اذا تناسب ثلاثة اضلاع من مثلث مع ثلاثة اضلاع من مثلث آخر فان المثلثين يتشابهان.

مثال (4) بين ما اذا كان المثلثين في الشكل المجاور متشابهان، واكتب نسبة التشابه.
i) $\frac{AB}{DE}=\frac{6}{9}=\frac{2}{3}$ ، $\frac{AC}{EF}=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$ ، $\frac{BC}{FD}=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$
ان المثلثان متشابهان
ii) $\frac{BC}{EF}=\frac{3}{10}$ ، $\frac{AB}{DF}=\frac{4}{6}=\frac{2}{3}$ ، $\frac{BC}{EF}\neq\frac{AB}{DF}$
ان المثلثان غير متشابهان

مبرهنة: اذا تناسب ضلعان في مثلث مع نظيرهما في مثلث آخر، وتطابقت الزاوية المحصورة بينهما مع نظيرتها فان المثلثين يتشابهان.

مثال (5) في الشكل المجاور: اذا كان $\frac{EC}{FD}=\frac{CD}{DB}$, $m\angle C = m\angle FDB$ ، جد قيمة x.
بما ان المثلثين BFD,DEC متشابهان، فان اضلاعهما المتناظرة متناسبة.
التناسب $\frac{x-1}{2}=\frac{9}{3}$
الضرب التبادلي $3x-3=18$
التبسيط $3x=21 \Rightarrow x=7$

43

تأكد من فهمك
رتب الاضلاع من الاقصر الى الاطول
1 ، 2
رتب الزوايا من الاصغر الى الاكبر.
3 ، 4
الاسئلة 4-1 مشابهة للمثال 1
5 في المثلث المجاور اذا كان: $\overline{AO}, \overline{BO}, \overline{CO}$ منصفات الزوايا A,B,C
جد m∠x .
السؤال5 مشابه للمثال 2
6 ABC مثلث، O نقطة تقاطع مستقيماته المتوسطة، اذا كان: BO=12cm جد طول القطعة المستقيمة التي احد طرفيها النقطة B.
7 في المثلث O, ABC نقطة التقاء القطع المتوسطة، جد طول $\overline{AD}$ اذا علمت ان:
$m\angle COB = 90°, \overline{AO}\cap\overline{BC}=\{D\}, BC=6cm$.
الاسئلة 7-6 مشابهة للمثال 3
ملاحظة: طول القطعة المستقيمة الواصلة من رأس الزاوية القائمة الى منتصف الوتر يساوي نصف طول الوتر.
8 في الشكل المجاور:
i) بين ان المثلثين ABC,BDE متشابهان.
ii) جد نسبة التشابه.
iii) جد قيمة x.
السؤال8 مشابه للمثالين 4,5

تدربْ وحلّ التمرينات
رتب الاضلاع من الاقصر الى الاطول.
9 ، 10
رتب الزوايا من الاصغر الى الاكبر.
11 ، 12

44

Scanned with CamScanner

فكّر: اطلب الى الطلاب حل أسئلة فكر ، وقد يحتاج الطلاب ذوو المستوى الضعيف الى استعمال اشكال مثلثية.

• الأسئلة (18-21) يتطلب استعمال المبرهنات 3،2،1.

أكتب : اطلب الى الطلاب حل سؤال أكتب وتابع إجاباتهم .

4 تقويمٌ

استعمل المسألة الآتية كتقويم ختامي للطلاب قبل انتهاء الدرس.

المثلث ABC فيه $\overline{AD}, \overline{CA}$ قطعتان متوسطتان تلتقيان في نقطة O ، اذا كان CE = AD = 9cm جد طول $\overline{OE}$, $\overline{AO}$

OE = 3cm, AO=6cm

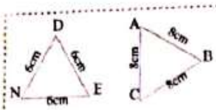
5 توسعةٌ

يمكنك تقديم تدريبات اثرائية للطلاب من خلال صفحة الإثراء المرفقة وتابعهم وقدم لهم المساعدة في أثناء الحل.

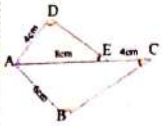
• اطلب إليهم حل السؤال الآتي : بين ان المثلثات المتساوية الاضلاع تكون متطابقة ؟ بما ان المثلثات متساوية الاضلاع اذن نسبة التشابه تساوي 1

---

13 بين ان المثلثين ABC, DEN في الشكل المجاور متشابهان واكتب نسبة التشابه ثم سم ازواج الزوايا المتطابقة .

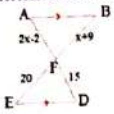


14 بين ان المثلثين ABC, ADE في الشكل المجاور متشابهان واكتب نسبة التشابه.



تدرب وحل مسائل حياتية

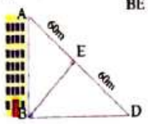
15 هندسة : اذا علمت ان ΔABF ~ ΔDEF وان $\overline{AB} \parallel \overline{ED}$ استعمل المعلومات في الشكل المجاور لتجد قيمة x.



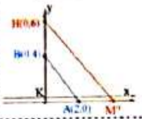
16 بناية: بناية ارتفاعها يمثل بضلع مثلث قائم الزاوية كما في الشكل المجاور. و BE هو ارتفاع للمثلث ABD برهن ان:

i. ∠EBA ≅ ∠D

ii. Δ ABE ~ ΔDBE

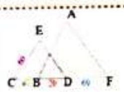


17 في الشكل المجاور المثلثان KAB ,KMH متشابهان، جد احداثيي M. ونسبة التشابه.



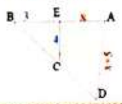
فكر

18 اكتشف : ما طول $\overline{AB}$ في الرسم المجاور؟ علماً ان ΔECD ~ ΔABF .



19 تحد: (2, 5, 10) و (6, 15, x) هي اطوال اضلاع متناظرة في مثلثين متشابهين، ما قيمة x ؟

20 حس عددي: جد قيمة x في الشكل المجاور. اذا كان المثلثان ABD,EBC متشابهان، وان: $\overline{EC} \parallel \overline{AD}$



21 مسألة مفتوحة: اشرح لماذا تحتاج قياسات الزوايا للتأكد من تشابه المثلثات، اعط مثلاً على ذلك.

أكتب

مسألة عن مثلثين متساويي الساقين تتطابق فيهما زاويتا الرأس وجد نسبة التشابه.

45

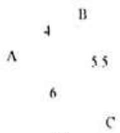
Multiple Choice

الدرس [2-5] المثلثات

Triangles

اختر الإجابة الصحيحة لكل مما ياتي:

1 رتب الزوايا من الاصغر الى الاكبر في المثلث المجاور:



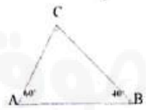
a. m∠C, m∠A, m∠B

b. m∠A, m∠B, m∠C

c. m∠B, m∠C, m∠A

d. m∠C, m∠B, m∠A

2 رتب الاضلاع من الاطول الى الاقصر في المثلث المجاور:



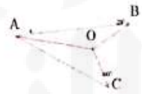
a. $\overline{BC}, \overline{AC}, \overline{AB}$

b. $\overline{AB}, \overline{BC}, \overline{AC}$

c. $\overline{AC}, \overline{BC}, \overline{AB}$

d. $\overline{AB}, \overline{AC}, \overline{BC}$

3 اذا كانت O هي نقطة التقاء منصفات زوايا المثلث ABC في الشكل المجاور فان قيمة x هي:



a) 20° b) 40° c) 30° d) 50°

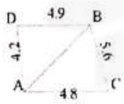
4 المثلث ABC فيه $\overline{AD}, \overline{CE}$ قطعتان متوسطتان تلتقيان في نقطة O، AD=36cm, CE=24cm، فان قيمة $\overline{OE}$ ، علماً ان رأس المثلث هو النقطة B هي:

a) 8 cm b) 24 cm c) 16 cm d) 12 cm

5 في السؤال (4) قيمة $\overline{AO}$ هي:

a) 6 cm b) 12 cm c) 24 cm d) 14 cm

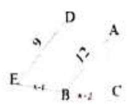
6 نسبة التشابه بين المثلثين ADB,ACB هي:



a. $\frac{8}{7}$ b. $\frac{7}{8}$

c. 7 d. 8

7 اذا كان المثلثان DEB,ABC متشابهان وكانت الزاويتان m∠ABC ≅ m∠DEB فان قيمة x هي:

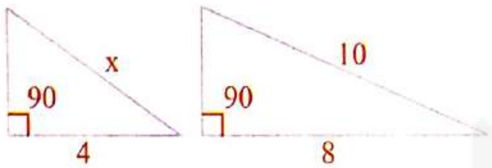


a) 8 b) 12 c) 10 d) 6

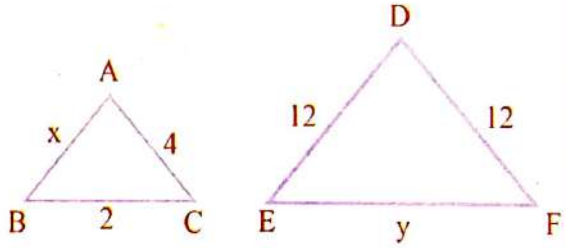
104

الإثراء

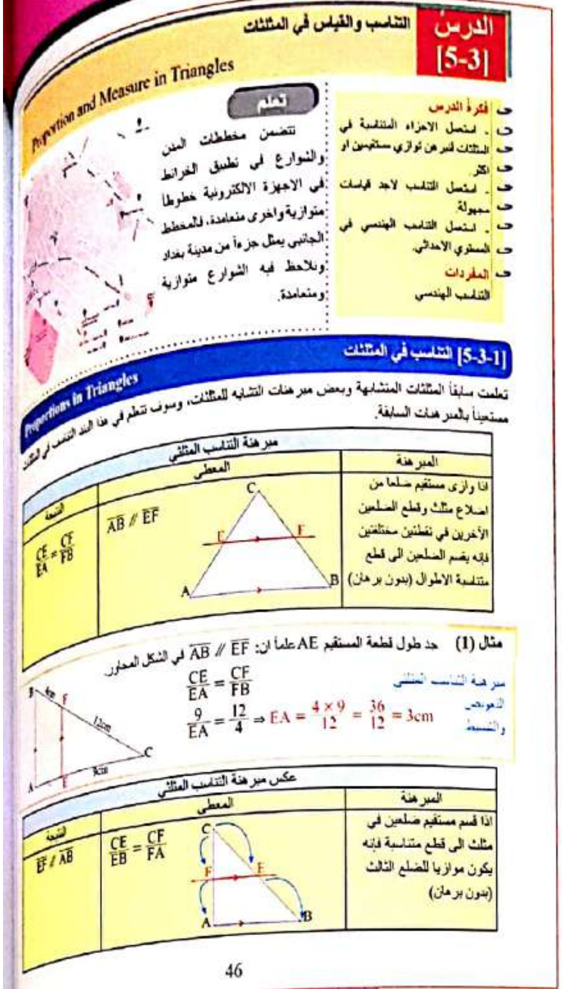
1 - في الشكل الآتي ، اذا كان المثلثان متشابهين بتناسب اضلاعهما الثلاثة، جد قيمة x . من مبرهنة فيثاغورس نجد الوتر للمثلث الاول يساوي 10 وبما ان نسبة التشابه 2 فان x=5 .



2 - في الشكل الآتي ، اذا كان ΔABC~ΔDEF ، جد قيمة x،y . بما ان نسبة التشابه 3 فان y = 6 ، x = 4



Scanned with CamScanner



الدرس [5-3] التناسب والقياس في المثلثات

Proportion and Measure in Triangles

فكرة الدرس
- استعمل الاجزاء المتناسبة في المثلثات لبرهن توازي مستقيمين او اكثر
- استعمل التناسب لاجد قياسات مجهولة
- استعمل التناسب الهندسي في المستوي الاحداثي.

المفردات
التناسب الهندسي

تعلم

تتضمن مخططات المدن والشوارع في تطبيق الخرائط في الاجهزة الالكترونية خطوطا متوازية واخرى متعامدة، فالمخطط الجانبي يمثل جزءاً من مدينة بغداد ونلاحظ فيه الشوارع متوازية ومتعامدة.

[5-3-1] التناسب في المثلثات Proportions in Triangles

تعلمت سابقاً المثلثات المتشابهة وبعض مبرهنات التشابه للمثلثات، وسوف تتعلم في هذا البند التناسب في المثلث مستعيناً بالمبرهنات السابقة.

مبرهنة التناسب المثلثي		
المبرهنة	المعطى	النتيجة
اذا وازى مستقيم ضلعا من اضلاع مثلث وقطع الضلعين الآخرين في نقطتين مختلفتين فإنه يقسم الضلعين الى قطع متناسبة الاطوال (بدون برهان)	$\overline{AB} \parallel \overline{EF}$	$\frac{CE}{EA} = \frac{CF}{FB}$

مثال (1) جد طول قطعة المستقيم AE علماً ان: $\overline{AB} \parallel \overline{EF}$ في الشكل المجاور.

مبرهنة التناسب المثلثي

$$\frac{CE}{EA} = \frac{CF}{FB}$$

التعويض والتبسيط

$$\frac{9}{EA} = \frac{12}{4} \Rightarrow EA = \frac{4 \times 9}{12} = \frac{36}{12} = 3cm$$

عكس مبرهنة التناسب المثلثي		
المبرهنة	المعطى	النتيجة
اذا قسم مستقيم ضلعين في مثلث الى قطع متناسبة فإنه يكون موازيا للضلع الثالث (بدون برهان)	$\frac{CE}{EB} = \frac{CF}{FA}$	$\overline{EF} \parallel \overline{AB}$

46

الدرس 5-3 التناسب والقياس في المثلثات

نتاجات التعلّم	استعمال التناسب لبرهنة توازي مستقيمين او اكثر ، ايجاد قياسات مجهولة، و استعمل التناسب الهندسي في المستوي الاحداثي .
الموادُ والوسائلُ	مسطرة، منقلة، اشكال ورقية على شكل مثلثات، ورقة عمل.

1 تهيئة

اطلب الى الطلاب توقع نتاجات التعلم لهذا الدرس من خلال عنوان الدرس وناقشهم فيها ثم ثبتها على السبورة.

• هيىء الطلاب لفكرة الدرس من خلال الأنشطة الآتية: نظم الطلاب في مجموعات صغيرة وأعطِ كل مجموعة مسطرة، منقلة، ومثلث ورقي فيه معلومات عن اطوال الاضلاع وقياس الزوايا وورقة العمل.

• اطلب الى المجموعات ابراز المثلثات المتشابهة ورسم المستقيمات المتوسطة وحساب نسبة التشابه باستعمال المبرهنات التي درسوها سابقا.

اسأل الطلاب :

• كم ضلع يجب ان يتناسب لكي يتشابه المثلثان؟ 3 .

• كم زاوية يجب ان تتساوى لكي يتشابه المثلثان؟ 3 .

• هل كل مثلثين متساويي الساقين متشابهان؟ ليس بالضرورة

قم بتسجيل نتائج المجموعات واعلان الفائز منها.

• ارسم على السبورة مثلثين متشابهين بضلعين متناسبين وزاوية وبنسبة تشابه $\frac{1}{2}$

اسأل الطلاب :

• اين يجب ان تقع الزاوية ؟ محصورة بين الضلعين.

هل الضلعان المتناسبان متساويان؟ ليس بالضرورة.

ماالمقصود بنسبة التناسب $\frac{1}{2}$ ؟ يعني احد المثلثين محيطه ضعف محيط الاخر ومساحته ضعف.

استمع إلى إجاباتهم وقل لهم إنهم سيدرسون في هذا الدرس التناسب في المثلثات بالاستعانة بمبرهنات الدرس السابق.

2 شرحٌ وتفسيرٌ

• وجه الطلاب الى فقرة تعلم واطلب إليهم قراءة المعلومة المعطاة وهيئهم للمثال (1) من خلال التقديم الذي يتبع فقرة تعلم .

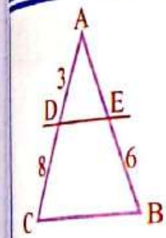
اسأل الطلاب هل يتقاطع المستقيمان المتوازيان ؟ لا

وضح للطلاب كيف استخدمت مبرهنة التناسب المثلثي في حل المثال (1).

• قدم المثال (4) لتبين للطلاب كيفية استعمال مبرهنة نسبة المحيطين ونسبة المساحتين لمثلثين متشابهين في حل المثال.

إعادة التعليم

1 - جد طول AE من الشكل الآتي :



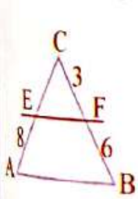
$$\frac{3}{8} = \frac{AE}{6} \Rightarrow AE = 2.25$$

2 - المثلث ABC يشابه المثلث DEF بنسبة تشابه $\frac{3}{5}$ ، فاذا كان محيط المثلث ABC يساوي 16cm ، جد محيط المثلث DEF

بما ان نسبة التناسب هي $\frac{3}{5}$ لذا فإن نسبة محيط الأول الى الثاني ايضا $\frac{3}{5}$

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{3}{5} \Rightarrow \frac{16}{P_2} = \frac{3}{5} \Rightarrow P_2 = 26.66cm$$

تدريبات :



الشكل المجاور

اذا كان $\overline{AB} \parallel \overline{EF}$ فجد طول CE

باستعمال المبرهنة فأن المستقيم $\overline{EF}$ يقسم ضلعي المثلث الى قطع متناسبة أي :

$$\frac{CE}{8} = \frac{3}{6} \Rightarrow CE = 4cm$$

Scanned with CamScanner

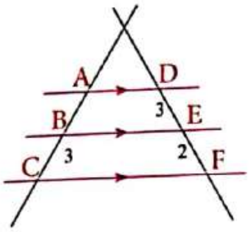
امثلة اضافية : قدم الامثلة الاضافية الآتية لتعزيز مفاهيم الدرس وهي مشابهة تماماً لأمثلة الدرس في كتاب الطالب.

1. من الشكل في الاسفل جد طول $\overline{AB}$.

حسب مبرهنة طالس فأن القطع تكون متناسبة

$$\frac{AB}{BC}=\frac{DE}{EF}$$

$$\frac{AB}{3}=\frac{3}{2} \Rightarrow AB=4.5$$



تأكد من فهمك : اطلب الى الطلاب حل تدريبات تأكد من فهمك داخل الصف وراقب اجاباتهم .

• الأسئلة (1-7) يتطلب الحل استعمال مبرهنات التناسب المثلثي والهندسي .

• يمكن تقديم صفحة إعادة التعليم المرافقة للطلاب الذين لم يتمكنوا من حل تدريبات تأكد من فهمك بشكل صحيح.

• اطلب إلى الطلاب حل التدريبات (7 ، 5 ، 3 ، 1) من صفحة تمرينات الدرس كواجب بيتي.

خطأ متوقع: قد يخطئ بعض الطلاب في التمييز بين التناسب المثلثي والتناسب الهندسي ، فيجب التاكيد على ان التناسب المثلثي يتعامل مع مثلثين متشابهين في حين أن التناسب الهندسي يتعامل مع شكل واحد ويحوله اكبر او اصغر دون أن يغير من هيئته.

3 تدريب

ناقش مع الطلاب الواجب البيتي وتحقق من قدرتهم على حل التمرينات وقدم صفحة إعادة التعليم للطلاب الذين لم يتمكنوا من حل الواجب البيتي.

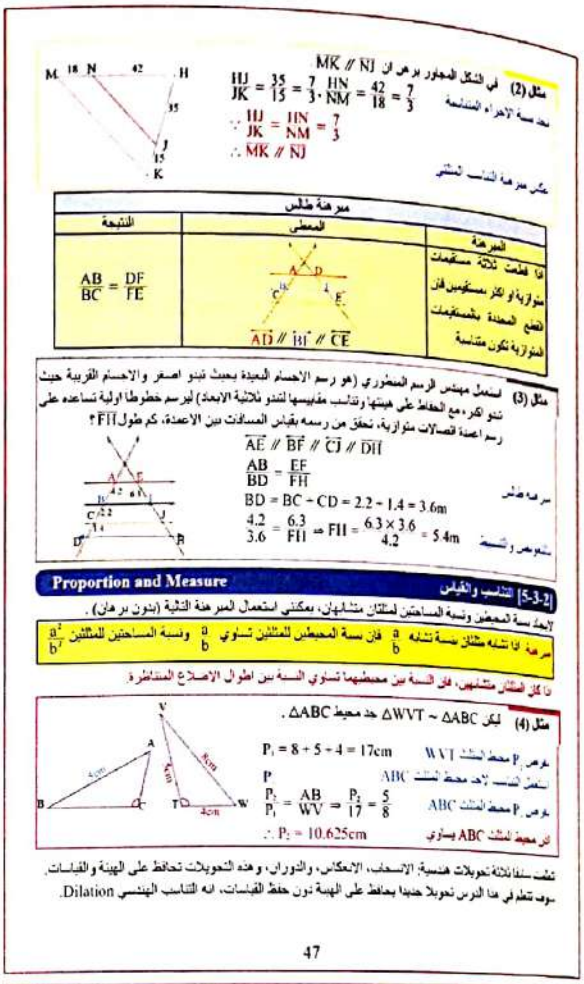
تدرب وحلّ التمرينات: اطلب الى الطلاب حل تمرينات تدرب وحل التمرينات وتابع اجاباتهم .

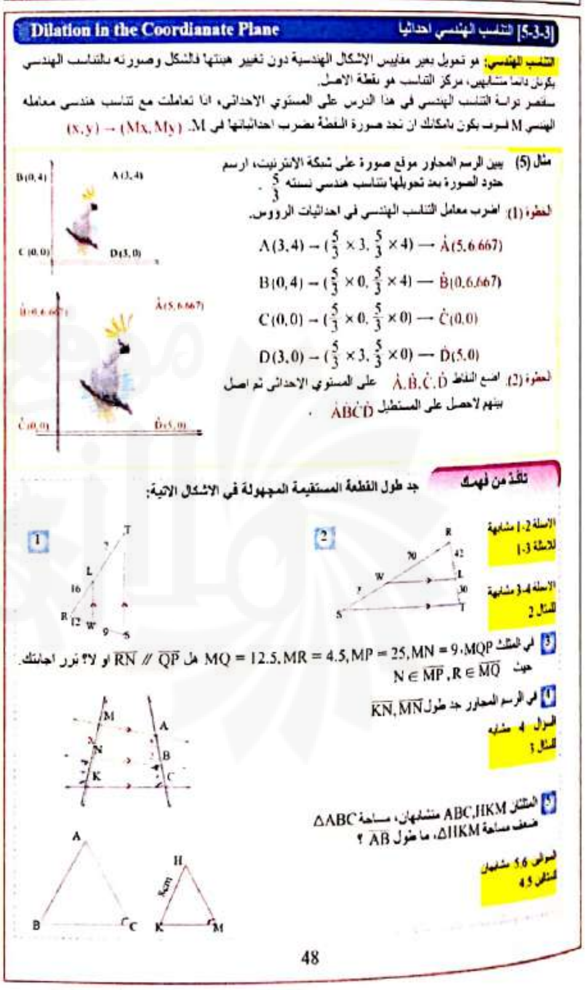
• السؤال (11) يتطلب الحل استعمال التناسب الهندسي

تدّرب وحلّ مسائل حياتيةّ: اطلب الى الطلاب حل المسائل الحياتية وتابع اجاباتهم .

• السؤال (12) يتطلب الحل استعمال مبرهنة التناسب المثلثي

• السؤال (13) يتطلب الحل استعمال التناسب الهندسي





Scanned with CamScanner

فكّر: اطلب الى الطلاب حل اسئلة فكر ، وقد يحتاج الطلاب ذوو المستوى الضعيف الى استعمال اشكال ورقية.
• السؤال (14) يتطلب استعمال نظرية فيثاغورس

أكتب : اطلب الى الطلاب حل سؤال أكتب وتابع إجاباتهم .

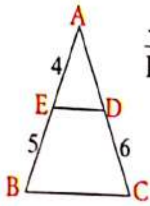
4 تقويمٌ

استعمل المسائل الآتية كتقويم ختامي للطلاب قبل انتهاء الدرس
مثلثان متشابهان بنسبة تشابه $\frac{3}{2}$ فاذا كانت مساحة المثلث الاول $24cm^2$ فكم مساحة المثلث الثاني
مع العلم ان المثلث الاول اصغر من المثلث الثاني.

$$\frac{A_1}{A_2}=\frac{9}{4}\Rightarrow\frac{A_1}{24}=\frac{9}{4}\Rightarrow A_1=54cm^2$$

5 توسعةٌ

يمكنك تقديم تدريبات اثرائية للطلاب من خلال صفحة الإثراء المرفقة وتابعهم وقدم لهم المساعدة في أثناء الحل.
اطلب إليهم حل السوال الآتي : اذا كان $\overline{DE}//\overline{CB}$ في الشكل المجاور . جد طول $\overline{AD}$



بحسب مبرهنة التناسب المثلي فأن :

$$\frac{AE}{EB}=\frac{AD}{DC}\Rightarrow\frac{4}{5}=\frac{AD}{6}$$

$$\Rightarrow AD=4.8cm$$

Multiple Choice — الاختيار من متعدد

الدرس [5-3] التناسب والقياس في المثلثات

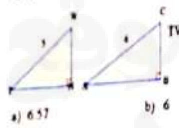
Proportion and Measure in Triangles

اختر الاجابة الصحيحة لكل مما يأتي:



1 اذا كان $\overline{AB}$ // $\overline{EF}$ فان طول القطعة المستقيمة AE هو

a) 4 b) 5 c) 2 d) 10

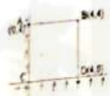


2 اذا كان ΔACB ~ ΔTWN ، اذا علمت ان ارتفاع المثلث TWN هو (3)، فان مساحة المثلث ABC هي:

a) 6.57 b) 6 c) 7 d) 8

تم رسم الصورة بعد تحويلها بتناسب هندسي نسبته $\frac{4}{3}$ فتكون كما في الرسم المجاور:

اختر الاجابة الصحيحة للاسئلة (7-4):



3 احداثيات النقطة A قبل التحويل هي

a) (0,3) b) (3,0) c) (3,3) d) (0,0)

4 احداثيات النقطة B قبل التحويل هي

a) (0,3) b) (3,0) c) (3,3) d) (0,0)

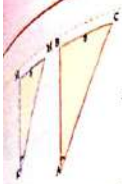
5 احداثيات النقطة C قبل التحويل هي

a) (0,3) b) (3,0) c) (3,3) d) (0,0)

6 احداثيات النقطة D قبل التحويل هي

a) (0,3) b) (3,0) c) (3,3) d) (0,0)

105

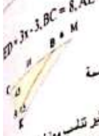


6 المثلثان ABC ,KMH متشابهان، جد مساحة ومحيط المثلث ABC علماً ان محيط المثلث KMH يساوي 18cm ومساحته $15cm^2$

7 ABC مثلث حيث $A(6,0),B(-3,\frac{3}{2}),C(3,-6)$ ، جد صورته بعد تصغيره بمعامل $\frac{1}{3}$ ، علماً ان مركز التناسب هو نقطة الاصل.

السؤال 7 مشابه للمثال 5

تدرب وحل التمرينات



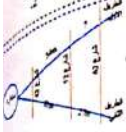
8 في المثلث ACD، $\overline{BE}$ // $\overline{CD}$ جد قيمة x و $\overline{ED}$ اذا كان: ED = 3x - 3, BC = 8, AE = 3, AB = 2

9 حدد ما اذا كان $\overline{MK}$ // $\overline{AB}$ في الشكل المجاور.

10 نسبة مساحة المثلث ABC الى نسبة مساحة المثلث KMH تساوي $\frac{16}{25}$ ما نسبة تشابه المثلثين وما النسبة التشابه بين محيطيهما ؟

11 جد صورة المثلث ABC حيث: A(-1,-1),B(1,-2),C(1,2) تحت تأثير تناسب معامله 2

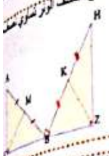
تدرب وحل مسائل حياتية



12 **طرق:** تمثل الخريطة المجاورة بعض الشوارع المتوازية وطريقين عبرها، ما طول الطريق الاول بين الشارع 62 والشارع 52؟

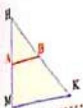
13 **هندسة:** جد صورة الشكل الرباعي حيث: A(2,6),B(-4,0),C(-4,-8),D(-2,-12) تحت تأثير تناسب معامله $\frac{1}{4}$

فكّر اذا علمت ان طول القطعة المستقيمة الواصلة من رأس القائمة الى منتصف الوتر تساوي نصف طول الوتر اجب عن السؤال 14.



14 **تحدٍ:** في الرسم المجاور M منتصف $\overline{AB}$ و K منتصف $\overline{HB}$ ، الزوايا: ∠Z, ∠ABH, ∠C قائمة، برهن ان $\left(\frac{KZ}{CM}\right)^2=\frac{(BZ)^2+(ZH)^2}{(BC)^2+(CA)^2}$.

أكتب ما تستطيع من تناسبات اذا علمت ان $\overline{MK}$ // $\overline{AB}$ في الشكل المجاور.



49

الإثراء

1 - المثلثان DEF ، ABC متشابهان إذ ان $\frac{DE}{AB}=\frac{1}{2}$ ، فاذا كان المثلث ABC متساوي الاضلاع ومحيطه 18cm ، جد مساحة المثلث DEF .

بما ان المثلث متساوي الاضلاع ومحيطه 18cm فان طول كل ضلع هو $18\div3=6$ cm

بما أن المثلثين متشابهان فإنه يوجد تناسب مثلي أي :

$$\frac{DE}{AB}=\frac{1}{2}\Rightarrow\frac{DE}{6}=\frac{1}{2}\Rightarrow DE=3cm$$

وبما أن المثلثين متشابهان فان المثلث DEF ايضاً متساوي الاضلاع :

P=9

$$A=\sqrt{\frac{P}{2}(\frac{P}{2}-DE)(\frac{P}{2}-EF)(\frac{P}{2}-FD)}=3.89\ cm^2$$

2 - شكل هندسي تم تحويله بمعامل تناسب هندسي $\frac{5}{2}$ ، كم معامل التناسب الهندسي الذي تستطيع به ارجاع الشكل الهندسي الى اصله؟ $\frac{2}{5}$

3 - المثلثان DEF ، ABC متشابهان ، اذا كان محيط المثلث ABC ضعف محيط المثلث DEF و كان طول AB =8cm ، جد طول الضلع المناظر للضلع AB في المثلث DEF . 4cm

نتاجاتُ التَّعلُّمَ	اجد قياس الاقواس والزواية ا لمركزية للدوائر، التعرف الى المماس والمماس المشترك .
الموادُ والوسائلُ	مسطرة ، فرجال ، مقص ، اشكال ورقية على شكل دوائر، ورقة عمل .

1 تهيئة

اطلب الى الطلاب توقع نتاجات التعلم لهذا الدرس من خلال عنوان الدرس وناقشهم فيها ثم ثبتها على السبورة.

• هيىء الطلاب لفكرة الدرس من خلال الأنشطة الآتية: نظم الطلاب في مجموعات صغيرة وأعطِ كل مجموعة مسطرة، فرجال، ورقة عمل.

• اطلب الى المجموعات رسم دائرة في ورقة العمل ورسم اكبر قطعة مستقيم وأخرى أصغر منها داخل الدائرة.

• اسأل الطلاب :

• ماذا تسمي هذه القطعة المستقيمة الأكبر ؟ قطر الدائرة

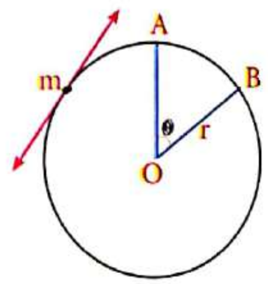
• ماذا تسمي القطعة الأصغر؟ وتر الدائرة

• مااسم قطعة المستقيم التي تمر بمركز الدائرة ؟ قطر الدائرة

• مااسم قطعة المستقيم الواصلة بين مركز الدائرة واي نقطة من نقاط الدائرة ؟ نصف قطر الدائرة

• قم بتسجيل نتائج المجموعات واعلان الفائز منها.

• ارسم على السبورة الشكل الآتي :



• اسأل الطلاب :

• ماذا تسمى الزاوية θ ؟ المستقيم ↔ ؟

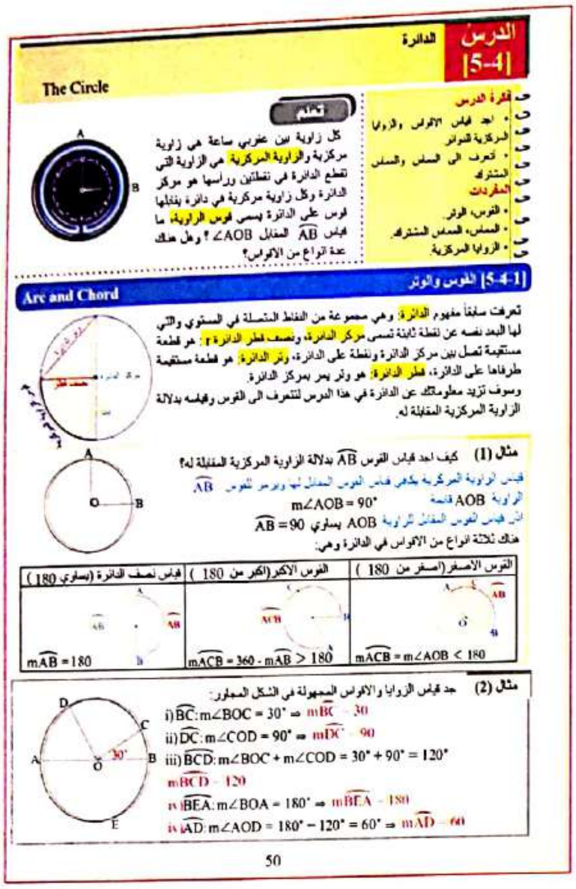
• استمع إلى إجاباتهم وقل لهم إنهم سيدرسون في هذا الدرس الاقواس والزوايا المركزية للدائرة والمماس والمماس المشترك.

2 شرحٌ وتفسير

وجه الطلاب الى فقرة تعلم واطلب إليهم قراءة المعلومة المعطاة وهيئهم للمثال (1) من خلال التقديم الذي يتبع فقرة تعلم .

• قدم المثال (2) لتبين للطلاب كيفية قياس الاقواس بدلالة الزوايا المركزية المقابلة لها.

• قدم المثال (3) لتبين للطلاب كيفية قياس الاقواس في الدوائر المقسمة على اجزاء متطابقة.



الدرس [5-4] الدائرة

The Circle

فكرة الدرس
• اجد قياس الاقواس والزوايا المركزية للدوائر
• تعرف الى المماس والمماس المشترك

المفردات
• القوس، الوتر
• المماس، المماس المشترك
• الزوايا المركزية

تعلم

كل زاوية بين عقربي ساعة هي زاوية مركزية والزاوية المركزية هي الزاوية التي تقطع الدائرة في نقطتين ورأسها هو مركز الدائرة وكل زاوية مركزية في دائرة يقابلها قوس على الدائرة يسمى قوس الزاوية، ما قياس $\widehat{AB}$ المقابل ∠AOB ؟ وهل هناك عدة انواع من الاقواس؟

[5-4-1] القوس والوتر — Arc and Chord

تعرفت سابقاً مفهوم الدائرة: وهي مجموعة من النقاط المتصلة في المستوي والتي لها البعد نفسه عن نقطة ثابتة تسمى مركز الدائرة، ونصف قطر الدائرة r: هو قطعة مستقيمة تصل بين مركز الدائرة ونقطة على الدائرة، وتر الدائرة: هو قطعة مستقيمة طرفاها على الدائرة، قطر الدائرة: هو وتر يمر بمركز الدائرة.
وسوف تزيد معلوماتك عن الدائرة في هذا الدرس لتتعرف الى القوس وقياسه بدلالة الزاوية المركزية المقابلة له.

مثال (1) كيف اجد قياس القوس $\widehat{AB}$ بدلالة الزاوية المركزية المقابلة له؟
قياس الزاوية المركزية يكافئ قياس القوس المقابل لها ويرمز للقوس $\widehat{AB}$
الزاوية AOB قائمة $m\angle AOB = 90^\circ$
اذن قياس القوس المقابل للزاوية AOB يساوي $\widehat{AB} = 90$
هناك ثلاثة انواع من الاقواس في الدائرة وهي:

القوس الاصغر (اصغر من 180)	القوس الاكبر (اكبر من 180)	قياس نصف الدائرة (يساوي 180)
$m\widehat{ACB} = m\angle AOB < 180$	$m\widehat{ACB} = 360 - m\widehat{AB} > 180$	$m\widehat{AB} = 180$

مثال (2) جد قياس الزوايا والاقواس المجهولة في الشكل المجاور:
i) $\widehat{BC}: m\angle BOC = 30^\circ \Rightarrow m\widehat{BC} = 30$
ii) $\widehat{DC}: m\angle COD = 90^\circ \Rightarrow m\widehat{DC} = 90$
iii) $\widehat{BCD}: m\angle BOC + m\angle COD = 30^\circ + 90^\circ = 120^\circ$
$m\widehat{BCD} = 120$
iv) $\widehat{BEA}: m\angle BOA = 180^\circ \Rightarrow m\widehat{BEA} = 180$
v) $\widehat{AD}: m\angle AOD = 180^\circ - 120^\circ = 60^\circ \Rightarrow m\widehat{AD} = 60$

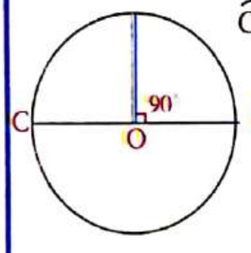
50

إعادة التعليم

1 - في الشكل المجاور جد قياس $\widehat{CA}$

بما أن $m\angle COA = 180^\circ$

لذا فان $m\widehat{CA} = 180$



2 - دائرة اكبر قطعة مستقيم فيها طولها 10cm يمسها مستقيم في احد نقاطها، جد المسافة بين نقطة التماس ومركز الدائرة.

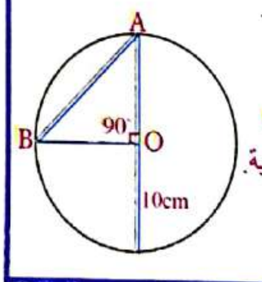
أن المسافة بين نقطة التماس وبين مركز الدائرة هي نصف قطر الدائرة لذا تساوي 5cm

تدريبات :

1 - جد قياس الاقواس المقابلة للزوايا المركزية في دائرة مقسمة الى ستة اجزاء متطابقة.

بما أن الأجزاء متطابقة لذا فان كل زاوية مركزية في كل جزء تساوي 60° وعليه فان قياس كل قوس هو 60 .

2 - A ،B نقطتان تقعان على دائرة قطرها 10cm، اذا علمت ان $\widehat{AB} = 90$ ،جد طول الوتر AB .



بما أن $m\widehat{AB} = 90$ فان الزاوية المركزية المقابلة للقوس ايضا 90°

وعليه فان المثلث ABO قائم الزاوية.

بتطبيق نظرية فيثاغورس نحصل على أن $AB = \sqrt{50}$ cm

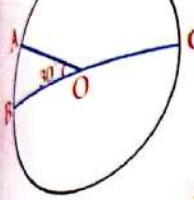
Scanned with CamScanner

أمثلةٌ إضافيةٌ:

قدم الامثلة الاضافية الآتية لتعزيزمفاهيم الدرس وهي مشابهة تماماً لأمثلة الدرس في كتاب الطالب.

جد قياس الاقواس في الشكل في ادناه.

$\widehat{AB}$, $\widehat{BC}$, $\widehat{CA}$



$m\widehat{AB}=30^\circ$, $m\widehat{BC}=180^\circ$, $m\widehat{CA}=150^\circ$

تأكد من فهمك:

وجّه الطلاب حل تدريبات تأكد من فهمك داخل الصف وراقب اجاباتهم .

• يمكن تقديم صفحة إعادة التعليم المرافقة للطلاب الذين لم يتمكنوا من حل تدريبات تأكد من فهمك بشكل صحيح.

• اطلب إلى الطلاب حل التدريبات (7 ، 4 ، 3 ، 1) من صفحة تمرينات الدرس كواجب بيتي.

خطأٌ متوقعٌ: قد يخطئ بعض الطلاب في كتابة الأقواس المقابلة للزوايا المركزية فيكتبو ها باتجاه عقارب الساعة فذكرهم بأن كتابتها تكون عكس عقارب الساعة .

3 تدريبٌ

ناقش مع الطلاب الواجب البيتي وتحقق من قدرتهم على حل التمرينات وقدم صفحة إعادة التعليم للطلاب الذين لم يتمكنوا من حل الواجب البيتي.

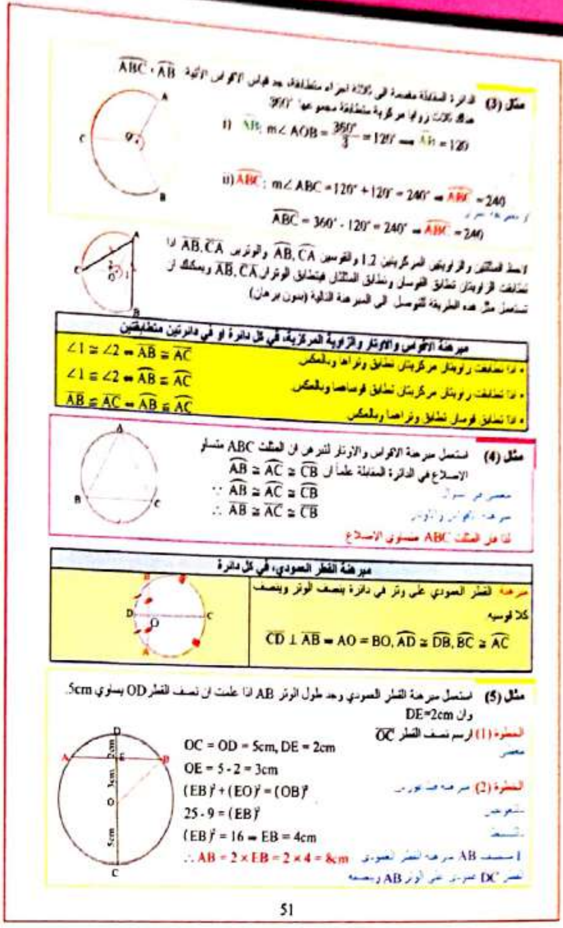
تدرب وحل التمرينات: اطلب الى الطلاب حل تمرينات تدرب وحل التمرينات وتابع اجاباتهم .

• الأسئلة (11-14) يتطلب حلها معرفة ان الزاوية المستقيمة قياسها 180°.

• الاسئلة (15-19) يتطلب حلها معرفة ان مجموع قياس الزوايا المركزية للدائرة يساوي 360° .

تدرب وحل مسائل حياتية: اطلب الى الطلاب حل المسائل الحياتية وتابع اجاباتهم .

• الأسئلة (26-27) يتطلب الحل استعمال مبرهنة المماس ومن ثم نظرية فيثاغورس .



مثال (3) الدائرة المقابلة مقسمة الى ثلاثة اجزاء متطابقة، جد قياس الاقواس الآتية $\widehat{ABC}$ ، $\widehat{AB}$

i) $\widehat{AB}$: $m\angle AOB=\frac{360^\circ}{3}=120^\circ \Rightarrow \widehat{AB}=120$

ii) $\widehat{ABC}$: $m\angle ABC=120^\circ+120^\circ=240^\circ \Rightarrow \widehat{ABC}=240$

$\widehat{ABC}=360^\circ-120^\circ=240^\circ \Rightarrow \widehat{ABC}=240$

مبرهنة الاقواس والاوتار والزوايا المركزية في كل دائرة او في دائرتين متطابقتين

• اذا تطابقت زاويتان مركزيتان تطابق وتراها وبالعكس	$\angle 1\cong\angle 2 \Rightarrow \overline{AB}\cong\overline{AC}$
• اذا تطابقت زاويتان مركزيتان تطابق قوساها وبالعكس	$\angle 1\cong\angle 2 \Rightarrow \widehat{AB}\cong\widehat{AC}$
• اذا تطابق قوسان تطابق وتراهما وبالعكس	$\overline{AB}\cong\overline{AC} \Rightarrow \widehat{AB}\cong\widehat{AC}$

مثال (4) استعمل مبرهنة الاقواس والاوتار لتبرهن ان المثلث ABC متساوي الاضلاع في الدائرة المقابلة علماً ان $\widehat{AB}\cong\widehat{AC}\cong\widehat{CB}$

$\because \widehat{AB}\cong\widehat{AC}\cong\widehat{CB}$

$\therefore \overline{AB}\cong\overline{AC}\cong\overline{CB}$

لذا فإن المثلث ABC متساوي الاضلاع

مبرهنة القطر العمودي، في كل دائرة

مبرهنة: القطر العمودي على وتر في دائرة ينصف الوتر وينصف كلا قوسيه

$\overline{CD}\perp\overline{AB} \Rightarrow AO=BO, \widehat{AD}\cong\widehat{DB}, \widehat{BC}\cong\widehat{AC}$

مثال (5) استعمل مبرهنة القطر العمودي وجد طول الوتر AB اذا علمت ان نصف القطر OD يساوي 5cm وان DE=2cm

$OC=OD=5cm, DE=2cm$

$OE=5-2=3cm$

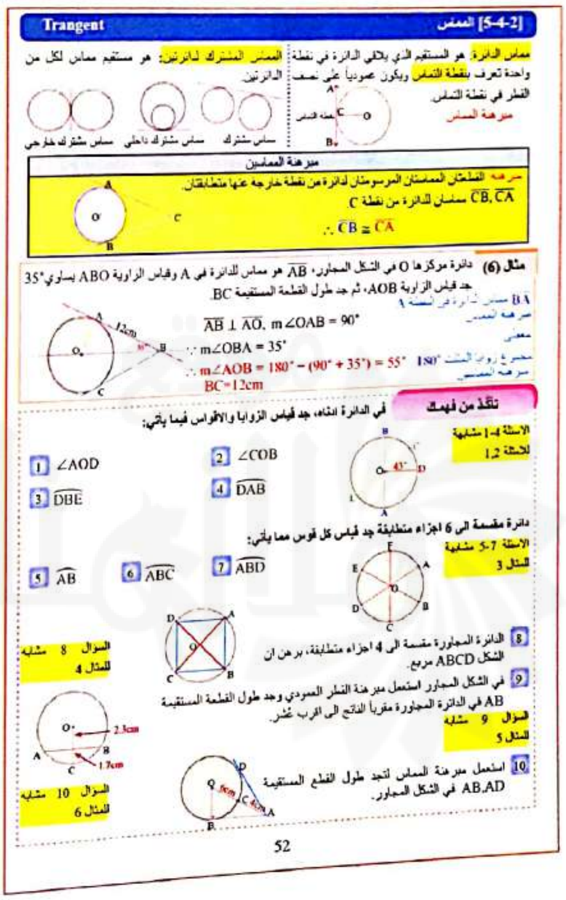
$(EB)^2+(EO)^2=(OB)^2$

$25-9=(EB)^2$

$(EB)^2=16 \Rightarrow EB=4cm$

$\therefore AB=2\times EB=2\times 4=8cm$

51



[5-4-2] المماس Trangent

مماس الدائرة: هو المستقيم الذي يلاقي الدائرة في نقطة واحدة تعرف بنقطة التماس ويكون عمودياً على نصف القطر في نقطة التماس.

المماس المشترك لدائرتين: هو مستقيم مماس لكل من الدائرتين.

مبرهنة المماسين

مبرهنة: القطعتان المماستان المرسومتان لدائرة من نقطة خارجة عنها متطابقتان.

$\overline{CB},\overline{CA}$ مماسان للدائرة من نقطة C

$\therefore \overline{CB}\cong\overline{CA}$

مثال (6) دائرة مركزها O في الشكل المجاور، $\overline{AB}$ هو مماس للدائرة في A وقياس الزاوية ABO يساوي 35° جد قياس الزاوية AOB، ثم جد طول القطعة المستقيمة BC

$\overline{AB}\perp\overline{AO}, m\angle OAB=90^\circ$

$\because m\angle OBA=35^\circ$

$\therefore m\angle AOB=180^\circ-(90^\circ+35^\circ)=55^\circ$

$BC=12cm$

تأكد من فهمك

في الدائرة ادناه، جد قياس الزوايا والاقواس فيما يأتي:

1 $\angle AOD$ 2 $\angle COB$ 3 $\widehat{DBE}$ 4 $\widehat{DAB}$

دائرة مقسمة الى 6 اجزاء متطابقة جد قياس كل قوس مما يأتي:

5 $\widehat{AB}$ 6 $\widehat{ABC}$ 7 $\widehat{ABD}$

8 الدائرة المجاورة مقسمة الى 4 اجزاء متطابقة، برهن ان الشكل ABCD مربع.

9 في الشكل المجاور استعمل مبرهنة القطر العمودي وجد طول القطعة المستقيمة AB في الدائرة المجاورة مقرباً الناتج الى اقرب عُشر.

10 استعمل مبرهنة المماس لتجد طول القطع المستقيمة AB,AD في الشكل المجاور.

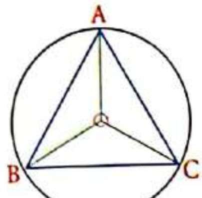
52

Scanned with CamScanner

فكر: اطلب الى الطلاب حل أسئلة فكر، وقد يحتاج الطلاب ذوو المستوى الضعيف الى استعمال الرسم والأمثلة.
السؤال (22) يتطلب الحل استعمال نظرية المماسين لايجاد قيمة x.
أكتب: اطلب الى الطلاب حل سؤال أكتب وتابع إجاباتهم .

4 تقويم

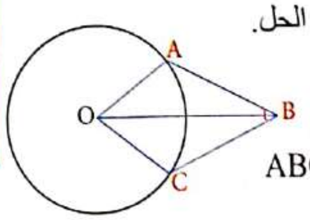
استعمل المسائل الآتية كتقويم ختامي للطلاب قبل انتهاء الدرس .
الدائرة في الشكل ادناه قسمت على ثلاث اجزاء متساوية، اثبت ان المثلث ABC متساوي الاضلاع.



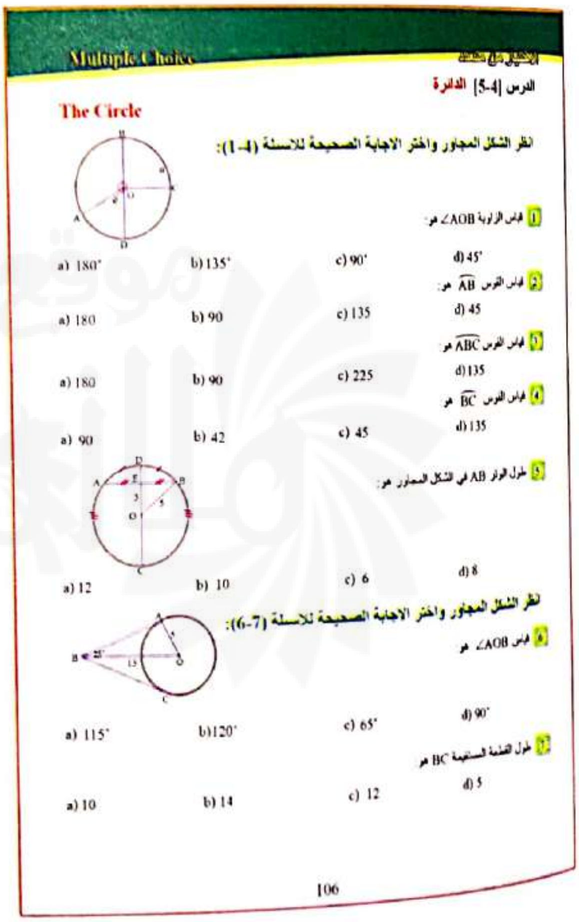
بما أن الأقواس $\widehat{AB}$ ، $\widehat{BC}$ ، $\widehat{CA}$ متساوية
لذا فإن الزوايا المركزية المقابلة لها متساوية
وبذلك تتطابق المثلثات ومنها ينتج أن
الأضلاع متساوية .

5 توسعة

قدّم تدريبات اثرائية للطلاب من خلال صفحة الإثراء المرفقة وتابعهم وقدم لهم المساعدة في أثناء الحل.
• اطلب إليهم حل السوال الآتي:
في الشكل الآتي جد قياس القوس $\widehat{AC}$
اذا علمت ان $\overline{BO}$ ينصف الزاوية ABC
التي قياسها $80°$.



باستعمال مبرهنة المماس يمكن ايجاد قياس الزاوية المركزية المقابلة للقوس وتساوي 100 لذا $m\widehat{AC} = 100°$


Multiple Choice

الاختيار من متعدد

الدرس [5-4] الدائرة

The Circle

انظر الشكل المجاور واختر الاجابة الصحيحة للاسئلة (4-1):

1 قياس الزاوية ∠AOB هو:

a) 180° b) 135° c) 90° d) 45°

2 قياس القوس $\widehat{AB}$ هو:

a) 180 b) 90 c) 135 d) 45

3 قياس القوس $\widehat{ABC}$ هو:

a) 180 b) 90 c) 225 d) 135

4 قياس القوس $\widehat{BC}$ هو

a) 90 b) 42 c) 45 d) 135

5 طول الوتر AB في الشكل المجاور هو:

a) 12 b) 10 c) 6 d) 8

انظر الشكل المجاور واختر الاجابة الصحيحة للاسئلة (7-6):

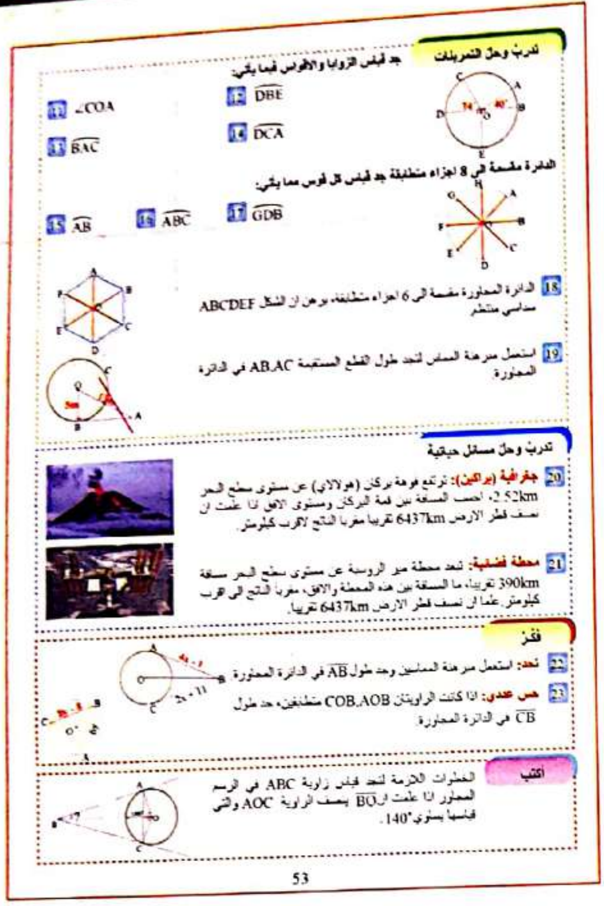
6 قياس ∠AOB هو

a) 115° b) 120° c) 65° d) 90°

7 طول القطعة المستقيمة BC هو

a) 10 b) 14 c) 12 d) 5

106


تدرب وحل التمرينات

جد قياس الزوايا والاقواس فيما يلي:

11 ∠COA
12 $\widehat{DBE}$
13 $\widehat{BAC}$
14 $\widehat{DCA}$

الدائرة مقسمة الى 8 اجزاء متطابقة جد قياس كل قوس مما يلي:

15 $\widehat{AB}$
16 $\widehat{ABC}$
17 $\widehat{GDB}$

18 الدائرة المجاورة مقسمة الى 6 اجزاء متطابقة، برهن ان الشكل ABCDEF سداسي منتظم

19 استعمل مبرهنة المماس لتجد طول القطع المستقيمة AB,AC في الدائرة المجاورة

تدرب وحل مسائل حياتية

20 جغرافية (براكين): ترتفع فوهة بركان (هولالاي) عن مستوى سطح البحر 2.52km، احسب المسافة بين قمة البركان ومستوى الافق اذا علمت ان نصف قطر الارض 6437km تقريبا مقربا الناتج لاقرب كيلومتر.

21 محطة فضائية: تبعد محطة مير الروسية عن مستوى سطح البحر مسافة 390km تقريبا، ما المسافة بين هذه المحطة والافق، مقربا الناتج الى اقرب كيلومتر، علما ان نصف قطر الارض 6437km تقريبا.

فكر

22 تحد: استعمل مبرهنة المماسين وجد طول $\overline{AB}$ في الدائرة المجاورة

23 حس عددي: اذا كانت الزاويتان COB,AOB متطابقين، جد طول $\overline{CB}$ في الدائرة المجاورة

أكتب

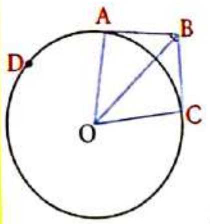
الخطوات اللازمة لتجد قياس زاوية ABC في الرسم المجاور اذا علمت ان $\overline{BO}$ ينصف الزاوية AOC والتي قياسها يساوي 140°.

53

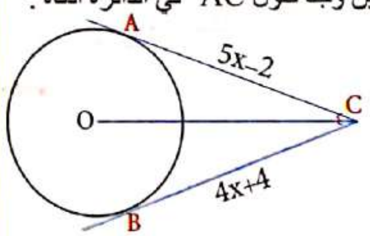
الإثراء

1 - في الشكل الآتي جد قياس القوس $\widehat{ADC}$ اذا علمت ان $\overline{BO}$ ينصف الزاوية ABC التي قياسها $60°$.

بما أن $\overline{BO}$ ينصف زاوية ABC لذا فإن $m\angle ABO = 30°$ وبما أن $m\angle BAO = 90°$ (مبرهنة المماس) لذا $m\angle AOB = 60°$
ومنها $m\angle ADC = 240°$
وعليه $m\widehat{ADC} = 240$



2 - استعمل مبرهنة المماسين وجد طول $\overline{AC}$ في الدائرة ادناه :



من مبرهنة المماسين فإن :

$5x - 2 = 4x + 4$
$5x - 4x = 2 + 4$
$x = 6$
$AC = 5x - 2$
$= 5(6) - 2 = 28$

Scanned with CamScanner

الدرس 5-5 المثلث والدائرة ، القطع المستقيمة والدائرة

نتاجات التعلّم	استعمال خصائص المحاور ومنصفات الزوايا لرسم دائرة محيطة ودائرة محاطة بمثلث وإيجاد اطوال القطع المستقيمة التي يحددها قاطعان على الدائرة .
الموادُ والوسائلُ	مسطرة ، فرجال ، ورقة عمل .

1 تهيئةٌ

اطلب الى الطلاب توقع نتاجات التعلم لهذا الدرس من خلال عنوان الدرس وناقشهم فيها ثم ثبتها على السبورة.

• هيىء الطلاب لفكرة الدرس من خلال الأنشطة الآتية: نظم الطلاب في مجموعات صغيرة وأعطِ كل مجموعة مسطرة وفرجال وورقة عمل.

• اطلب الى المجموعات رسم ثلاثة مثلثات في ورقة العمل الاول جميع زواياه حادة والثاني احدى زواياه منفرجة والثالث قائم الزاوية ثم رسم مستقيم عمودي من منتصف كل ضلع من اضلاع المثلث وتسمية نقطة التقاء المستقيمات الثلاثة O_1 للمثلث الاول، O_2 للمثلث الثاني، و O_3 للمثلث الثالث وقل لهم ان هذه المستقيمات العمودية هي محاور المثلث.

• اسأل الطلاب :

• كم محور في المثلث الواحد؟ 3

• اين تقع النقاط O_1 ، O_2 ، O_3 ؟ داخل المثلث الاول ، خارج المثلث الثاني، على وتر المثلث الثالث

• قم بتسجيل نتائج المجموعات واعلان الفائز منها.

• ارسم على السبورة مثلثاً متساوي الاضلاع داخل دائرة تمر برؤسه الثلاثة.

• اسأل الطلاب :

• اين تقع نقطة التقاء المحاور؟ داخل المثلث

• اين يقع مركز الدائرة؟

• استمع إلى إجاباتهم وقل لهم إنهم سيدرسون في هذا الدرس الدائرة المحيطة بمثلث والدائرة المحاطة بمثلث والقطع المستقيمة وعلاقتها بالدائرة.

2 شرحٌ وتفسير

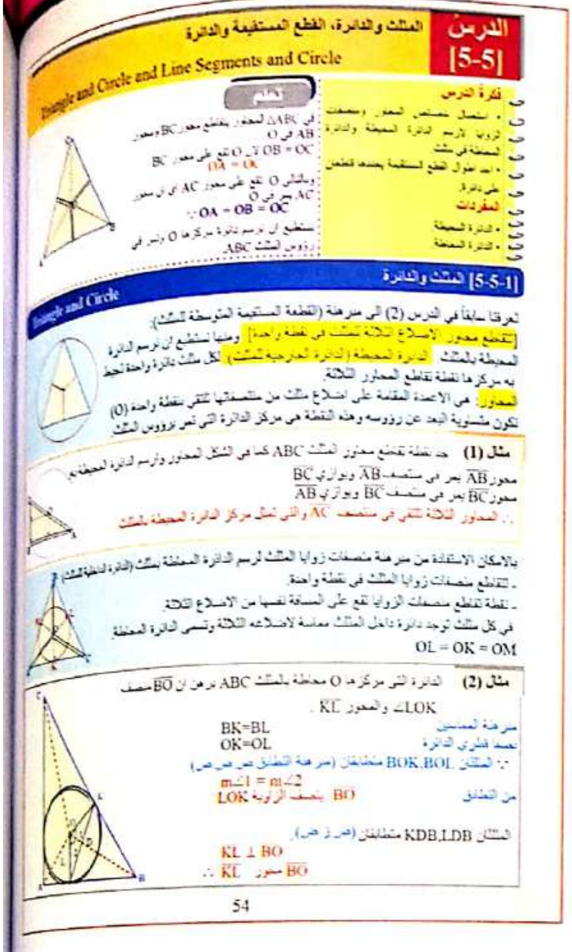
تعلّم: وجه الطلاب الى فقرة تعلم واطلب إليهم قراءة المعلومة المعطاة وهيئهم للمثال (1) من خلال التقديم الذي يتبع فقرة تعلم .

• اسأل الطلاب ما الخطوات الازمة لحل المثال (1)

رسم محاور المثلث ثم تعيين نقطة التقاء المحاور على الوتر لان المثلث قائم الزاوية ثم رسم دائرة تمر بروؤس المثلث .

• قدم المثال (2) لتبين للطلاب كيفية استعمال مبرهنة المماسين ومبرهنات التطابق في حل المثال

• قدم المثال (3-4) لتبين للطلاب كيفية استعمال مبرهنة القاطعين لدائرة في ايجاد قيمة x والوتر.



الدرس [5-5] المثلث والدائرة، القطع المستقيمة والدائرة

Triangle and Circle and Line Segments and Circle

فكرة الدرس

• استعمال خصائص المحاور ومنصفات الزوايا لرسم الدائرة المحيطة والدائرة المحاطة في مثلث

• ايجاد اطوال القطع المستقيمة يحددها قاطعان على دائرة

المفردات

• الدائرة المحيطة

• الدائرة المحاطة

تعلم

في $\triangle ABC$ المحاور يتقاطع محور BC ومحور AB في O

$OB = OC$ لأن O تقع على محور BC

$OA = OC$

وبالمثل O تقع على محور AC أي أن محور AC يمر في O

$\therefore OA = OB = OC$

نستطيع أن نرسم دائرة مركزها O وتمر في رؤوس المثلث ABC

[5-5-1] المثلث والدائرة Triangle and Circle

تعرفنا سابقاً في الدرس (2) الى مبرهنة (القطعة المستقيمة المتوسطة للمثلث):

[تتقاطع محاور الاضلاع الثلاثة للمثلث في نقطة واحدة] ومنها نستطيع ان نرسم الدائرة المحيطة بالمثلث الدائرة المحيطة (الدائرة الخارجية للمثلث) لكل مثلث دائرة واحدة تحيط به مركزها نقطة تقاطع المحاور الثلاثة.

المحاور: هي الاعمدة المقامة على اضلاع مثلث من منتصفاتها تلتقي بنقطة واحدة (O) تكون متساوية البعد عن رؤوسه وهذه النقطة هي مركز الدائرة التي تمر برؤوس المثلث

مثال (1) جد نقطة تقاطع محاور المثلث ABC كما في الشكل المحاور وارسم الدائرة المحيطة به

محور $\overline{AB}$ يمر في منتصف $\overline{AB}$ ويوازي $\overline{BC}$

محور $\overline{BC}$ يمر في منتصف $\overline{BC}$ ويوازي $\overline{AB}$

$\therefore$ المحاور الثلاثة تلتقي في منتصف $\overline{AC}$ والتي تمثل مركز الدائرة المحيطة بالمثلث

بالامكان الاستفادة من مبرهنة منصفات زوايا المثلث لرسم الدائرة المحاطة بمثلث (الدائرة الداخلية للمثلث)

- تتقاطع منصفات زوايا المثلث في نقطة واحدة.

- نقطة تقاطع منصفات الزوايا تقع على المسافة نفسها من الاضلاع الثلاثة.

في كل مثلث توجد دائرة داخل المثلث مماسة لاضلاعه الثلاثة وتسمى الدائرة المحاطة

$OL = OK = OM$

مثال (2) الدائرة التي مركزها O محاطة بالمثلث ABC برهن ان $\overline{BO}$ منصف $\angle LOK$ والمحور $\overline{KL}$.

مبرهنة المماسين $BK = BL$

نصفا قطري الدائرة $OK = OL$

$\because$ المثلثان BOK, BOL متطابقان (مبرهنة التطابق ض ض ض)

من التطابق $m\angle 1 = m\angle 2$

BO ينصف الزاوية LOK

المثلثان KDB, LDB متطابقان (ض ز ض)

$KL \perp BO$

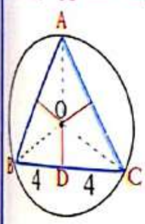
$\therefore \overline{KL}$ محور $\overline{BO}$

54

إعادة التعليم

مثال) جد منتصف قطر الدائرة المحيطة بالمثلث ABC التي طول كل ضلع فيه 8cm وطول المحور 3cm .

من مبرهنة منصفات زوايا المثلث وتعريف المحاور فإن OC يمثل نصف قطر الدائرة .

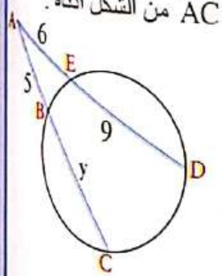


المثلث ODC فيه :

نصف القطر $OC = \sqrt{9+16} = 5cm$

تدريبات :

جد قيمة y وطول كل من $\overline{AD}$ ، $\overline{AC}$ من الشكل أدناه :



من مبرهنة القاطعين للدائرة

$AB \times AC = AE \times AD$

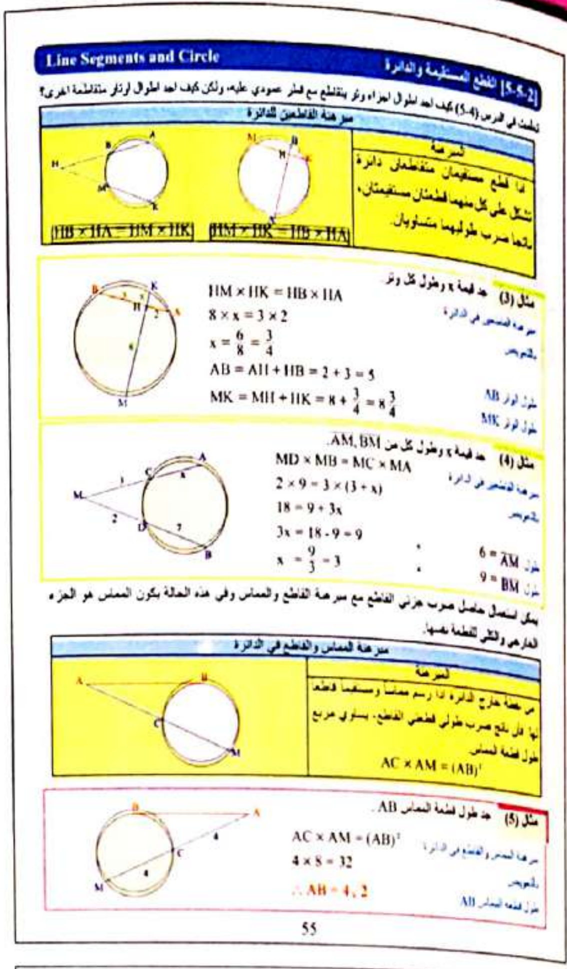
$\Rightarrow 5(y+5) = 6 \times 15$

$\Rightarrow 5y + 25 = 90$

$5y = 65 \Rightarrow y = 13cm$

$\therefore AD = 15cm , AC = 18cm$

Scanned with CamScanner


[5-5-2] القطع المستقيمة والدائرة Line Segments and Circle

تعلمت في الدرس (5-4) كيف تجد اطوال اجزاء وتر يتقاطع مع قطر عمودي عليه، ولكن كيف تجد اطوال اوتار متقاطعة اخرى؟

مبرهنة القاطعين للدائرة

المبرهنة: اذا قطع مستقيمان متقاطعان دائرة تشكل على كل منهما قطعتان مستقيمتان، فانّ حاصل ضرب طوليهما متساويان.

$HM \times HK = HB \times HA$ $HB \times HA = HM \times HK$

مثال (3) جد قيمة x وطول كل وتر.

$HM \times HK = HB \times HA$

$8 \times x = 3 \times 2$

$x = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$

$AB = AH + HB = 2 + 3 = 5$

$MK = MH + HK = 8 + \frac{3}{4} = 8\frac{3}{4}$

مثال (4) جد قيمة x وطول كل من $\overline{AM}, \overline{BM}$.

$MD \times MB = MC \times MA$

$2 \times 9 = 3 \times (3 + x)$

$18 = 9 + 3x$

$3x = 18 - 9 = 9$

$x = \frac{9}{3} = 3$

طول $\overline{AM} = 6$ ، طول $\overline{BM} = 9$

يمكن استعمال حاصل ضرب جزئي القاطع مع مبرهنة القاطع والمماس وفي هذه الحالة يكون المماس هو الجزء الخارجي والكلي للقطعة نفسها.

مبرهنة المماس والقاطع في الدائرة

$AC \times AM = (AB)^2$

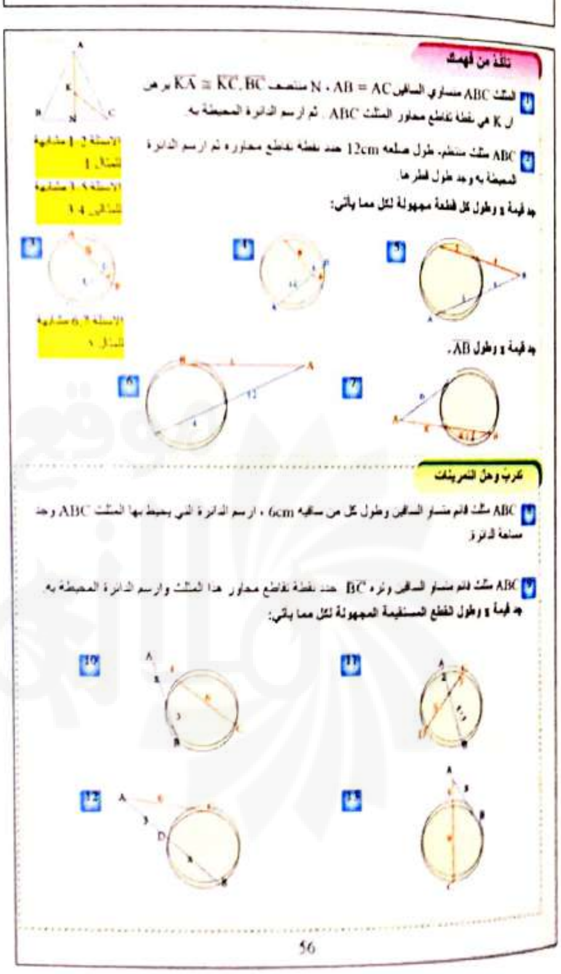
مثال (5) جد طول قطعة المماس AB.

$AC \times AM = (AB)^2$

$4 \times 8 = 32$

$\therefore AB = 4\sqrt{2}$

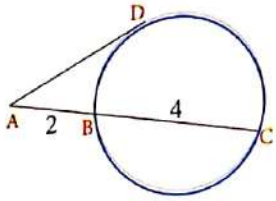
55


56

• قدم المثال (5) لتبين للطلاب كيفية استعمال مبرهنة المماس والقاطع في الدائرة لايجاد طول قطعة المماس.

امثلةٌ اضافيةٌ : قدم الامثلة الاضافية الآتية لتعزيزمفاهيم الدرس وهي مشابهة تماماً لأمثلة الدرس في كتاب الطالب.

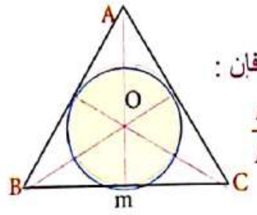
1 - جد x من الرسم .



من مبرهنة المماس والقاطع للدائرة $(AD)^2 = (AB)(AC)$

طول قطعة المماس $AD = 2\sqrt{3}$

2 - مثلث متساوي الاضلاع ارتفاعه 9 جد نصف قطرالدائرة المحاطة به.



من مبرهنة منصفات زوايا المثلث فان :

$$\frac{AO}{Am} = \frac{2}{3} \Rightarrow AO = \frac{9 \times 2}{3} = 6$$

لذا فان $Om = 3$ وهو يمثل نصف قطر الدائرة

تأكد من فهمك : اطلب الى الطلاب حل تدريبات تأكد من فهمك داخل الصف وراقب اجاباتهم .

• يمكن تقديم صفحة إعادة التعليم المرافقة للطلاب الذين لم يتمكنوا من حل تدريبات تأكد من فهمك بشكل صحيح.

• اطلب إلى الطلاب حل التدريبات (7، 5 ، 3 ، 1) من صفحة تمرينات الدرس كواجب بيتي

خطأ متوقعٌ: قد يخطئ بعض الطلاب في التمييز بين مبرهنة المماسين ومبرهنة القاطعين ومبرهنة المماس والقاطع، لذلك يجب التاكيد على التمييز بينهما عند التطبيق في حل التمارين.

3 تدريب

ناقش مع الطلاب الواجب البيتي وتحقق من قدرتهم على حل التمرينات وقدم صفحة إعادة التعليم للطلاب الذين لم يتمكنوا من حل الواجب البيتي.

تأكد من فهمك: اطلب الى الطلاب حل تمرينات تدرب وحل التمرينات وتابع اجاباتهم .

• السؤال (9-8) يتطلب معرفة ان نقطة تقاطع المحاور تقع منتصف الوتر

• الاسئلة (13-10) يتطلب استعمال مبرهنتي القاطعين للدائرة والمماس والقاطع للدائرة

تدرب وحلّ مسائل حياتية: اطلب الى الطلاب حل المسائل الحياتية وتابع اجاباتهم .

الأسئلة (16-14) يتطلب الحل استعمال مبرهنة القاطعين في دائرة ومبرهنة المماس والقاطع .

Scanned with CamScanner

فكِّرْ: اطلب الى الطلاب حل أسئلة فكر ، وقد يحتاج الطلاب ذوو المستوى الضعيف الى استعمال أمثلة اضافية.

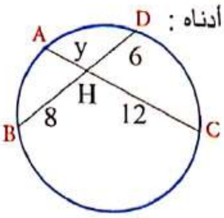
- الاسئلة (17-19) يتطلب الحل استعمال مبرهنة القاطعين ومبرهنة المماس والقاطع .

أكتب : اطلب الى الطلاب حل سؤال أكتب وتابع إجاباتهم .

4 تقويمٌ

استعمل السؤال الآتي كتقويم ختامي للطلاب قبل انتهاء الدرس.

جد قيمة y وطول كل وتر في الشكل أدناه :



من مبرهنة القاطعين لدائرة فإن :

$$HC \times HA = HB \times BD$$

$$\Rightarrow \; 12y = 8 \times 6$$

$$\Rightarrow \; y = \frac{48}{12} = 4cm$$

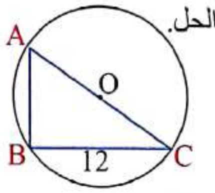
5 توسعة

يمكنك قدّم تدريبات اثرائية للطلاب من خلال صفحة الإثراء المرفقة وتابعهم وقدم لهم المساعدة في أثناء الحل.

اطلب إليهم حل السؤال الآتي:

مثلث قائم الزاوية مساحته $54cm^2$ وطول قاعدته 12cm .

جد قطر الدائرة التي تحيط به .



بما أن المثلث قائم الزاوية لذا أن وتد المثلث هو قطر الدائرة .

ومن مساحة المثلث نجد طول AB

$$54 = \frac{1}{2}(12)(AB) \;\Rightarrow\; AB = 9cm$$

باستعمال نظرية فيثاغورس نجد طول الوتد الذي هو قطر الدائرة

$$AC = \sqrt{(9)^2 + (12)^2}$$

$$= 15 \text{ cm}$$

Multiple Choice الاختبار من متعدد

الدرس [5-5] المثلث والدائرة، القطع المستقيمة والدائرة

Triangle and Circle Line Segments and Circle

انظر الشكل المجاور واختر الاجابة الصحيحة للاسئلة (1-2):



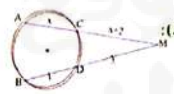
1 قيمة x هي:

a) 2 b) 6 c) 9 d) 3

2 طول الوتر $\overline{MK}$ هو:

a) 12 b) 9 c) 5 d) 4

انظر الشكل المجاور واختر الاجابة الصحيحة للاسئلة (3-5):



3 قيمة x هي:

a) 2 b) 3 c) 1 d) 4

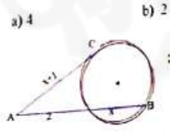
4 طول $\overline{BM}$ هو:

a) 4 b) 6 c) 5 d) 2

5 طول $\overline{AM}$ هو:

a) 4 b) 2 c) 6 d) 3

انظر الشكل المجاور واختر الاجابة الصحيحة للاسئلة (6-8):



6 قيمة x هي:

a) 1 b) $\sqrt{2}$ c) $\sqrt{3}$ d) 0

7 طول المماس هو:

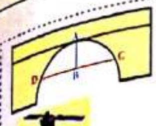
a) $\sqrt{2}+1$ b) $\sqrt{3}+1$ c) 4 d) $\sqrt{5}+1$

8 طول $\overline{AB}$ هو:

a) $\sqrt{3}+6$ b) $\sqrt{3}+2$ c) $\sqrt{3}+5$ d) $\sqrt{3}+4$

107

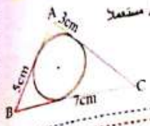
تدربْ وحلّ مسائل حياتية



14 بناء: يرتكز جسر على قوس دائرة كما مبين في الشكل المقابل، $\overline{AB}$ محور $\overline{DC}$ ، AB=60m ، DC=150m ما قطر الدائرة؟

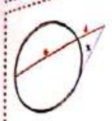


15 فضاء: قمر صناعي يدور حول الارض على ارتفاع 8200km اذا كان قطر الارض 12800km تقريباً، ما المسافة التي تفصل القمر الصناعي عن النقطة B في الشكل المحاور.



16 هندسة: O نقطة تقاطع محاور المثلث ABC، جد محيط المثلث ABC مستعملاً الشكل المحاور.

فكّرْ



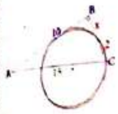
17 اكتشف الخطأ: فيما يلي حلان لايجاد قيمة x في الشكل المقابل، ايهما الحل الخطأ؟ برر اجابتك.

مبرهنة المماس والقاطع

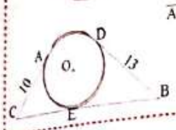
i) $4 \times 6 = x^2$

$24 = x^2 \Rightarrow x = 2\sqrt{6}$

ii) $x^2 = 40 \Rightarrow x = 2\sqrt{10}$



18 تحد: في الشكل المقابل AB = 10 وهو مماس للدائرة، جد قيمة x.



19 مسألة مفتوحة: في الشكل المجاور دائرة مركزها O $\overline{AC}, \overline{BC}, \overline{BD}$ مماسات للدائرة، جد طول القطعة BC.

أكتب

مسألة تستعمل فيها المحاور ومنصفات الزوايا لمثلث في رسم دائرة محيطة به.

57

الإثراء

1 - مثلث متساوي الاضلاع طول ضلعه 10cm يحيط بدائرة طول قطرها 3cm جد مساحة المنطقة الواقعة داخل المثلث وخارج الدائرة.

$$Area_{\Delta} = \frac{\sqrt{3}}{4}(10)^2 = 43.301$$

$$Area_{0} = \pi(3)^2 = 28.26$$

$$Area_{0-\Delta} = 15.041$$

2 - مثلث متساوي الاضلاع طول ضلعه 8cm وارتفاعه $\sqrt{48}$ جد نصف قطر التقريبي للدائرة المحيطة به.

نفرض أن $OD = x$

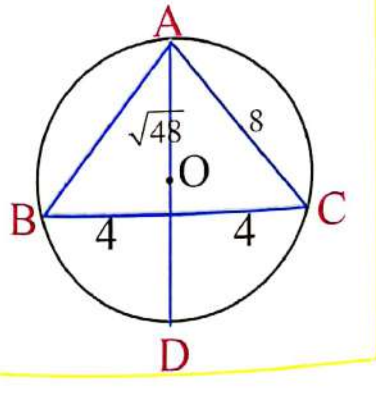
حسب مبرهنة القاطعين في دائرة فإن :

$\sqrt{48}x = 16$

$\Rightarrow x \approx 2.3$

$AD \approx 9.2$

$\Rightarrow AO \approx 4.1cm$



Scanned with CamScanner

الدرسُ 5-6 الزوايا والدائرة

نتاجات التعلّم	إيجاد قياس الزوايا المحيطية والمماسية والزوايا التي تتقاطع اضلاعها مع دائرة.
الموادُ والوسائل	مسطرة، منقلة، فرجال، ورقة عمل .

1 تهيئةٌ

اطلب الى الطلاب توقع نتاجات التعلم لهذا الدرس من خلال عنوان الدرس وناقشهم فيها ثم ثبتها على السبورة.

• هيىء الطلاب لفكرة الدرس من خلال الأنشطة الآتية: نظم الطلاب في مجموعات صغيرة وأعطِ كل مجموعة مسطرة، منقلة، فرجال، وورقة عمل.

• اطلب الى المجموعات رسم مثلث ودائرة تحيط بالمثلث في ورقة العمل ثم اطلب اليهم قياس زوايا المثلث.

• اسأل الطلاب :

• كم هو مجموع الزوايا التي قمت بقياسها؟ $180°$

• ماذا يمثل ضلع المثلث بالنسبة للدائرة ؟ وتر اذا لم يمر بمركز الدائرة وقطر اذا مر بمركز الدائرة.

• متى تتساوى اضلاع المثلث؟ عندما تتساوى قياسات زواياه الثلاثة ($60°$).

• قم بتسجيل نتائج المجموعات واعلان الفائز منها.

• ارسم على السبورة دائرة وحدد الزاوية المركزية وارسم زاوية ناتجة من تقاطع وترين ومقابلة للقوس الذي يقابل الزاوية المركزية وزاوية ناتجة من تقاطع مماسين:

• اسأل الطلاب :

• ماالفرق بين الزوايا الثلاثة ؟

• استمع إلى إجاباتهم وقل لهم إنهم سيدرسون في هذا الدرس كيفية قياس الزوايا المحيطية والزوايا المماسية.

2 شرحٌ وتفسير

وجه الطلاب الى فقرة تعلم واطلب إليهم قراءة المعلومة المعطاة وهيئهم للمثال (1) من خلال التقديم الذي يتبع فقرة تعلم .

• اسأل الطلاب : كم زاوية محيطية في الشكل المعطى للمثال (1)؟ 6

• قدم المثال (2) لتبين للطلاب كيفية حل المثال بأستخدام مبرهنة الزوايا المحيطية المواجهة للقوس نفسه والحالة الخاصة عندما تكون الزاوية قائمة.

• قدم المثال (3،4) لتبين للطلاب كيفية قياس الزاوية المماسية والزاوية الخارجية بأستخدام مبرهنة الزوايا المماسية و مبرهنة الزاوية الخارجية في دائرة.

قدم المثال (5) لتبين للطلاب كيفية قياس الزاوية الداخلية في دائرة باستعمال مبرهنة الزاوية الداخلية في دائرة.



الدرسُ [5-6] الزوايا والدائرة Angles and Circle

فكرة الدرس
• اجد قياس الزوايا المحيطية والمماسية.
• ايجاد قياسات زوايا تتقاطع اضلاعها مع دائرة.
المفردات
• الزاوية المحيطية.
• الزاوية المماسية.

يستعمل المفك كأداة لتثبيت البراغي او فتحها والفجوة في هذه الاداة تأخذ شكلاً سداسياً داخل اسطوانة معدنية.
وكل زاوية في الشكل السداسي تكون زاوية محيطية داخل الدائرة.

[5-6-1] الزاوية المحيطية Inscribed Angle

درست سابقاً تعريف القوس بدلالة الزاوية المركزية وكيفية قياس القوس وفي هذا الدرس ستتعرف الى:
الزاوية المحيطية: وهي الزاوية التي رأسها نقطة من نقاط الدائرة وضلعاها وتران في الدائرة .
وكذلك ستتعرف الى كيفية قياسها باستعمال القوس المواجه لها بواسطة المبرهنات الاتية وهي بدون برهان.

مبرهنة الزوايا المحيطية
قياس الزاوية المحيطية يساوي نصف قياس القوس المواجه لها.
$m\angle B = \frac{1}{2} m\widehat{AC}$

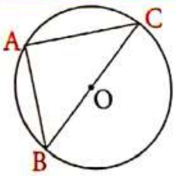
مثال (1) جد قياس الزوايا المحيطية التالية في الشكل المجاور.
i) $\angle D$
$m\angle D = \frac{1}{2} m\widehat{ECA}$
$= \frac{140}{2} = 70$
$m\angle D = 70°$
ii) $\angle BAD$
مبرهنة الزوايا المحيطية $m\angle BAD = \frac{1}{2} m\widehat{BD}$
$m\angle BED = \frac{1}{2} m\widehat{BD}$
بالتعويض $\therefore m\angle BED = m\angle BAD = 30°$

مبرهنة الزوايا المحيطية المواجهة للقوس نفسه
كل الزوايا المحيطية التي تواجه قوساً مشتركاً على الدائرة تتطابق.
$m\angle A \cong m\angle B \cong m\angle C \cong m\angle D = m\widehat{EF}$

هناك حالة خاصة للزاوية المحيطية عندما تكون زاوية قائمة:
• كل زاوية محيطية تواجه نصف دائرة تكون قائمة.
• كل زاوية محيطية تواجه قطراً تكون قائمة.
• كل زاوية محيطية قائمة تواجه قطراً.
$m\angle A = 90° \Rightarrow m\widehat{BC} = 90$

58

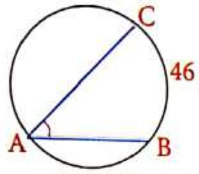
إعادة التعليم



1 - من الرسم اثبت ان المثلث قائم الزاوية.

بما ان الزاوية A تقابل قطر الدائرة لذلك

$$m\angle A = \frac{180}{2} = 90°$$

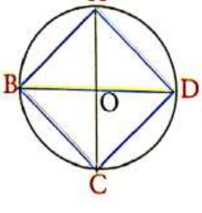


2 - من الرسم جد قياس الزاوية CAB .

من مبرهنة الزاوية المحيطية

$$m\angle A = \frac{1}{2} m\widehat{CB} = \frac{46}{2} = 23$$

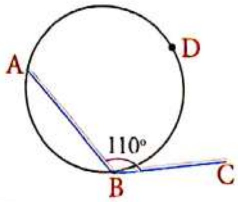
تدريبات



1 - اثبت ان ABCD شكل رباعي دائري باستعمال مبرهنة الرباعي.

بما ان مجموع كل زاويتين متقابلتين $180°$

فان الشكل رباعي دائري (المبرهنة).



2 - من الرسم جد طول القوس $\widehat{ADB}$.

من مبرهنة الزوايا المماسية :

$$m\angle B = \frac{1}{2} m\widehat{ADB}$$

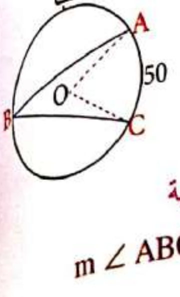
$$110 = \frac{1}{2} m\widehat{ADB}$$

$$\widehat{ADB} = 220$$

Scanned with CamScanner

أمثلة إضافية: قدم الامثلة الاضافية الآتية لتعزيز مفاهيم الدرس وهي مشابهة تماماً لأمثلة الدرس في كتاب الطالب

1 - من الرسم جد قياس الزاوية ABC.



بما أن طول القوس $AC = 50$

لذا الزاوية المركزية $m\angle AOC = 50°$

وبما أن الزاوية المحيطية هي نصف الزاوية المركزية المقابلة للقوس نفسه لذا $m\angle ABC = 25°$

تأكد من فهمك: اطلب الى الطلاب حل تدريبات تأكد من فهمك داخل الصف وراقب اجاباتهم .

يمكن تقديم صفحة إعادة التعليم المرافقة للطلاب الذين لم يتمكنوا من حل تدريبات تأكد من فهمك بشكل صحيح.

• اطلب إلى الطلاب حل التدريبات (7 ، 6 ، 3، 2) من صفحة تمرينات الدرس كواجب بيتي.

خطأ متوقع: قد يخطئ بعض الطلاب في التمييز بين الزوايا المحيطية وبين الزوايا المماسية .

٣- تدريب:

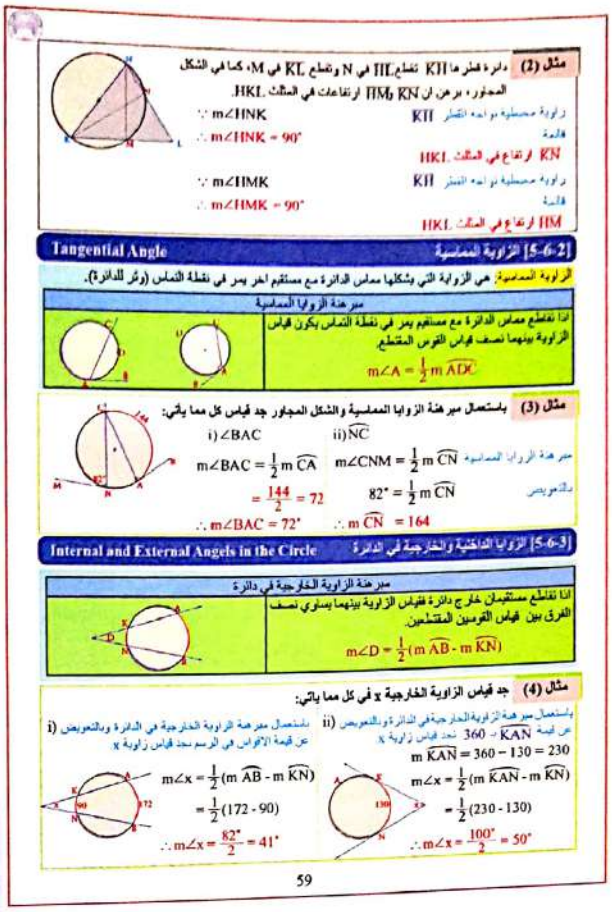
ناقش مع الطلاب الواجب البيتي وتحقق من قدرتهم على حل التمرينات وقدم صفحة إعادة التعليم للطلاب الذين لم يتمكنوا من حل الواجب البيتي.

تدرب وحل التمرينات: اطلب الى الطلاب حل تمرينات تدرب وحل التمرينات وتابع اجاباتهم .

السؤال (13-14) يتطلب الحل استعمال مبرهنة الزوايا الخارجية والزوايا الداخلية .

السؤال (15) يتطلب استعمال مبرهنة الرباعي الدائري

تدرب وحل مسائل حياتية : اطلب الى الطلاب حل المسائل الحياتية وتابع اجاباتهم .



مثال (2) دائرة قطرها $\overline{KH}$ تقطع $\overline{HL}$ في N وتقطع $\overline{KL}$ في M، كما في الشكل المجاور، برهن ان $\overline{KN}$ و $\overline{HM}$ ارتفاعات في المثلث HKL.

زاوية محيطية مواجهة القطر $\overline{KH}$ قائمة	$\because m\angle HNK$ $\therefore m\angle HNK = 90°$
$\overline{KN}$ ارتفاع في المثلث HKL	
زاوية محيطية مواجهة القطر $\overline{KH}$ قائمة	$\because m\angle HMK$ $\therefore m\angle HMK = 90°$
$\overline{HM}$ ارتفاع في المثلث HKL	

[5-6-2] الزاوية المماسية — Tangential Angle

الزاوية المماسية: هي الزاوية التي يشكلها مماس الدائرة مع مستقيم اخر يمر في نقطة التماس (وتر للدائرة).

مبرهنة الزوايا المماسية: اذا تقاطع مماس الدائرة مع مستقيم يمر في نقطة التماس يكون قياس الزاوية بينهما نصف قياس القوس المقتطع.

$$m\angle A = \frac{1}{2} m\widehat{ADC}$$

مثال (3) باستعمال مبرهنة الزوايا المماسية والشكل المجاور جد قياس كل مما يأتي:

i) $\angle BAC$

$m\angle BAC = \frac{1}{2} m\widehat{CA} = \frac{144}{2} = 72$

$\therefore m\angle BAC = 72°$

ii) $\widehat{NC}$

مبرهنة الزوايا المماسية $m\angle CNM = \frac{1}{2} m\widehat{CN}$

بالتعويض $82° = \frac{1}{2} m\widehat{CN}$

$\therefore m\widehat{CN} = 164$

[5-6-3] الزوايا الداخلية والخارجية في الدائرة — Internal and External Angels in the Circle

مبرهنة الزاوية الخارجية في دائرة: اذا تقاطع مستقيمان خارج دائرة فقياس الزاوية بينهما يساوي نصف الفرق بين قياس القوسين المقتطعين.

$$m\angle D = \frac{1}{2}(m\widehat{AB} - m\widehat{KN})$$

مثال (4) جد قياس الزاوية الخارجية x في كل مما يأتي:

i) باستعمال مبرهنة الزاوية الخارجية في الدائرة والتعويض عن قيمة الاقواس في الرسم نجد قياس زاوية x

$m\angle x = \frac{1}{2}(m\widehat{AB} - m\widehat{KN}) = \frac{1}{2}(172 - 90)$

$\therefore m\angle x = \frac{82°}{2} = 41°$

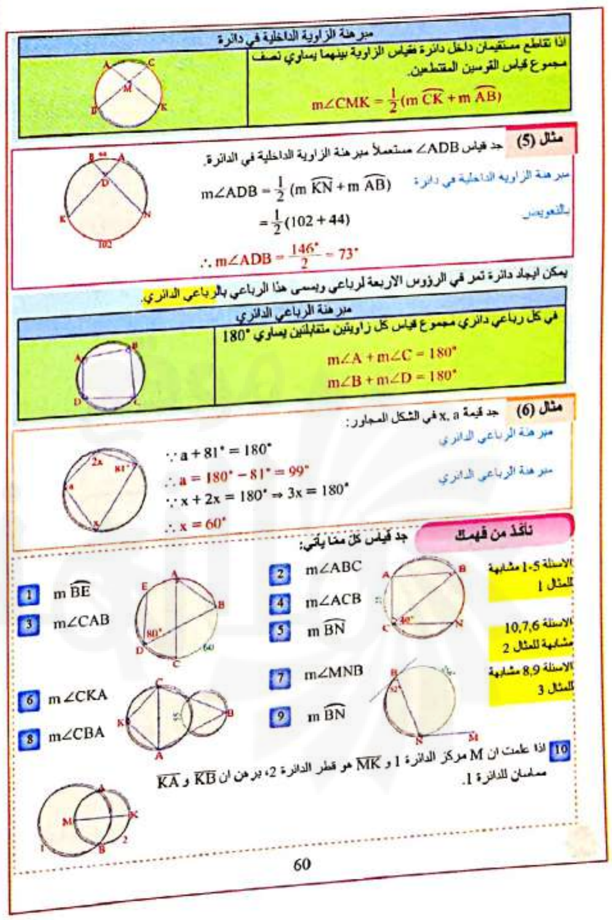
ii) باستعمال مبرهنة الزاوية الخارجية في الدائرة والتعويض عن قيمة $360 - \widehat{KAN}$ نجد قياس زاوية x

$m\widehat{KAN} = 360 - 130 = 230$

$m\angle x = \frac{1}{2}(m\widehat{KAN} - m\widehat{KN}) = \frac{1}{2}(230 - 130)$

$\therefore m\angle x = \frac{100°}{2} = 50°$

59



مبرهنة الزاوية الداخلية في دائرة: اذا تقاطع مستقيمان داخل دائرة فقياس الزاوية بينهما يساوي نصف مجموع قياس القوسين المقتطعين.

$$m\angle CMK = \frac{1}{2}(m\widehat{CK} + m\widehat{AB})$$

مثال (5) جد قياس $\angle ADB$ مستعملاً مبرهنة الزاوية الداخلية في الدائرة.

مبرهنة الزاوية الداخلية في دائرة $m\angle ADB = \frac{1}{2}(m\widehat{KN} + m\widehat{AB})$

بالتعويض $= \frac{1}{2}(102 + 44)$

$\therefore m\angle ADB = \frac{146°}{2} = 73°$

يمكن ايجاد دائرة تمر في الرؤوس الاربعة لرباعي ويسمى هذا الرباعي بالرباعي الدائري.

مبرهنة الرباعي الدائري: في كل رباعي دائري مجموع قياس كل زاويتين متقابلتين يساوي 180°

$m\angle A + m\angle C = 180°$

$m\angle B + m\angle D = 180°$

مثال (6) جد قيمة x, a في الشكل المجاور:

مبرهنة الرباعي الدائري $\because a + 81° = 180°$

$\therefore a = 180° - 81° = 99°$

مبرهنة الرباعي الدائري $\because x + 2x = 180° \Rightarrow 3x = 180°$

$\therefore x = 60°$

تأكد من فهمك جد قياس كل مما يأتي:

الاسئلة 1-5 مشابهة للمثال 1

1 $m\widehat{BE}$ 2 $m\angle ABC$ 3 $m\angle CAB$ 4 $m\angle ACB$ 5 $m\widehat{BN}$

الاسئلة 10,7,6 مشابهة للمثال 2

الاسئلة 8,9 مشابهة للمثال 3

6 $m\angle CKA$ 7 $m\angle MNB$ 8 $m\angle CBA$ 9 $m\widehat{BN}$

10 اذا علمت ان M مركز الدائرة 1 و $\overline{MK}$ هو قطر الدائرة 2، برهن ان $\overline{KB}$ و $\overline{KA}$ مماسان للدائرة 1.

60

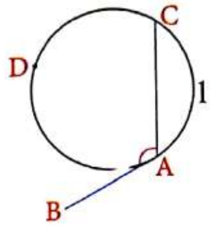
Scanned with CamScanner

فكّر: اطلب الى الطلاب حل أسئلة فكر ، وقد يحتاج الطلاب ذوو المستوى الضعيف الى استعمال اشكال ورقية وتذكير بالقوانين
• السؤال (22) يتطلب معرفة ان طول قوس الدائرة 360
أكتب: اطلب الى الطلاب حل سؤال أكتب وتابع إجاباتهم .

4 تقويم

استعمل المسألة الآتية كتقويم ختامي للطلاب قبل انتهاء الدرس.

من الرسم جد قياس الزاوية A .



$$m\angle \widehat{ADC} = 360 - 120 = 240$$

من مبرهنة الزاوية المماسية

$$m\angle A = \frac{1}{2} m\widehat{ADC}$$

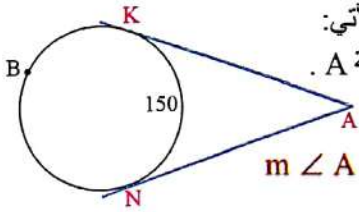
$$= \frac{1}{2}(240) = 120^\circ$$

5 توسعة

يمكنك قدّم تدريبات اثرائية للطلاب من خلال صفحة الإثراء المرفقة وتابعهم وقدم لهم المساعدة في أثناء الحل.

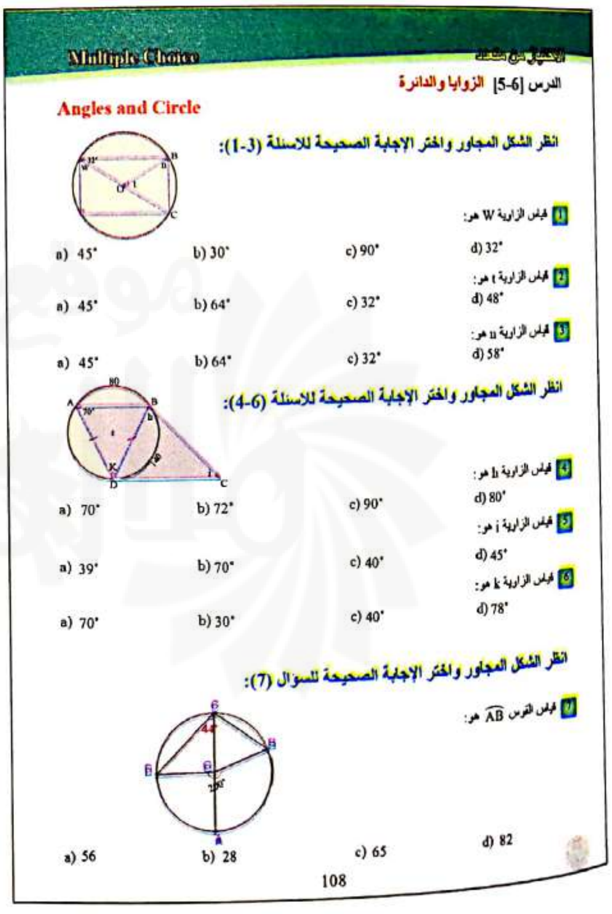
اطلب إليهم حل السوال الآتي:

من الرسم جد قياس الزاوية A .



$$m\angle A = \frac{1}{2}(m\widehat{KBN} - m\widehat{KN})$$

$$= \frac{1}{2}(210 - 150) \quad = 30 = \frac{60}{2}$$



Multiple Choice

الدرس [6-5] الزوايا والدائرة

Angles and Circle

انظر الشكل المجاور واختر الإجابة الصحيحة للاسئلة (1-3):

1 قياس الزاوية W هو:

a) 45° b) 30° c) 90° d) 32°

2 قياس الزاوية t هو:

a) 45° b) 64° c) 32° d) 48°

3 قياس الزاوية u هو:

a) 45° b) 64° c) 32° d) 58°

انظر الشكل المجاور واختر الإجابة الصحيحة للاسئلة (4-6):

4 قياس الزاوية h هو:

a) 70° b) 72° c) 90° d) 80°

5 قياس الزاوية i هو:

a) 39° b) 70° c) 40° d) 45°

6 قياس الزاوية k هو:

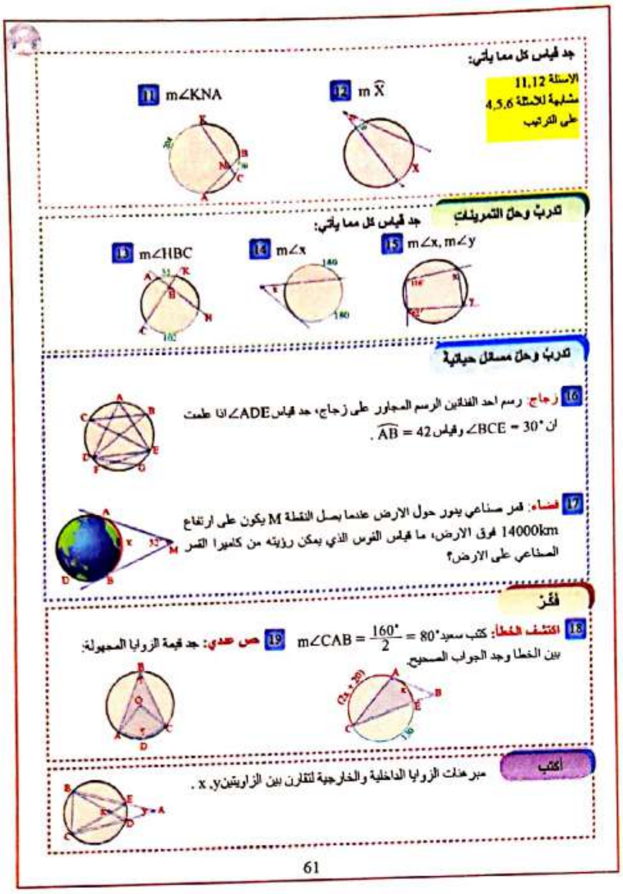
a) 70° b) 30° c) 40° d) 78°

انظر الشكل المجاور واختر الإجابة الصحيحة للسوال (7):

7 قياس القوس $\widehat{AB}$ هو:

a) 56 b) 28 c) 65 d) 82

108



جد قياس كل مما يأتي:

الاسئلة 11,12 مشابهة للاسئلة 4,5,6 على الترتيب

11 $m\angle KNA$ 12 $m\widehat{X}$

تدربْ وحلّ التمرينات

جد قياس كل مما يأتي:

13 $m\angle HBC$ 14 $m\angle x$ 15 $m\angle x, m\angle y$

تدربْ وحلّ مسائل حياتية

16 زجاج: رسم احد الفنانين الرسم المجاور على زجاج، جد قياس ∠ADE اذا علمت ان $\angle BCE = 30^\circ$ وقياس $\widehat{AB} = 42$.

17 فضاء: قمر صناعي يدور حول الارض عندما يصل النقطة M يكون على ارتفاع 14000km فوق الارض، ما قياس القوس الذي يمكن رؤيته من كاميرا القمر الصناعي على الارض؟

فكّر

18 اكتشف الخطأ: كتب سعيد $m\angle CAB = \frac{160^\circ}{2} = 80^\circ$ بين الخطا وجد الجواب الصحيح.

19 حس عددي: جد قيمة الزوايا المجهولة.

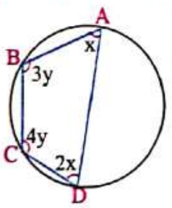
أكتب

مبرهنات الزوايا الداخلية والخارجية لتقارن بين الزاويتين y, x .

61

الإثراء

1 - من الرسم جد قيمة x،y . باستعمال مبرهنة الرباعي الدائري



فان $2x+3y=180$ ، $x+4y=180$

من مبرهنة الرباعي الدائري نحصل على:

$$2x + 3y = 180 \; ......(1)$$

$$x + 4y = 180 \; ......(2)$$

نضرب المعادلة (2) في 2 فنحصل على :

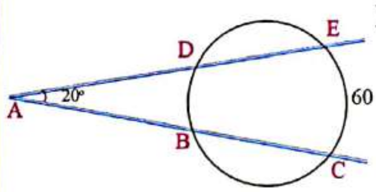
$$2x + 8y = 360$$

$$\mp 2x \mp 3y = \mp 180 \quad \text{بالطرح}$$

$$5y = 180 \Rightarrow y = 36^\circ$$

نعوض لايجاد قيمة x $\quad x = 180 - 144 = 36^\circ$

2 - من الرسم جد $\widehat{DB}$



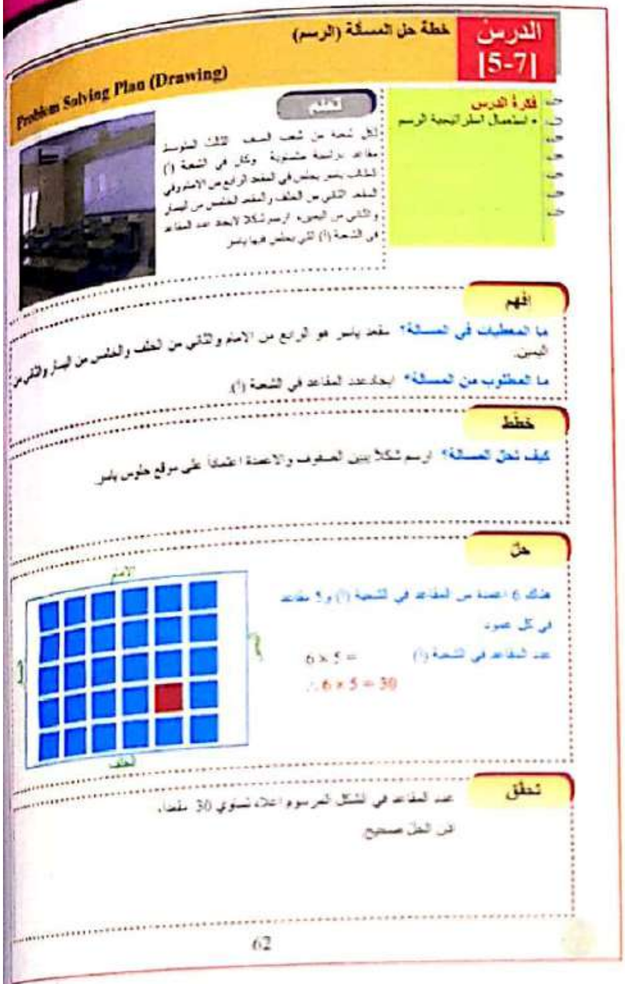
من مبرهنة الزاوية الخارجية :

$$m\angle A = \frac{1}{2}(m\widehat{EC} - m\widehat{DB})$$

$$20 = \frac{1}{2}(60 - m\widehat{DB})$$

طول القوس $\quad m\widehat{DB} = \frac{120 - 20}{2} = 50$

Scanned with CamScanner



نتاجات التعلم : استعمل الرسم لحل المسألة.

المواد والوسائل: مسطرة ، فرجال ، منقلة وورقة عمل.

1 - تهيئة: اطلب الى الطلاب توقع نتاجات التعلم لهذا الدرس من خلال عنوان الدرس وناقشهم فيها ثم ثبتها على السبورة.

• هيىء الطلاب لفكرة الدرس من خلال الأنشطة الآتية: نظم الطلاب في مجموعات صغيرة وأعطِ كل مجموعة مسطرة وفرجال ومنقلة وورقة عمل .

• اطلب الى المجموعات رسم مثلث متساوي الاضلاع، في ورقة العمل طول ضلعه 10cm يحيط بدائرة مركزها نقطة التقاء محاور المثلث.

• اسأل الطلاب :

• كيف تتحقق من صحة مبرهنة الزاوية الخارجية في دائرة بالرسم ؟

كل زاوية من زوايا المثلث تساوي $60°$ وبما ان المثلث متساوي الاضلاع فان كل زاوية من زوايا المثلث يجب ان تقابل ثلث قوس الدائرة اي ان القوس المقابل لاي زاوية يجب ان يساوي $120°$

قم بتسجيل نتائج المجموعات واعلان الفائز منها.

2 - شرح وتفسير :

افهم :

• أرشد الطلاب الى المعطيات والمطلوب في المسألة .

• اطلب الى الطلاب تحويط المعطيات ، ووضع خط تحت المطلوب .

سلسلة الناجح في الرياضيات

خطط :

ناقش الطلاب في الطريقة المناسبة لحل هذه المسألة واستمع إلى مقترحاتهم .

• بيّن للطلاب أن حل المسألة باستعمال الرسم هي الطريقة الأنسب للحل.

حل :

• قمْ بحل المسألة على وفق خطة الرسم ، وقدم الأسئلة الآتية للتلاميذ في أثناء الشرح لتوجيه انتباههم .

• كم عدد اعمدة المقاعد ؟ 6

• كم مقعد في كل عمود ؟ 5

• كم عدد المقاعد الكلية ؟ 30

Scanned with CamScanner


Problems **مسـائل**

حل المسائل التالية باستراتيجية (تحديد معقولية الإجابة):

1 مسرح قسم على عدة أقسام، جلس انمار في الصف الرابع من الامام وفي الصف السادس من الخلف وكان مقعده الثاني من جهة اليسار والسادس من جهة اليمين، فما عدد المقاعد في هذا القسم من المسرح؟

2 خزان ماء سعته 500 لتراً يُصب فيه ماء بمقدار 80 لتراً كل 6 دقائق، ما عدد الدقائق اللازمة لملء الخزان؟

3 تم تشكيل هرم رباعي القاعدة باستعمال كرات صغيرة كما في الشكل المجاور، اذا كان الهرم مكوناً من اربع طبقات، ماعدد كرات الهرم؟

4 يستغرق قص قطعة من الخشب الى 5 قطع متساوية 20 دقيقة، ما الزمن اللازم لقص قطعة اخرى مشابهة الى 3 قطع متساوية؟

63

تحقق :

- كيف اتحقق من صحة الحل ؟ استمع الى تبريرات الطلاب.
- وجه الطلاب الى استعمال عملية الضرب للتاكد من صحة الحل .
- اطلب الى الطلاب حل المسائل (4،3،1) من من صفحة مسائل الدرس كواجب بيتي.

خطأٌ متوقعٌ: قد يظن بعض الطلاب ان هناك اختلافاً في الارقام بين الحل بالرسم والحل باستعمال القوانين، فوجهم الى ان الحل بالرسم غالبا ماتكون النتائج تقريبية اذا كان الرسم غير دقيق.

سلسلة الناجح في الرياضيات

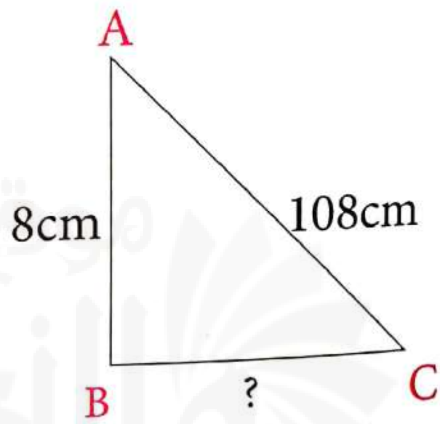
3 - تدريب:

ناقش مع الطلاب الواجب البيتي وتحقق من قدرتهم على حل المسائل .

اقرأ المسائل امام الطلاب واطلب اليهم حلها وتابع اجاباتهم .

4 - تقويم :

استعمل المسألة الآتية كتقويم ختامي للطلاب قبل انتهاء الدرس .



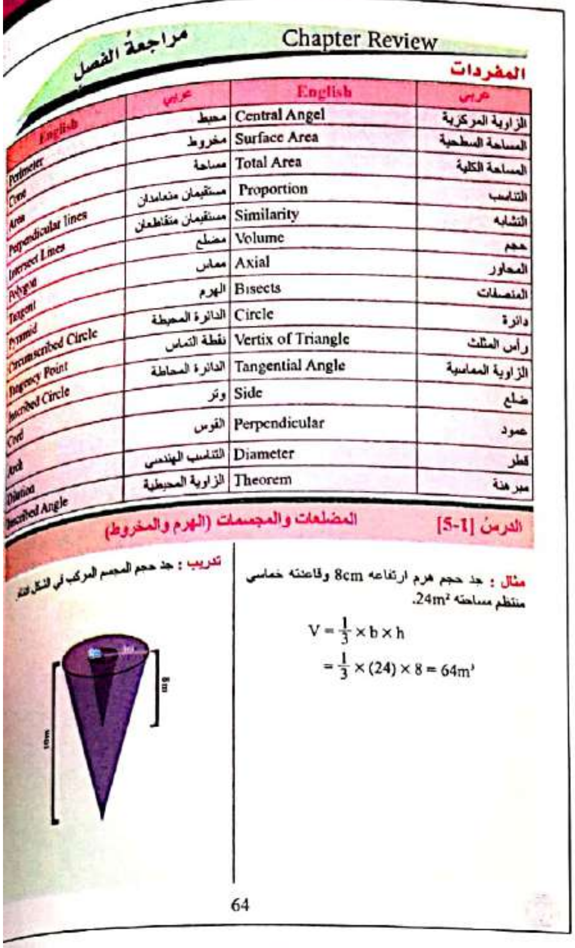
مثلث ABC قائم الزاوية في B طول الوتر 10cm وارتفاعه 8cm جد طول القاعدة باستعمال الرسم ثم تحقق من الحل باستعمال مبرهنة فيثاغورس.

$$BC = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6\text{cm}$$

Scanned with CamScanner

مراجعة الفصل

- استعمل مراجعة الفصل للتأكد من امتلاك الطلاب المهارات اللازمة لحل التمرينات .
- قدم المثال لكل درس واطلب الى الطلاب حل التدريب وتابع إجابتهم ؟



مراجعة الفصل Chapter Review

المفردات

عربي	English	عربي	English
الزاوية المركزية	Central Angel	محيط	Perimeter
المساحة السطحية	Surface Area	مخروط	Cone
المساحة الكلية	Total Area	مساحة	Area
التناسب	Proportion	مستقيمان متعامدان	Perpendicular lines
التشابه	Similarity	مستقيمان متقاطعان	Intersect Lines
حجم	Volume	مضلع	Polygon
المحاور	Axial	مماس	Tangent
المنصفات	Bisects	الهرم	Pyramid
دائرة	Circle	الدائرة المحيطة	Circumscribed Circle
رأس المثلث	Vertix of Triangle	نقطة التماس	Tangency Point
الزاوية المماسية	Tangential Angle	الدائرة المحاطة	Inscribed Circle
ضلع	Side	وتر	Chord
عمود	Perpendicular	القوس	Arch
قطر	Diameter	التناسب الهندسي	Dilation
مبرهنة	Theorem	الزاوية المحيطية	Inscribed Angle

الدرس [5-1] المضلعات والمجسمات (الهرم والمخروط)

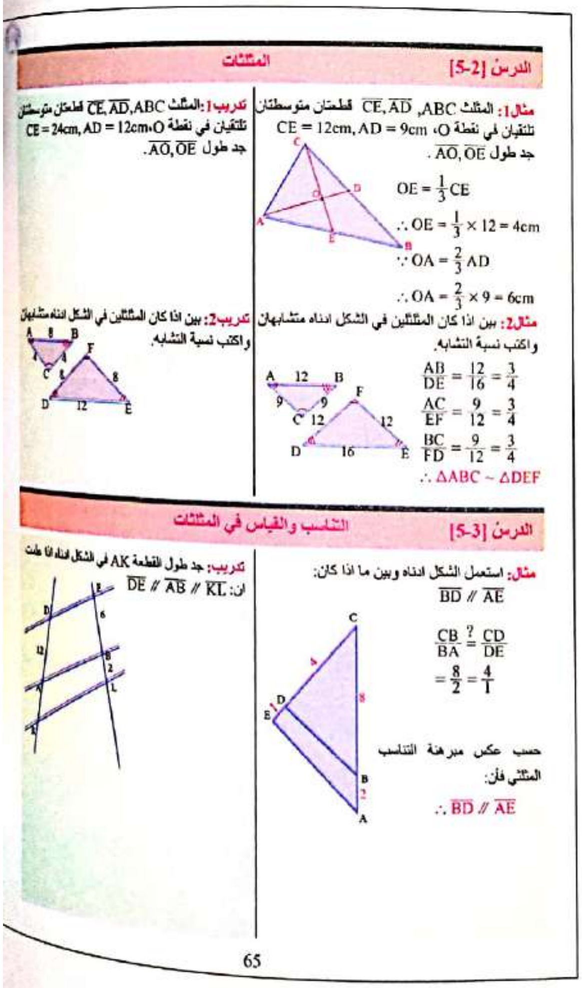
مثال : جد حجم هرم ارتفاعه 8cm وقاعدته خماسي منتظم مساحته $24m^2$.

$V = \frac{1}{3} \times b \times h$

$= \frac{1}{3} \times (24) \times 8 = 64m^3$

تدريب : جد حجم المجسم المركب في الشكل ادناه

64



الدرس [5-2] المثلثات

مثال 1: المثلث ABC، $\overline{CE}, \overline{AD}$ قطعتان متوسطتان تلتقيان في نقطة O، CE = 12cm, AD = 9cm جد طول $\overline{AO}, \overline{OE}$.

$OE = \frac{1}{3} CE$

$\therefore OE = \frac{1}{3} \times 12 = 4cm$

$\because OA = \frac{2}{3} AD$

$\therefore OA = \frac{2}{3} \times 9 = 6cm$

تدريب 1: المثلث ABC، $\overline{CE}, \overline{AD}$ قطعتان متوسطتان تلتقيان في نقطة O، CE = 24cm, AD = 12cm جد طول $\overline{AO}, \overline{OE}$.

مثال 2: بين اذا كان المثلثين في الشكل ادناه متشابهان واكتب نسبة التشابه.

$\frac{AB}{DE} = \frac{12}{16} = \frac{3}{4}$

$\frac{AC}{EF} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$

$\frac{BC}{FD} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4}$

$\therefore \Delta ABC \sim \Delta DEF$

تدريب 2: بين اذا كان المثلثين في الشكل ادناه متشابهان واكتب نسبة التشابه.

الدرس [5-3] التناسب والقياس في المثلثات

مثال: استعمل الشكل ادناه وبين ما اذا كان: $\overline{BD} \parallel \overline{AE}$

$\frac{CB}{BA} \stackrel{?}{=} \frac{CD}{DE}$

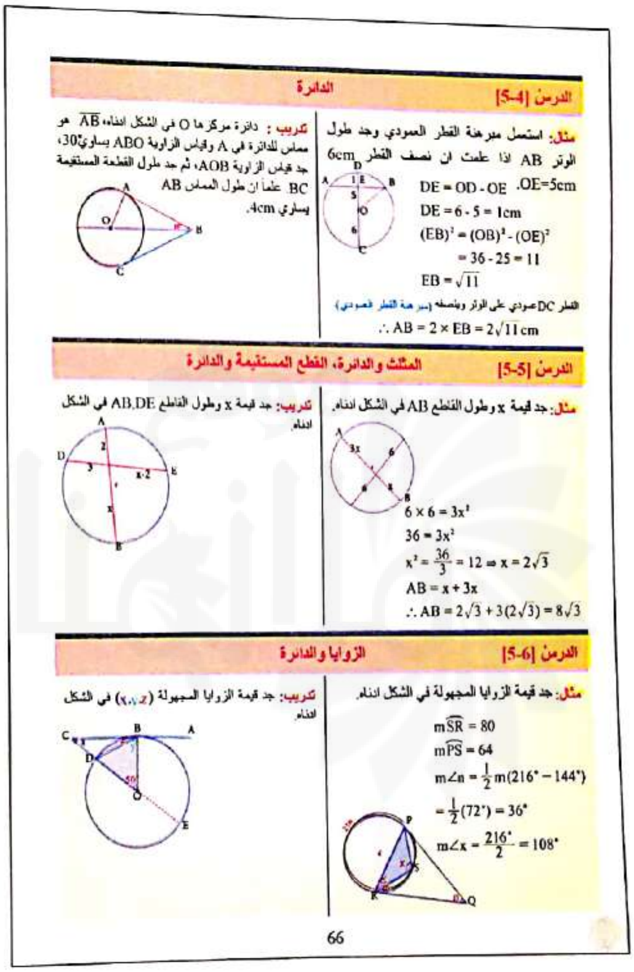
$= \frac{8}{2} = \frac{4}{1}$

حسب عكس مبرهنة التناسب المثلثي فأن:

$\therefore \overline{BD} \parallel \overline{AE}$

تدريب: جد طول القطعة AK في الشكل ادناه اذا علمت ان: $\overline{DE} \parallel \overline{AB} \parallel \overline{KL}$

65



الدرس [5-4] الدائرة

مثال: استعمل مبرهنة القطر العمودي وجد طول الوتر AB اذا علمت ان نصف القطر 6cm، OE=5cm.

$DE = OD - OE$

$DE = 6 - 5 = 1cm$

$(EB)^2 = (OB)^2 - (OE)^2$

$= 36 - 25 = 11$

$EB = \sqrt{11}$

القطر DC عمودي على الوتر وينصفه (مبرهنة القطر العمودي)

$\therefore AB = 2 \times EB = 2\sqrt{11} cm$

تدريب : دائرة مركزها O في الشكل ادناه، $\overline{AB}$ هو مماس للدائرة في A وقياس الزاوية ABO يساوي 30°، جد قياس الزاوية AOB، ثم جد طول القطعة المستقيمة BC علماً ان طول المماس AB يساوي 4cm.

الدرس [5-5] المثلث والدائرة، القطع المستقيمة والدائرة

مثال: جد قيمة x وطول القاطع AB في الشكل ادناه.

$6 \times 6 = 3x^2$

$36 = 3x^2$

$x^2 = \frac{36}{3} = 12 \Rightarrow x = 2\sqrt{3}$

$AB = x + 3x$

$\therefore AB = 2\sqrt{3} + 3(2\sqrt{3}) = 8\sqrt{3}$

تدريب: جد قيمة x وطول القاطع AB,DE في الشكل ادناه.

الدرس [5-6] الزوايا والدائرة

مثال: جد قيمة الزوايا المجهولة في الشكل ادناه.

$m\widehat{SR} = 80$

$m\widehat{PS} = 64$

$m\angle n = \frac{1}{2} m(216^\circ - 144^\circ)$

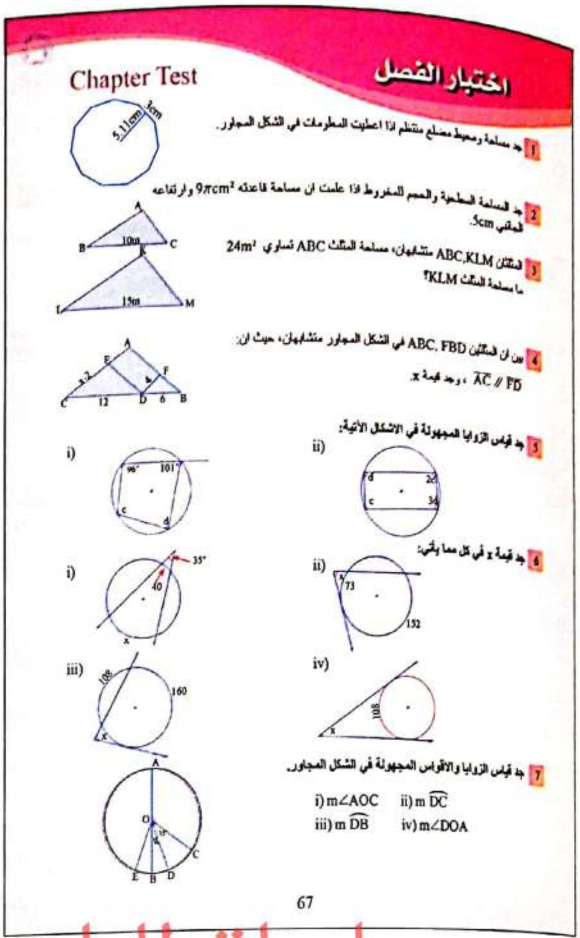
$= \frac{1}{2}(72^\circ) = 36^\circ$

$m\angle x = \frac{216^\circ}{2} = 108^\circ$

تدريب: جد قيمة الزوايا المجهولة (x, y, z) في الشكل ادناه

66

Scanned with CamScanner



اختبار الفصل Chapter Test

1 جد مساحة ومحيط مضلع منتظم اذا اعطيت المعلومات في الشكل المجاور.

2 جد المساحة السطحية والحجم للمخروط اذا علمت ان مساحة قاعدته $9\pi cm^2$ وارتفاعه المائل 5cm.

3 المثلثان ABC,KLM متشابهان، مساحة المثلث ABC تساوي $24m^2$ ما مساحة المثلث KLM؟

4 بين ان المثلثين ABC, FBD في الشكل المجاور متشابهان، حيث ان: $\overline{AC} \parallel \overline{FD}$ ، وجد قيمة x.

5 جد قياس الزوايا المجهولة في الاشكال الآتية:

i) ii)

6 جد قيمة x في كل مما يأتي:

i) ii) iii) iv)

7 جد قياس الزوايا والاقواس المجهولة في الشكل المجاور.

i) $m\angle AOC$ ii) $m\widehat{DC}$
iii) $m\widehat{DB}$ iv) $m\angle DOA$

67

- يهدف اختبار الفصل للتأكد من إتقان الطلاب لأفكار الفصل وملاحظة مواطن الخلل لديهم.
- يمكنك الإستعانة بالجدول الآتي لمعالجة أخطاء الطلاب.

سلسلة الناجح في الرياضيات

السؤال	الخطأ	المعالجة
1-2	لا يستطيع بعض الطلاب التمييز بين قوانين المحيط والمساحة للمضلعات والمجسمات .	تدريبات إعادة التعليم للدرس ١
3	لا يتمكن بعض الطلاب من التمييز بين تشابه المثلثين وتطابق المثلثين .	تدريبات إعادة التعليم للدرس ٢
4	قد يخطئ بعض الطلاب في ايجاد النسبة بين المثلثين المتشابهين مستعملا الاضلاع غير المتناضرة .	تدريبات إعادة التعليم للدرس ٣
5-7	لا يستطيع بعض الطلاب حساب قيم أو أطوال الأقواس في السؤال	تدريبات إعادة التعليم للدرس ٤

Scanned with CamScanner

مخطط الفصل :

الدرس	النتاجات التعليمية	المفردات	الخطة الزمنية	المواد والوسائل
التمهيد للفصل الاختبار القبلي			حصة واحدة	
1 تصميم دراسة مسحية وتحليل نتائجها	تصميم دراسة مسحية تحليل النتائج	- دراسة مسحية - المجتمع - العينة	3 حصصٍ	ورقة عملٍ
2 البيانات والاحصاءات المضللة	تمييز البيانات المظللة والاحصاءات المضللة	- البيانات المظللة - الاحصاءات المضللة	3 حصصٍ	ورقة عملٍ
3 التباديل والتوافيق	تعرف مفهوم العدد الصحيح غير السالب وتعرف مفهوم التباديل والتوافيق	- مضروب العدد -التباديل التوافيق - فضاء العينة	3 حصصٍ	
4 الاحتمال التجريبي والاحتمال النظري	حساب الاحتمال التجريبي والاحتمال النظري	- الاحتمال التجريبي - الاحتمال النظري - فضاء العينة	3 حصصٍ	ورقة عملٍ
5 الاحداث المركبة	حساب احتمال الاحداث المستقلة والاحداث المترابطة	- الاحداث المستقلة -الاحداث المترابطة	3 حصصٍ	ورقة عملٍ
6 خطة حل المسألة (انشيء نمونجاً)	احل مسالة باستعمال خطة (انشيء نموذج)		حصتانِ	مكعبات ملونة
مراجعةُ الفصلِ			حصةٌ واحدةٌ	
اختبارُ الفصلِ			حصةٌ واحدةٌ	

Scanned with CamScanner

مصفوفة المدى والتتابع لمحتوى الفصلُ

•تَعلم الطالبُ سابقاً ايجاد مقاييس النزعة المركزية والمدى وتمثيل البيانات لبيان الشاربين وبيان الشاربين المزدوج وتعرف التجربة العشوائية والاحداث والاحتمالات وتعرف الاحتمال التجريبي والاحتمال النظري . وسوف يطور التلاميذ معلوماتهم من خلال تصميم دراسة مسحية وتحليل نتائجها ودراسة البيانات والأحصاءات المضللة ودراسة التباديل والتوافيق وتعلم الاحتمال التجريبي والاحتمال النظري ودراسة الأحداث المركبة .

سلسلة الناجح في الرياضيات

الترابط الرأسي

الدروس التي تَعَلَّمَها سابقاً

- مقاييس النزعة المركزية والمدى .
- تمثيل البيانات ببيان الشاربين وبيان الشاربين المزدوج .
- التجربة العشوائية .
- الاحداث .
- الاحتمالات .
- الاحتمال التجريبي والاحتمال النظري .
- المقارنه بين الاحتمالات .

الدروس التي سيتَعَلَّمَها في هذا الفصل

- تصميم دراسة مسحية وتحليل نتائجها .
- البيانات والاحصاءات المضللة .
- التباديل والتوافيق .
- الاحتمال التجريبي والاحتمال النظري .
- الاحداث المركبة .
- خطة حل المسألة (انشيء نموذجاً).

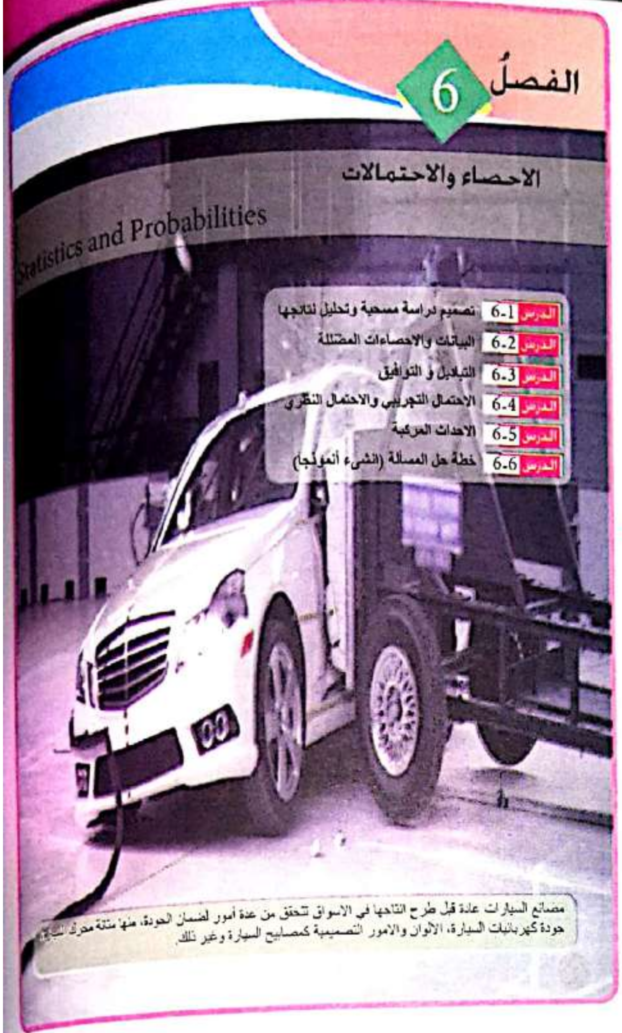
المفرداتُ

- دراسة مسحية : دراسة تجرى لمعرفة نتائج تجربة معينة .
- البيانات المضللة : البيانات التي تعرض الحقائق بشكل مضلل.
- التباديل: اختيار الأشياء بترتيب معين .
- التوافيق :اختيار الأشياء دون ترتيب .
- الاحتمال التجريبي :إيجاد نتائج التجربة من عدد المرات التي يتحقق فيها الحدث
- الاحتمال النظري:إيجاد نتائج التجربة دون الحاجة الى إجرائها.
- الاحداث المستقلة:هي أحداث حدوث أحدها لايعتمد على حدوث الأحداث الآخرى .
- الاحداث المترابطة:هي أحداث حدوث أحدها يعتمد على حدوث الأحداث الآخرى السابقة له .
- فضاء العينة : هو مجموعة النتائج الممكنة
- التجربة : نشاط تراقب فيه النتائج.

Scanned with CamScanner

الفصْلُ الأحصاء الأحتمالات

6



التمهيدُ للفصْلِ

• وجه الطلاب الى صفحة الفصل ثم اطلب اليهم ملاحظة الصورة وناقشهم في المعلومة المعطاة في الموضوع .

• اسأل الطلاب : ماالذي يمكن تحديده من خلال البيانات المذكورة؟

يتم تحديد متانة السيارة وكفاءتها .

هل يمكن فحص جميع السيارات واعدادها قد تكون بمئات الالاف؟

كلا .

اذن كيف يكون الفحص ؟ يختار عدد من السيارات لاجراء الفحص عليها .

• بيّن للطلاب ان المجموعة التي يتم تختارها تسمى عينة وهي جزء من المجموعة الاصلية وان تحديد الامور التي تفحص لتحديد ضمان الجودة تسمى دراسة مسحية .

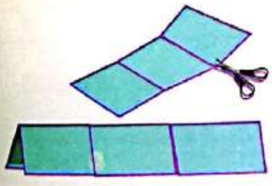
• استمع إلى إجابات بعض الطلاب .

• بين للطلاب بانهم سيدرسون في هذا الفصل :

تصميم دراسة مسحية وتحليل نتائجها ، البيانات والأحصاءات المضللة ، التباديل والتوافيق ، الاحتمال التجريبي والاحتمال النظري ، الاحداث المركبة ، حل المسائل الحياتية بإستعمال خطة انشاء نموذج .

مطويات : منظِّم أفكارٍ

عمل مطويةٍ لسانيةٍ ثلاثيةٍ :



1- قم بطيّ ورقه قياس 28 سم × 22 سم مثل شُطيرةِ النقانق .

2- اجعل الورقة بوضعها الأفقي ، بحيث يكون خطُّ الطيّ إلى أعلى ، وحدد منتصف خطّ الطي،ثمّ قم بطيّ الطرف الأيمن منها لتصل حافتها إلى منتصف خطّ الطيّ.

3- قم بطيّ الطرف الأيسر لتصل حافته إلى منتصف خط الطيّ لتصبح المطوية من ثلاث طياتٍ/طبقاتٍ .

4- افتح المطوية وارفع إحدى الطيات ،وقم بقصها على طول الأخدودين الناتجين عن الخطوتين 2،3 بحيث يتشكل ثلاثة ألسن يمكن رفعُها إلى الأعلى .

استعمال المطويةِ

يكتبُ عنوان الفصل على صفحةِ الغلافِ ، ثم عناوين الدروس على الجهةِ الخارجية لكلّ صفحة لسانٍ ، وكلُّ صفحةٍ داخليةٍ تقسم على ثلاثة اقسام .القسم الأول يكتبُ فيه فكرةُ الدرس والمفردات ، والقسم الثاني يكتب فيه مفاهيم الدرسِ والقسم الثالث للأمثلةِ .

Scanned with CamScanner

الاختبارُ القبليُّ

جد الوسط الحسابي و الوسيط و المنوال والمدى لكل مما يأتي :

1) 9,6,8,5,5,8,7,6,9,7

2) 20,17,42,26,27,12,13

3) 8,7,5,8,2,8,9,1,4,3,3,5

4) مثل البيانات التالية بالنقاط ثم جد الوسط الحسابي والوسيط و المنوال والمدى:

0,2,5,3,1,4,5,3,4,3

اكتب كل كسر كنسبة مئوية:

8) $\frac{3}{25}$ 7) $\frac{27}{100}$ 6) $\frac{13}{20}$ 5) $\frac{1}{4}$

9) صندوق فيه 5 كرات حمر، 3 كرات بيض، جد احتمال سحب.

i) كرة حمراء واحدة.

ii) كرة بيضاء بعد اعادة الكرة الحمراء الى الصندوق.

iii) كرة بيضاء في حالة عدم اعادة الكرة الحمراء الى الصندوق.

10) a, b حدثان متتامان، جد:

i) $P(a)$ اذا كان $P(b) = \frac{2}{7}$

ii) $P(a), P(b)$ اذا كان $P(a)$ ثلاثة امثال $P(b)$.

حدد ان كان الحدثان مستقلين او مترابطين .

11) ظهور كتابة بعد رمي قطعة نقود و ظهور الصورة بعد الرمية الثانية.

12) سحب كرة صفراء، ثم كرة الحمراء من دون اعادة، من كيس فيه 3 كرات صفر، 5 كرات حمر.

13) ظهور العدد 5 بعد رمي حجر النرد وظهور العدد 6 بعد رمية النرد الثانية.

14) سحب بطاقة عليها اسم جمانة من كيس دون اعادتها، ثم سحب بطاقة عليها اسم سالي من الكيس نفسه.



15) وقوف مؤشر القرص على العدد 3، وظهور العدد 3 عند رمي حجر النرد مرة واحدة.

16) ثلاث بطاقات تحمل الاحرف A B C بكم طريقة يمكن ترتيب البطاقات على خط مستقيم.

69

التقويمُ التشخيصِيّ:

- استعمل الاختبار القبلي للتحقق من امتلاك الطلاب المعرفة السابقة واللازمة لدراسة هذا الفصل وهي:

ايجاد مقاييس النزعة المركزية (الوسط الحسابي والوسيط والمنوال) والمدى ، تمثيل البيانات بالنقاط ، ايجاد النسبة المئوية، الاحتمال ، الاحداث المترابطة والاحداث المستقلة .

المعالجة:

عالج احتياجات الطلاب بشكل فردي قبل البدء بتدريس الفصل وذلك بالاعتماد على نتائج الاختبار القبلي، ويمكنك معالجة الخلل لدى الطلاب بالاستعانة بالجدول التالي الذي يقترح معالجة مناسبة لكل مجموعة من الأسئلة تحتوي على الفكرة نفسها.

السؤال	الخطأ	المعالجة
1-3	لايستطيع بعض الطلبة ايجاد الوسط الحسابي والوسيط والمنوال والمدى .	تذكير الطلاب بالمفاهيم المذكورة .
4	يخطئ الطلاب في التمثيل بالنقاط وايجاد مقاييس النزعة المركزية والمدى لها .	تذكير الطلاب كيفية تمثيل البيانات بالنقاط وايجاد مقاييس النزعة المركزية والمدى لها.
5 – 8	يخطئ في تحويل الكسر الى نسبة .	تذكير الطلاب بموضوع النسبة المئوية
9	لايستطيع الطلاب تحديد الاحتمال .	وضح للطلاب قانون ايجاد احتمال حدث معين .
10	يخطئ الطلاب في تحديد الحدث المتمم .	تذكير الطلاب بالقانون $P(E_1)+P(E_2) = 1$.
11 - 16	لايستطيع تحديد الاحداث المستقلة والمترابطة .	تذكير الطلاب بمفهوم كل من الاحداث المستقلة والمترابطة.

Scanned with CamScanner

الدرس 6-1 تصميم دراسة مسحية وتحليل نتائجها

نتاجات التعلّم	تصميم دراسة مسحية وتحليل نتائجها .
الموادُ والوسائلُ	اوراق عمل

1 تهيئة

اطلب الى الطلاب توقع نتاجات التعلّم لهذا الدرس من خلال عنوان الدرس وناقشهم فيها ثم ثبتّها على السبورة.

• هيئ الطلاب لفكرة الدرس من خلال النشاط الآتي: وزع على الطلاب ورقة عمل تتضمن المسألة الآتية ضمن تهيئة الدرس :
سأل المدرس عشرة من طلاب الصف عن درجاتهم في امتحان الرياضيات فكانت كما يأتي :

85 , 75 ,60 , 62, 90 , 85 , 84 , 75 ,70 , 70

أنشى جدولا تكراريا لتفسير البيانات

الفئة	التكرار
60 - 69	2
70 - 79	4
80 - 89	3
90 - 99	1

• اسأل الطلاب :
• ماذا يمثل عدد الطلاب ؟ عينة من طلاب الصف
• ماالفئة التي تمثل عدد الطلاب الاكثر تكرارا ؟ 79 - 70
• بين للطلاب ان تنظيم البيانات في جداول وقراءتها وتحليل نتائجها يعني اجراء دراسة مسحية لبيانات محددة وهو ماسندرسه في هذا الدرس .

• بين للطلاب :أنه عند تحليل البيانات نلاحظ مايلي :
• ان وجود القيمة المتطرفة يؤثر في الوسط الحسابي ووجود اكثر من منوال يؤدي الى استبعاد اعتماد المنوال .

2 شرحٌ وتفسير

تعلّم: وجّه الطلاب الى فقرة تعلّم واطلبْ إليهم قراءة المعلومة المعطاة وهينهم للمثال (1) من خلال التقديم الذي يتبع فقرة تعلّم .
• بين للطلاب : ان الدراسة تكون دائما على عينة يتم اختيارها ثم تحليل نتائج الدراسة للتوصل الى الحلول المناسبة.

• قدّم المثالين (1 , 2) لتبين أن العينة هي المجموعة التي شملتها الدراسة واسلوب جمع البيانات هو دراسة مسحية تؤخذ فيها البيانات من العينة اما نوع العينة فهي غير متحيزة لان اختيارها جاء بصورة عشوائية .
• قدّم المثال (3) ووضح للطلاب ان العينة متحيزة (لان الاكلة المفضلة لديهم معروفة وهي الكباب)
• وضح للطلاب انه بعد اجراء دراسة مسحية يتم تحليل نتائجها باستعمال احد مقاييس النزعة المركزية المناسبة اعتمادا على الجدول الموجود في الكتاب .
• قدّم المثال (4) لتبين للطلاب كيفية تحديد مقياس النزعة المركزية الانسب (وسط حسابي ، وسيط ، منوال) لتحليل نتائج التجربة .

الدرس [6-1] تصميم دراسة مسحية وتحليل نتائجها

Design a Survey Study and Analysis its Results

فكرة الدرس
• تصميم دراسة مسحية
• تحليل النتائج

المفردات
• دراسة مسحية
• المجتمع
• العينة

تعلّم



يعد معمل النجف لصناعة البدلات الرجالية من الصروح المهمة في الصناعة الوطنية حيث يحرص المعنيون على تحقيق امور لضمان جودة المنتج. وذلك من خلال فحص نوع القماش، والالوان والتصاميم الحديثة و غيرها. ان فحص كل المنتج ستكون عملية غير منطقية لذا يفحص عدد محدود من تلك البدلات بدلاً من ذلك. ليستنتج ان المنتج قد يحتاج الى تطوير.

[6-1-1] تصميم دراسة مسحية Design a Survey Study

العينة: هي مجموعة جزئية من المجتمع . ومن خلال تحليل نتائج العينة يمكن التوصل الى استنتاجات حول المجتمع كاملاً . تكون الاستنتاجات اكثر تمثيلا للمجتمع في اي من الحالتين:

• حجم العينة اكبر.
• استعمال عينات اكثر.

ولنوع العينة تاثير في الاستنتاجات التي يتوصل اليها وهي على نوعين:
العينة المتحيزة: اذا كان لكل فرد منها الاحتمال نفسه في الاختيار.
العينة غير المتحيزة: اذا كان لافرادها احتمالات مختلفة في الاختيار.

مثال (1) وزع مدير مدرسة 100 ورقة استبانة على طلاب مدرسته للتعرف الى جودة المواد الغذائية في حانوت المدرسة.
i) حدد العينة والمجتمع الذي اختير منه.
ii) صف اسلوب جمع البيانات الذي استعمله المدير.
iii) حدد ما اذا كانت العينة متحيزة ام غير متحيزة.

i) العينة: الطلاب الذين تسلموا الاستبيانات وعددهم 100 طالب
المجتمع : جميع طلاب المدرسة
ii) اسلوب جمع البيانات هو دراسة مسحية، اذ تؤخذ البيانات من اجابات افراد العينة نحو الاستبانة
iii) العينة غير متحيزة: لان هذه العينة تتكون من طلاب اختيروا عشوائياً

70

إعادة التعليم

في الدراسة المسحية يتم اخذ البيانات من افراد عينة من المجتمع للتوصل الى نتائج عامة حول المجتمع تكون العينة متحيزة اذا كان اختيارها ضمن صفات محددة وتكون غير متحيزة اذا كان لكل فرد الاحتمال نفسه في الاختيار

تدريبات

حدد العينة اذا كانت متحيزة او غير متحيزة وحدد المجتمع:

1) سُئِل كل سادس شخص يدخل السوق عن منشأ السلعة المفضلة لديهم .

العينة غير متحيزة لانها تتكون من اشخاص اختيروا عشوائيا .
المجتمع هو جميع الأشخاص الذين دخلوا السوق .

2) سُئِل كل خامس طالب يدخل الى المكتبة عن هوايته المفضلة.

العينة متحيزة لان الهواية المفضلة لديهم هي القراءة .
المجتمع هو جميع الأشخاص الذين دخلوا المكتبة .
اسلوب جمع البيانات هو اجراء دراسة مسحية .

Scanned with CamScanner

مثال (2) يريد صاحب متجر ان يقدم هدية لكل زبون يتسوق من متجره. فوقف عند باب المتجر وسأل 20 متسوقاً عن نوع الهدية التي يود ان تُقدم له.

i) حدد العينة و المجتمع الذي اختاره صاحب المتجر .

ii) صف اسلوب جمع البيانات الذي استعمله صاحب المتجر.

iii) حدد ما اذا كانت العينة متحيزة ام غير متحيزة.

i) العينة: المتسوقون الذين سألوا وعددهم 20 متسوقاً.

المجتمع: المتسوقون الذين دخلوا المتجر .

ii) اسلوب جمع البيانات هو دراسة مسحية، اذ تؤخذ الاجابات من افراد العينة المختارة .

iii) العينة غير متحيزة، لان الاشخاص الذين دخلوا المتجر اختيروا عشوائياً.

مثال (3) سُئل 10 اشخاص دخلوا مطعم كباب عن الاكلات التي يفضلونها.

i) حدد العينة والمجتمع الذي اختاره صاحب المطعم.

ii) صف اسلوب جمع البيانات الذي استعمله صاحب المطعم.

iii) حدد اذا كانت العينة متحيزة ام غير متحيزة.

i) العينة : الاشخاص العشرة الذين دخلوا المطعم.

المجتمع: جميع الاشخاص الذين دخلوا المطعم.

ii) اسلوب جمع البيانات هو دراسة مسحية اذ تؤخذ الاجابات من افراد العينة المختارة.

iii) العينة متحيزة، لان الاكلة المفضلة للاشخاص الموجودين في مطعم الكباب هي الكباب.

[6-1-2] تحليل النتائج Analysis Results

بعد جمع البيانات من خلال الدراسة المسحية تلخص البيانات كي تكون ذات معنى وذلك عن طريق استعمال مقاييس النزعة المركزية (الوسط الحسابي، الوسيط المنوال) والتي دُرست سابقاً، بطرائق مختلفة واختيار المقياس الأنسب لتمثيل البيانات.

النوع	متى يفضل استعماله
الوسط الحسابي	عندما لاتوجد قيم متطرفة في مجموعة البيانات.
الوسيط	عندما توجد قيم متطرفة في مجموعة البيانات، ولكن لاتوجد فجوات كبيرة في وسط البيانات.
المنوال	عندما يوجد اعداد متكررة في مجموعة البيانات.

71

التمرينات

الاختيار من متعدد Multiple Choice

الدرس [6-1] تصميم دراسة مسحية وتحليل نتائجها

Design a Survey Study and Analysis its Results

اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

1) أي مقاييس النزعة المركزية (ان وجدت)؟ هو الانسب للبيانات التالية

8, 8, 12, 11, 15, 15, 16, 21, 23, 27, 31, 70.

d) الوسط الحسابي c) الوسيط b) المنوال a) المدى

2) أي مقاييس النزعة المركزية (ان وجدت)؟ هو الانسب للبيانات التالية.

2, 3, 4, 5.6, 7.

d) الوسط الحسابي c) الوسيط b) المنوال a) المدى

3) أي مقاييس النزعة المركزية (ان وجدت)؟ هو الانسب للبيانات التالية:

18, 1, 3, 16, 23, 3, 2.

d) الوسط الحسابي c) الوسيط b) المنوال a) المدى

4) المدى للبيانات الآتية: 18, 22, 24, 32, 18, 24 هو:

a) 18 b) 32 c) 14 d) 50

5) أي المقياس ليس من مقاييس النزعة المركزية؟

d) الوسط الحسابي c) الوسيط b) المنوال a) المدى

6) القيمة المتطرفة لهذه البيانات 3 ,5 ,6 ,5 ,5 ,3 ,30 ,4

a) 3 b) 5 c) 5 d) 30

7) يكون الوسيط هو انسب مقاييس النزعة المركزية للبيانات التي:

d) لاتوجد قيم متطرفة توجد فجوات كبيرة وسطها c) توجد قيم متطرفة لاتوجد فجوات كبيرة وسطها b) لاتوجد قيم متطرفة لاتوجد فجوات كبيرة وسطها a) توجد قيم متطرفة توجد فجوات كبيرة وسطها

109

أمثلةٌ إضافيةٌ: قدّم الامثلة الاضافية التالية لتعزيز مفاهيم الدرس وهي مشابهةٌ تماماً لأمثلة الدرس في كتاب الطالب.

1) سأل المعلم 20 طالباً من طلاب الصف عن الهواية المفضلة لديهم

• حدد العينة والمجتمع الذي اختير منه.

العينة 20 طالباً من طلاب الصف, المجتمع جميع طلاب الصف

• صف اسلوب جمع البيانات الذي استعمله المعلم.

الاسلوب هو دراسة مسحية

• حدد اذا كانت العينة متحيزة ام غير متحيزة.

العينة غير متحيزة لان الطلاب اختيروا عشوائيا .

2) في البيانات المدرجة في ادناه ، حدد اي مقاييس النزعة المركزية هو الانسب لتمثل البيانات . 45 , 30 , 42, 28 , 5

الوسط الحسابي غير مناسب لوجود قيمة متطرفة .

المنوال غير مناسب لعدم تكرار البيانات (عدم وجود منوال)

,الوسيط هو المقياس الانسب لتمثيل البيانات وهو (30).

تأكد من فهمك: اطلب الى الطلاب حلّ تدريبات تأكّد من فهمك داخل الصفّ وراقب اجاباتهم .

•الأسئلة (3-1) يتطلب حلها تحديد العينة والمجتمع وكذلك اسلوب جمع البيانات ونوع العينة ، السؤال (1) (العينة متحيزة لان الاشخاص في المكتبة)

• الأسئلة (6 - 4) يتطلب حلها تحديد مقياس النزعة المركزية الانسب من خلال ملاحظة وجود القيمة المتطرفة وكذلك وجود المنوال

ان وجود القيمة المتطرفة يؤثر في الوسط الحسابي ووجود اكثر من منوال يؤدي الى استبعاد أن يكون المنوال المقياس الامثل .

• يمكن تقديم صفحة إعادة التعليم المرافقة للطلاب الذين لم يتمكنوا من حل تدريبات تأكّد من فهمك بشكلٍ صحيح.

• اطلب إلى الطلاب حلّ التدريبات (1،3،4،7) من صفحة تمرينات الدرس كواجبِ بيتي.

خطأ متوقعٌ: قد يخطئ بعض الطلاب في تحديد نوع العينة ان كانت متحيزة او غير متحيزة وضح لهم ان العينة تكون متحيزة اذا كانت طريقة اختيارها تعطي تفضيلا لمجموعة على مجموعة اخرى .

3 تدريب

ناقش مع الطلاب الواجب البيتيّ وتحقق من قدرتهم على حل التمرينات وقدّم صفحة إعادة التعليم للطلاب الذين لم يتمكنوا من حلّ الواجب البيتي.

تدرّب وحلّ التمرينات: اطلب الى الطلاب حلّ تمرينات تدرّب وحلّ التمرينات وتابع اجاباتهم .

• الأسئلة (10, 9) تتطلب تحديد مقياس النزعة المركزية الامثل لوصف مجموعة البيانات .

تدرّب وحل مسائل حياتية : أُطلب إلى الطلاب حلّ المسائل الحياتية وتابع اجاباتهم .

• السؤالين(12,13) يتطلب حلها وصف العينة والمجتمع وتحديد نوع العينة مع التبرير.

• السؤالين(14,15) يتطلب الحل تحديد اي مقياس من مقاييس النزعة المركزية هو الامثل لوصف البيانات مع بيان السبب وبحسب الجدول الموضح على صفحة الكتاب .

Scanned with CamScanner

فكّر : اطلب الى الطلاب حلّ أسئلة **فكر** ، وقد يحتاج الطلاب ذوو المستوى الضعيف الى مراجعة جدول اختيار المقياس الانسب لتمثيل البيانات .

السؤال (16) يقوم الطالب بتحديد وسيط المجموعة بحيث تكون الاعداد كبيرة ليكون وسطها الحسابي اكبر من وسيطها.

أكتبْ : اطلب إلى الطلاب حلّ سؤال **أكتبْ** وتابع إجاباتهم .

4 تقويمٌ

استعمل المسألة التالية كتقويم ختامي للطلاب قبل انتهاء الدرس .

ترغب جمعية خيرية في التعرف على نوع الاعانات التي يفضل الناس التبرع بها فوزعت 100 استبانه في احد المناطق ، صف العينة والمجتمع وحدد اسلوب جمع البيانات .

العينة هم الاشخاص الذين شملهم الاستبيان

المجتمع هو جميع سكان المنطقة ، اسلوب جمع البيانات هو اسلوب الدراسة المسحية

5 توسعة

يمكنك تقديم تدريباتٍ اثرائيةٍ للطلاب من خلالِ صفحة الإثراء المرافقةِ وتابعهم وقدم لهم المساعدة في أثناء الحلّ.

• اطلب إليهم حل المسالة الآتية :

جُرب نوع من الدواء على مجموعة من الفئران لاختبار مدى صلاحية استعماله

حدد العينة (مجموعة الفئران).

حدد اسلوب جمع البيانات (دراسة مسحية) .

مثال (4) اي مقاييس النزعة المركزية (ان وجدت) هو الأنسب لوصف البيانات في كل مما يأتي:

i) البيانات المجاورة تبين اوزان 10 صناديق بالكيلو غرام : 3,5 ,3,4,21,5,5,6,3,2, 3

الوسط الحسابي: غير مناسب لتمثل البيانات لوجود قيمة كبيرة متطرفة هي: 21 تؤثر في قيمة الوسط الحسابي

المنوال: غير مناسب لتمثيل البيانات لوجود اكثر من منوال هما : 3,5

الوسيط: هو المقياس الأنسب لتمثيل هذه البيانات لعدم وجود فجوة كبيرة في وسط البيانات 2,3,3,4,5,5,5,6,21

ii) حصل محمد على الدرجات التالية في خمسة اختبارات في مادة الرياضيات : 90,93,85,86,91

الوسط الحسابي $\frac{90+93+85+86+91}{5} = \frac{445}{5} = 89$

الوسط الحسابي: 89 هو مقياس مناسب لتمثيل البيانات لعدم وجود قيمة متطرفة.

الوسيط: 90 هو مقياس مناسب لتمثيل البيانات لانه يتوسط البيانات ولا يوجد فجوة كبيرة في وسط البيانات

لذا كلاهما مقياس مناسب لتمثيل البيانات. المنوال: لا يوجد لعدم وجود تكرار في البيانات

تأكد من فهمك حدد العينة و المجتمع ثم صف اسلوب جمع البيانات وميز العينة المتحيزة من العينة غير متحيزة في كل مما يلي فسر اجابتك:

1 دخل 30 شخص مكتبة عامة وسئل كل سادس شخص يدخل المكتبة عن هوايته المفضلة.

2 وزعت 100 استبانة على مجموعة من عمال احد المصانع تتضمن سؤالاً حول ظروف العمل في المصنع

3 وزعت الحيوانات في احدى حدائق الحيوانات، ثم اختير حيوان من كل مجموعة بصورة عشوائية لاجراء فحوصات علية.

اي مقاييس النزعة المركزية (ان وجدت) هو الأنسب لوصف البيانات التالية ؟ فسر اجابتك .

4 8, 10, 14, 8, 13, 6

5 8, 10, 8, 9, 11, 4, 6, 54

6 8, 9, 8, 6, 10, 9, 11, 13, 14, 8, 6, 7, 19

تدرب وحل التمرينات حدد العينة والمجتمع ثم صف اسلوب جمع البيانات وميز العينة المتحيزة من العينة غير متحيزة في كل مما يلي، فسر اجابتك.

7 يريد صاحب معمل التحقق من ان العمال يعملون بشكل جيد، فراقب احد العمال مدة ساعتين

8 يقف عدد من الطالبات عند مدخل المدرسة ويسألن كل عاشر طالبة تدخل المدرسة عن هوايتها المفضلة

اي مقياس النزعة المركزية (ان وجدت) هو الأنسب لتمثيل البيانات التالية ؟ فسر اجابتك.

9 34,47,41,49,39,26,40

10 6,2,4,4,3,2,6,2,4,4,20

11 5,3,5,8,5,3,6,7,4,5

72

تدرب وحل مسائل حياتية



مستشفى: يعد مستشفى مدينة الطب مجمعا طبياً متكاملا، يقدم خدمات للمواطنين في بغداد و المحافظات، في ندوة تعريفية يتم اختيار طبيب من كل قسم عشوائيا ليقدم نبذة عن خدمات قسمه في المستشفى.

12 صف العينة و المجتمع

13 هل العينة متحيزة ام لا ؟ فسر ذلك.

14 **تسوق:** يبين الجدول في ادناه عدد الزبائن الذين يرتادون محل لبيع الاجهزة الكهربائية في كل ساعة في احد الايام . اي مقاييس النزعة المركزية هو الأنسب لوصف البيانات



عدد الزبائن			
86	86	71	79
86	79	32	88
70	82	69	71
86	86	81	85

15 **تغذية:** يبين الجدول في ادناه السعرات الحرارية لبعض الخضروات في طبق لكل نوع، اي مقاييس النزعة المركزية هو الأنسب لوصف البيانات



الخضروات	السعرات	الخضروات	السعرات
بصل	16	خيار	13
فلفل	20	ذرة	66
ملفوف	17	سبانخ	9
جزر	28	كوسا	17

فكّر

16 **تحدٍّ:** اوجد مجموعة من الاعداد يكون وسيطها اصغر من وسطها الحسابي.

17 **أصحح الخطأ:** تقول ستاريا ان الوسط الحسابي هو انسب مقاييس النزعة المركزية لتمثيل البيانات 20,8,4,5,3 حدد خطأ ستاريا وصححه .

18 **حس عددي:** في دراسة مسحية حول الدوام في مدرسة ثانوية، وزعت استبانة على 50 طالباً، فكانت نسبة 74٪ من الطلاب يفضلون الدوام الصباحي. هل هذه الدراسة موثوق بها؟ بين ذلك.

أكتبْ سؤالاً عن معنى تريد اجابته من خلال دراسة مسحية

73

الإثراء

1 اي مقاييس النزعة المركزية هو الانسب لوصف البيانات

20 , 22 , 26 , 22 , 18 , 40 , 60 , 66

المنوال هو الافضل

2 سأل مدير مدرسة عددا من طلاب الصف الثالث المتوسط عن التخصص المفضل لديهم في المرحلة القادمة (علمي - ادبي) لغرض فتح صفوف اضافية .

i) حدد العينة والمجتمع .

العينة طلاب الصف الثالث ، المجتمع طلاب المدرسة.

ii) صِف اسلوب جمع البيانات

دراسة مسحية

iii) حدد اذا كانت العينة متحيزة ام غير متحيزة ؟

غير متحيزة لانها شملت طلاب الصف بشكل عام .

3 أكتب مجموعة بيانات يفضل استعمال الوسيط لوصفها.

اجابات مختلفة (يراعى عدم وجود فجوة وسط البيانات).

Scanned with CamScanner

نتاجات التعلّم	تمييز البيانات المضللة . تمييز الاحصاءات المضللة .
المواد والوسائل	ورقة عمل .

1 تهيئة

اطلب الى الطلاب توقع نتاجات التعلّم لهذا الدرس من خلال عنوان الدرس وناقشهم فيها ثم ثبتّها على السبورة.

• هيئ الطلاب لفكرة الدرس من خلال النشاط الآتي :

وزع على الطلاب ورقة عمل فيها المسألة الآتية :

الرياضة المفضلة لعدد من طلاب المدرسة كما في الجدول المرسوم ، مثل البيانات بالأعمدة

الرياضة	الركض	القفز	كرة القدم
عدد الطلاب	20	25	30

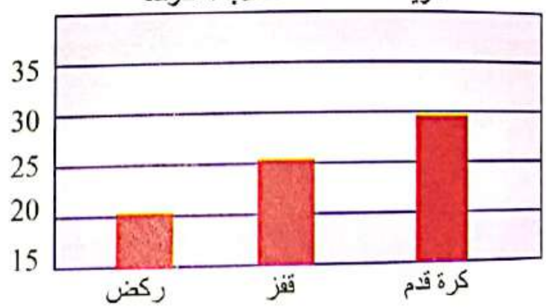
ذكر الطلاب ان التدريج يبدأ من الصفر دائما

اسأل الطلاب :

ماذا لو بدأنا التدريج من العدد 15

ان عدد الطلاب الذين يفضلون القفز تبدو ضعف الذين يمثلون الركض في الرسم بينما هو يزيد عنه بمقدار ربعه فقط .

الرياضة المفضلة لطلاب المدرسة



بين للطلاب ان هذا النوع من التمثيل يسمى البيانات المضللة وهو ماسندرسه في هذا الدرس .

2 شرحٌ وتفسير

تعلم: وجه الطلاب الى فقرة تعلّم واطلب إليهم قراءة المعلومة المعطاة وهيئهم للمثال (1) من خلال التقديم الذي يتبع فقرة تعلّم .
وبين لهم ان البيانات المضللة هي بيانات تضلل الشخص الذي يقرأها .ويكون التضليل بعدة طرائق .

• قدم المثال (1) لتبين للطلاب تكون البيانات مضللة نتيجة لاستعمال فترات تدريج غير ثابتة .

• قدم المثال (2) تكون البيانات مضللة لان التدريج لايبدأ من الصفر.
أما تمييز الاحصاءات المضللة فيكون من خلال معطيات الأعلان .
قد يكون صغر حجم العينة يجعل الاعلان مضلل.



الدرس [6-2] البيانات والإحصاءات المضللة Data and Misleading Statistic

فكرة الدرس
• تميز البيانات المضللة
• تميز الإحصاءات المضللة
المفردات
• البيانات المضللة
• الإحصاءات المضللة

تعلم

غالباً ما نلاحظ على واجهات المحال التجارية اعلانات تنزيلات نهاية الموسم لسلع معينة تُرغب الناظر من دخول المحل والتبضع منه.

[6-2-1] تميز البيانات المضللة Discrimination Misleading Data

البيانات المضللة: هي البيانات التي تبرز صفة معينة لسلعة على نحو مبالغ فيه وعرض الحقائق بشكل يولد لدى الناظر انطباعاً يروق لصاحب الاعلان وتضلل المستهلك.

مثال (1) يفكر صاحب مصنع تطبيق نظام جديد في العمل، فوزع استبانة على العمال يسألهم عن رأيهم في النظام الجديد.
هل التمثيل بالاعمدة المجاور يعطي الصورة الصحيحة حول نتائج الاستبانة؟

النظام الجديد للعمل
300
275
250
225
200
100
0

يبدو للوهلة الاولى ان معظم العمال موافقون على تطبيق النظام الجديد، مع العلم ان اطوال المدة الزمنية للتدريج غير متساوية.

لاحظ ان: 450 عامل غير موافقين و غير موافقين جداً على هذا النظام الجديد، في حين ان عدد الموافقين والموافقين جداً يزيد قليلاً على 400 عامل فقط وعليه فأن التمثيل البياني المعروض مضلّل، والاستنتاج غير صادق.

ملاحظة: (الرسم البياني قد يكون مضلّلا، بإطالة او تقصير الفترات بين قيم البيانات، وذلك لاعطاء انطباع معين).

74

إعادة التعليم

البيانات المضللة هي بيانات عن سلعة معينة او معلومة معينة تضلل المستهلك.

يمكن تحديد البيانات المضللة من خلال :

1) صغر حجم العينة

2) عدم بدء تدريج التمثيل البياني من الصفر

3) عدم انتظام التدريج البياني.

تدريباتٌ

سأل المدرس 10 من طلاب الصف البالغ عددهم 40 طالباً عن الدرس المفضل لديهم فكانت اجابات 6 منهم ان درسهم المفضل هو الرياضيات ، قال المدرس ان الدرس المفضل لطلاب الصف الثالث الرياضيات فسر لماذا البيانات مضللة ؟

صغر حجم العينة جعل البيانات مضللة .

Scanned with CamScanner

• قدم المثال (3) لتبين أنه تكون الاحصاءات مضللة حيث الوسط الحسابي 45 الف في حين أنّ اسعار البدلات اكثرها تزيد على 45 الف.

• قدم المثال (4) لتبين أن الاحصاء مضلل لان العينة المستعملة صغيرة قياسا الى العينة الكلية.

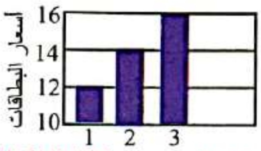
امثلة إضافية: قدّم الأمثلة الاضافية التالية لتعزيز مفاهيم الدرس وهي مشابهةٌ تماماً لأمثلة الدرس في كتاب الطالب.

فسر لماذا الاحصاء مضلل

1) وُزعت وجبات طعام على 15 شخصاً لتحديد جودتها وكان رأي 10 اشخاص انها جيدة جدا وعليه تم التوقع انها جيدة جدا لان نسبة الذين فضلوها كانت بنسبة 10 :5

لان العينة صغيرة والفرق بين 5 و10 ليس كبيرا ولا يؤثر في نوعية المنتج

2) في احدى دور العرض السينمائية توجد 3 اسعار لبطاقات الدخول وبحسب الجدول .



بما ان التدريج لايبدأ من الصفر فان سعر بطاقة الفئة الثالثة يظهر 3 أمثال سعر بطاقة الفئة الأولى وفي الحقيقة هويزيد عليها بمقدار نصفها.

تأكد من فهمك : أطلبْ إلى الطلاب حلّ تدريبات تأكد من فهمك داخل الصف وراقب اجاباتهم .

• السؤال (2) التدريج غير متسلسل يعطي انطباعاً مضللاً .

• السؤال (3) صغر العينة يعطي انطباعا مضللاً .

• يمكن تقديم صفحة إعادة التعليم المرافقة للطلاب الذين لم يتمكنوا من حل تدريبات تأكد من فهمك بشكلٍ صحيح.

• اطلبْ إلى الطلاب حل التدريبات (4،3،2،1) من صفحة تمرينات الدرس كواجب بيتيّ.

خطأ متوقّع: قد يخطئ بعض الطلاب في تحديد سبب كون الاحصاءات او البيانات مضللة راجع مع الطلاب الفقرات الخاصة بالاحصاءات او البيانات المضللة .

3 تدريبٌ

ناقش مع الطلاب الواجب البيتيّ وتحقق من قدرتهم على حلّ التمرينات وقدّم صفحة إعادة التعليم للطلاب الذين لم يتمكنوا من حلّ الواجب البيتي.

تدرّب وحل التمرينات : اطلب الى الطلاب حلّ تمرينات تدّرب وحلّ التمرينات وتابع اجاباتهم .

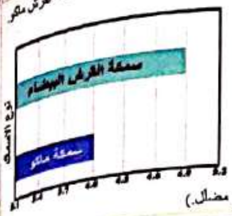
• السؤال(6) لاحظ اختلاف وحدة القياس .

• السؤالين (7,8) صغر حجم العينة يعطي انطباعا مضللا

تدرب وحل مسائل حياتية : أطلب إلى الطلاب حلّ المسائل الحياتية وتابعْ اجاباتهم .

• السؤالين (9,10) عدم تسلسل التدريج سبب كون البيانات مضللة، العينة في سؤال (11) شهري تموز واب للمجموعة A وشهري نيسان ومايس للمجموعة B ،اما سؤال (12) فان العينة متغيرة الكتلة .

مثال (2) الرسم البياني المجاور يوضح العلاقة بين طولي القرش البيضاء الكبيرة وطول سمكة القرش ماكو. بين هل الرسم البياني مضلّل؟ وضح ذلك.



من الشكل المجاور ، نلاحظ ان طول العمود العلوي ضعف طول العمود السفلي.

ولكن القيمة المناظرة لطول العمود العلوي هي 4.9 والقيمة المناظرة لطول العمود السفلي هي 4 وبالتأكيد قيمة 4.9 ليست ضعف 4، وعليه الرسم البياني المجاور مضلّل.

ملاحظة: (عندما يبدأ الرسم البياني من الصفر، يصبح الرسم غير مضلل.)

[6-2-2] تمييز الإحصاءات المضلّلة Discrimination Misleading Statistics

الإحصاءات المضلّلة: بالاضافة الى الرسوم المضلّلة تستعمل الإحصاءات المضلّلة بهدف الترويج لشركة او بضاعة معينة، بإنعام النظر جيداً في معطيات الاعلان يمكن تمييز الإحصاءات المضلّلة.

مثال (3) وضع صاحب محل للملابس الرجالية الاعلان الآتي:

(بدلات رجالية جديدة متوسط السعر 45 الف دينار)



في المحل 5 نماذج من البدلات اسعارها بالالاف:

54, 50, 20, 48, 53

$$\frac{54+50+20+48+53}{5}=45$$

لاحظ ان متوسط اسعار البدلات الخمس 45 الف دينار، الا ان بدلة واحدة فقط سعرها 20 الف دينار. حيث يقل سعرها عن هذا المتوسط. وهذا يجعل الزبون سوف يدفع اكثر من هذا السعر ثمناً للبدلة.

مثال (4) في استطلاع على 800 طالب اعدادية، افاد 70 منهم انهم يرغبون دخول كلية الهندسة فيما قال 50 منهم، بانهم يرغبون في دخول كلية الطب، جاء في نتائج الاستطلاع ان الطلاب يفضلون الهندسة على الطب.



ان مجموع الطلاب الذين شملهم الاستطلاع فعلاً هو 120=(50+70) طالباً من اصل 800 طالب، اي ان العينة العشوائية كانت صغيرة جداً

النسبة المئوية للطلاب الذين شملهم الاستطلاع تساوي $\frac{120}{800}\times 100$ وتساوي 15٪.

75

التمرينات

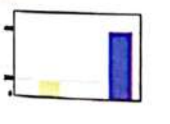
الاختيار من متعدد Multiple Choice

الدرس [2-6] البيانات والاحصاءات المضلّلة Graphs and Misleading Statics

اختر الإجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

1 اي رسم بياني هو الافضل في تمثيل بيانات معينة:

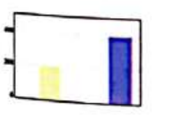
a)



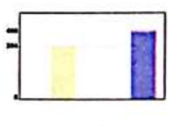
b)



c)



d)



2 الرسم البياني يكون مضلل:

a) يبدأ من الصفر والفترات غير متساوية b) لايبدأ من الصفر والفترات غير متساوية c) لايبدأ من الصفر والفترات متساوية d) يبدأ من الصفر والفترات متساوية

3 في استطلاع شمل 6 مدرسين حول الدوام، افاد 4 منهم انهم يفضلون الدوام الصباحي. كتب المستطلع ان: (يفضل 2 مدرس من كل 3 مدرسين الدوام الصباحي) لماذا يعد هذا الاعلان مضللاً؟

a) العينة كبيرة جداً b) العينة يجب ان تشمل عمال بناء c) يجب ان تكون الجملة (يفضل به مدرس من كل مدرسين) d) العينة صغيرة جداً

4 في محل تجاري عرض نوع من الاجبان على 12 شخص لتقويمه قبل عرضه، ابدى 6 منهم اعجابهم بالمنتج بناءً على ذلك صرح المنتج «ان المنتج جيد لان نسبة الذين فضلوه كانت 6 الى 3».

a) البيانات غير مضللة لان نسبة 6 الى 3 نسبة كبيرة b) البيانات غير مضللة لان نسبة الذين اعجبوا بالجبنة ضعف عدد الباقين c) البيانات مضللة رغم ان عدد الذين اعجبوا بالجبنة ضعف عدد الباقين d) البيانات مضللة لان العينة التي اختيرت متوسطة الحجم

110

Scanned with CamScanner

فكّر: اطلب الى الطلاب حلّ أسئلة فكّر ، وقد يحتاج الطلاب ذوو المستوى الضعيف الى المساعدة .

سؤال (13) بين للطلاب ان الرسم يكون مضللاً عند (عدم ثبوت طول الفترات).

سؤال (14) لوجود قيمة متطرفة في البيانات لايمكن استعمال الوسط الحسابي لتمثيل البيانات .

اكتب : اطلب إلى الطلاب حل سؤال أكتب وتابع إجاباتهم .

4 تقويمٌ

استعمل المسألة التالية كتقويمٍ ختاميّ للطلاب قبلَ انتهاء الدرس .

سأل المدرس 150 طالباً في مدرسته اي الدروس اكثر تفضيلا الرياضيات ام اللغة الانكليزية ؟ افاد 50 طالب انهم يفضلون الرياضيات و40 طالباً انهم يفضلون اللغة الانكليزية استنتج المدرس ان الطلاب يفضلون الرياضيات على اللغة الانكليزية فسر لماذا الاحصاء مضلل؟

صغر حجم العينة .

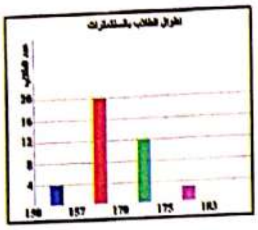
5 توسعةٌ

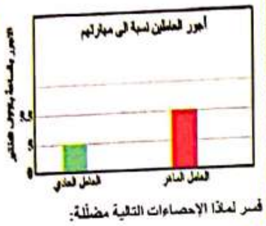
يمكنك تقديم تدريبات اثرائية للطلاب من خلالِ صفحة الإثراءِ المرافقة وتابعهم وقدّم لهم المساعدة في أثناء الحلّ.اطلب إليهم حلّ السؤال الآتي :

اعط مثالا على تمثيل بالاعمدة البيانية يبدأ من الصفر ويكون مضللا (عندعدم ثبوت طول الفترات)

تأكد من فهمك

وضح كيف يمكن ان يولّد كل من الرسمين البيانيين التاليين انطباعا مضللاً :

1


2


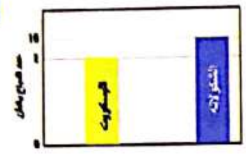
فسر لماذا الإحصاءات التالية مضللة:

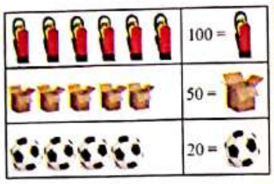
3 عُرض مقال على 20 شخصاً لتقويمه، أبدى 13 منهم اعجابهم بالمقال، بناء على ذلك صرح صاحب المقال: بأن المقال صالح للنشر لان نسبة الذين فضلوه كانت 13 الى 7.

4 باع مخزن ملابس رياضية لمدة زمنية معينة 320 بدلة رياضية، في حين باع مخزن لبيع الالعاب والملابس الرياضية وللمدة نفسها 90 بدلة رياضية.

تدرب وحل التمرينات

وضح كيف يمكن ان يولد كل من الرسمين البيانيين التاليين انطباعاً مضللاً.

5


6


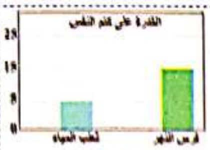
7 في استطلاع شمل 6 اشخاص حول مطالعة جريدة يومية، افاد 4 منهم انهم يفضلون الجريدة (X) في نهاية الاستطلاع وردت الجملة الأتية:

يفضل 2 من كل 3 اشخاص مطالعة الجريدة (X) لماذا يُعد هذا الاعلان مضلّلا؟

8 سئل 100 طالب عن الطريقة التي يفضلونها في القدوم الى المدرسة، فكانت إجابات 60 طالباً منهم على النحو الآتي: 32 منهم يفضلون القدوم بواسطة سيارة الاجرة و 18 يفضلون المشي و 10 طلاب يفضلون القدوم بسياراتهم الخاصة. أستنتج ان نصف الطلاب يفضلون سيارة الأجرة. فسر لماذا الإحصاءات مضللة؟

76

تدرب وحل مسائل حياتية



9 **الاحياء** : الرسم البياني المجاور يمثل القدرة على كتم النفس لفرس النهر وثعلب المياه.
لماذا البيانات في الرسم مضللة؟ وضح ذلك.



10 **مطالعة** : الرسم المجاور يمثل اشخاص يفضلون مطالعة الكتب الادبية، العلمية، الفنية.
فسر لماذا البيانات في الرسم مضللة؟



11 **مواصلات** : بلغت ارباح شركة الطيران A في شهري تموز واب 5500 مليون دينار، في حين كانت ارباح شركة الطيران B في شهري نيسان ومايس 7500 مليون دينار.
فسر لماذا الإحصاءات مضلّلة؟



12 **تغذية**: تحتوي قصبة البروكلي على 477mg من البوتاسيوم والجزرة الكبيرة 230mg من البوتاسيوم في حين يحتوي رأس القرنبيط على 803mg من البوتاسيوم. فسر لماذا الإحصاءات هذه مضلّلة؟

فكّر

13 **اكتشف الخطأ**: يقول محمد ان الرسم يكون غير مضلّل اذا بدأ رسم الاعمدة من الصفر بصرف النظر عن ثبوت طول الفترات. اكتشف خطأ محمد.

14 **حس عددي**: حصل احد الباعة على العمولات التالية بالالاف الدنانير:
شباط 965، اذار 170، نيسان 120، تموز 125، مايس 100.
اخبر اصدقاءه ان متوسط عمولته الشهرية 265 الف دينار. فسر لماذا هذا الاحصاء مضلّل؟

15 ما الذي يجب ان تتأكد منه لتقرر ما اذا كان الرسم البياني مضللا ام لا؟

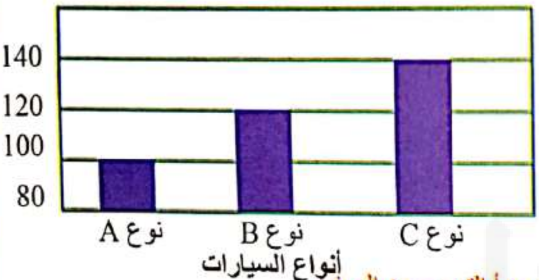
اكتب

سؤال من الحياة اليومية تحتاج اليه لعمل رسوم مضللة.

77

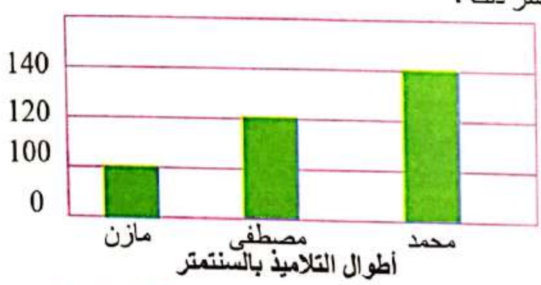
الإثراء

1 رسم سامي جدول الاعمدة البيانية لتمثيل سرع عدد من السيارات ؟ لماذا البيانات مضللة ؟



عدم بدأ التدريج من الصفر

2 قد يبدأ التمثيل بالاعمدة البيانية من الصفر ولكن يبقى مضللاً، فسر ذلك ؟



من الرسم يبدو أن طول مصطفى ضعف طول مازن في حين أنه هو يزيد عليه 20 سنتمترا (عدم انتظام التدريج)

Scanned with CamScanner

الدرس

6-3 التباديل والتوافيق

نتاجات التَعلّم	تعرف مضروب العدد الصحيح غير السالب تعرف مفهوم التباديل ومفهوم التوافيق .
الموادُ والوسائلُ	نشاط عملي

1 تهيئة

اطلبْ الى الطلاب توقع نتاجات التعلم لهذا الدرس من خلال عنوان الدرس وناقشهُم فيها ثم ثبتْها على السبورة.

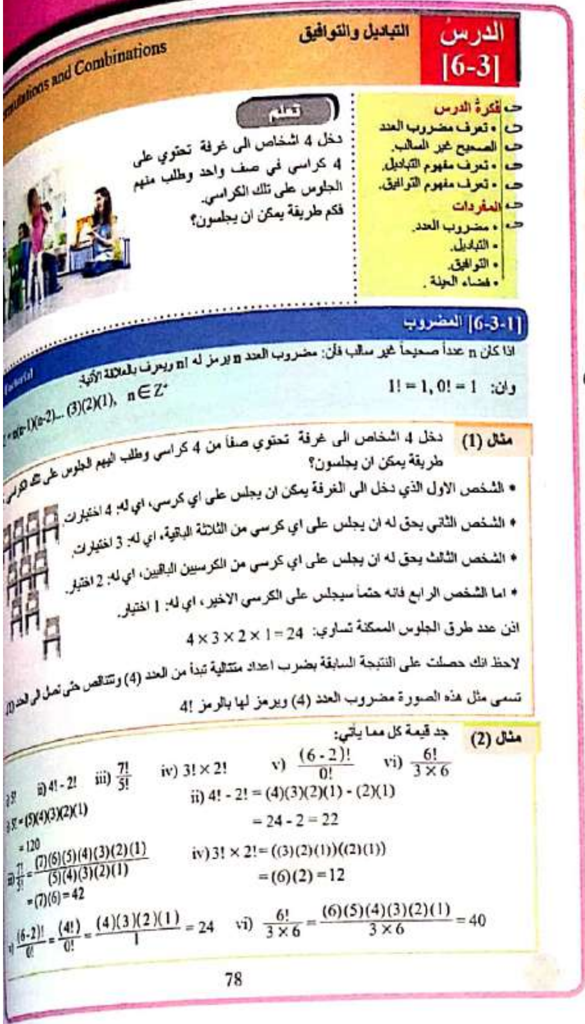
• هيئ الطلاب لفكرة الدرس من خلال النشاط الآتي :

اطلب الى 4 من طلاب الصف الوقوف خلف بعضهم ، ثم اطلب اليهم اعادة ترتيب الوقوف باكثر من طريقة .

اسأل الطلاب : بكم طريقة يمكن ترتيب وقوفهم ؟ أكثر من طريقة

• بين للطلاب ان للطالب الاول ٤ اماكن يمكن ان يقف فيها وللثاني 3 أماكن وللطالب الثالث مكانان والطالب الرابع له مكان واحد وان عدد الطرائق هو $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$ وتسمى مضروب 4 وتكتب $4!$

• استمع إلى إجاباتهم وقل لهم إنّهم سيدرسون في هذا الدرس مفهوم التباديل والتوافيق .



الدرس [6-3] التباديل والتوافيق

Permutations and Combinations

فكرةُ الدرس
• تعرف مضروب العدد الصحيح غير السالب.
• تعرف مفهوم التباديل.
• تعرف مفهوم التوافيق.

المفردات
• مضروب العدد.
• التباديل.
• التوافيق.
• فضاء العينة .

تعلم

دخل 4 اشخاص الى غرفة تحتوي على 4 كراسي في صف واحد وطلب منهم الجلوس على تلك الكراسي.
فكم طريقة يمكن ان يجلسون؟

[6-3-1] المضروب Factorial

اذا كان n عدداً صحيحاً غير سالب فأن: مضروب العدد n يرمز له n! ويعرف بالعلاقة الآتية:

$n! = n(n-1)(n-2)...(3)(2)(1), \quad n \in Z^{+}$

وان: $1! = 1, 0! = 1$

مثال (1) دخل 4 اشخاص الى غرفة تحتوي صفاً من 4 كراسي وطلب اليهم الجلوس على تلك الكراسي، بكم طريقة يمكن ان يجلسون؟

• الشخص الاول الذي دخل الى الغرفة يمكن ان يجلس على اي كرسي، اي له: 4 اختيارات.
• الشخص الثاني يحق له ان يجلس على اي كرسي من الثلاثة الباقية، اي له: 3 اختيارات.
• الشخص الثالث يحق له ان يجلس على اي كرسي من الكرسيين الباقيين، اي له: 2 اختيار.
• اما الشخص الرابع فانه حتماً سيجلس على الكرسي الاخير، اي له: 1 اختيار.

اذن عدد طرق الجلوس الممكنة تساوي: $4 \times 3 \times 2 \times 1 = 24$

لاحظ انك حصلت على النتيجة السابقة بضرب اعداد متتالية تبدأ من العدد (4) وتتناقص حتى تصل الى العدد (1)

تسمى مثل هذه الصورة مضروب العدد (4) ويرمز لها بالرمز $4!$

مثال (2) جد قيمة كل مما يأتي:

i) $5!$ ii) $4!-2!$ iii) $\frac{7!}{5!}$ iv) $3! \times 2!$ v) $\frac{(6-2)!}{0!}$ vi) $\frac{6!}{3 \times 6}$

i) $5! = (5)(4)(3)(2)(1) = 120$

ii) $4!-2! = (4)(3)(2)(1)-(2)(1) = 24-2 = 22$

iii) $\frac{7!}{5!} = \frac{(7)(6)(5)(4)(3)(2)(1)}{(5)(4)(3)(2)(1)} = (7)(6) = 42$

iv) $3! \times 2! = ((3)(2)(1))((2)(1)) = (6)(2) = 12$

v) $\frac{(6-2)!}{0!} = \frac{(4!)}{0!} = \frac{(4)(3)(2)(1)}{1} = 24$

vi) $\frac{6!}{3 \times 6} = \frac{(6)(5)(4)(3)(2)(1)}{3 \times 6} = 40$

78

إعادة التعليم

يريد مدرب اختيار 3 لاعبين من بين 6 لاعبين في فريق كرة القدم ليكونوا احتياط للفريق ، بكم طريقة يمكن اختيار اللاعبين باستعمال مبدأ العد .

الاحتياط الاول		الاحتياط الثاني		الاحتياط الثالث	
6	$\times$	5	$\times$	4	= 120 طريقة

ويمكن استعمال قوانين التباديل والتوافيق لحل التمرينات

التباديل : تنظيم لعناصر يكون ترتيبها مهماً ويستعمل الرمز p_r^n لايجاد عدد التباديل لعناصر عددها n ماخوذ منها r عنصر نستعمل القانون

$$p_2^6 = \frac{n!}{(n-r)!}$$

التوافيق : تنظيم لعناصر يكون الترتيب فيها غير مهم ويستعمل الرمز c_r^n

لايجاد عدد التوافيق لعناصر عددها n ماخوذ منها r عنصر

$$c_r^n = \frac{n!}{(n-r)!r!}$$

تدريباتٌ

جد كل ممايأتي:

1) p_2^6 2) p_4^{10} 3) c_5^9 4) c_4^{12}

2 شرحٌ وتفسيرٌ

تعلّم: وجه الطلاب الى فقرة تعلّم واطلب إليهم قراءة المعلومة المعطاة وهينهم للمثال (1) من خلال التقديم الذي يتبع فقرة تعلّم .

• قدّم المثال (2) وضح للطلاب كيفية ايجاد مضروب عدد من الحدود مع التأكيد ان مضروب العدد n (n!) هو حاصل ضرب الاعداد الصحيحة الموجبة الاصغر او تساوي n وان $0! = 1$

وضح للطلاب مفهوم التباديل (عندما يكون الترتيب مهما) مثل كتابة ارقام الهاتف تسمى عدد طرائق الكتابة تباديلا

• قدم المثال (3) بين للطلاب كيفية ايجاد التباديل لعدد من العناصر باستعمال القانون $p_r^n = \frac{n!}{(n-r)!}$

• وضح للطلاب مفهوم التوافيق (اذا كانت ليس لترتيب العناصر اهمية تسمى عدد طرائق الكتابة توافيقاً وضح للطلاب الفرق بين التباديل والتوافيق هو عند اختيار حرفين من الاحرف a,b,c

في التباديل يكون $p_2^3 = \frac{3!}{(3-2)!} = 6$

اي كل مجموعة تكتب بطريقتين (ab,ba),(ac, ca) و هكذا

في حين في التوافيق تكتب بطريقة واحدة ab ac bc اي ان التوافيق هي تباديل مقسومة على 2! (2 يمثل عدد الاختيارات)

وكذلك الحال عند اختيار 3 عناصر تقسم على 3! وهكذا . $c_2^3 = \frac{3!}{(3-2)!2!}$

في مثال (5) ، (6) وجه الطلاب الى كيفية ايجاد التوافيق إذ ان ترتيب الاشخاص غير مهم في مثال (6).

Scanned with CamScanner

Permutations

[6-3-2] التباديل

كم زوج مرتب يمكن تكوينه من الاحرف a, b, c ؟ باستخدام قاعدة الشجرة

$$a<^{b}_{c} \qquad b<^{a}_{c} \qquad c<^{a}_{b} \Rightarrow (a,b),(a,c),(b,a),(b,c),(c,a),(c,b)$$

هناك ستة ازواج مرتبة وهذا يعطي فكرة مبسطة عن التباديل التي سندرسها لاحقاً.

عدد التباديل لعناصر عددها n مأخوذة r في كل مرة هو ناتج قسمة n! على (n-r)!، يرمز للتباديل بالرمز P_r^n او $P(n,r)$ حيث

$$P_r^n = \frac{n!}{(n-r)!} \quad ; \quad 0 \le r \le n$$

لاحظ ان $P_0^n = 1, P_1^n = n, P_n^n = n!$

مثال (3) جد قيمة كل مما يأتي:

i) P_2^7 ii) P_3^3 iii) P_1^9 iv) P_0^{10}

$$i)\ P_2^7 = \frac{7!}{(7-2)!} = \frac{7!}{5!} = \frac{(7)(6)(5)(4)(3)(2)(1)}{(5)(4)(3)(2)(1)} = 42$$

او بطريقة ابسط بجعل $7! = (7)(6)(5!)$

$$P_2^7 = \frac{7!}{(7-2)!} = \frac{7!}{5!} = \frac{(7)(6)(5!)}{5!} = (7)(6) = 42$$

الفرع ii,iii,iv من تطبيق الملاحظة مباشرة

ii) $P_3^3 = 3! = (3)(2)(1) = 6$ iii) $P_1^9 = 9$ iv) $P_0^{10} = 1$

مثال (4) **لوحة ارقام:** لعمل لوحات ارقام مكونة من خمسة ارقام من بين الارقام 1 الى 9. ماعدد الترتيبات المختلفة الممكنة؟

بما ان ترتيب الارقام مهم فهذه الحالة تمثل تباديل

كتابة قانون التباديل $P_r^n = \frac{n!}{(n-r)!}$

بالتعويض عن $r = 5, n = 9$: $P_5^9 = \frac{9!}{(9-5)!}$

بسط $P_5^9 = \frac{9!}{4!}$

قسمة العوامل المشتركة $= \frac{(9)(8)(7)(6)(5)(4!)}{4!}$

بسط $= 15120$

اذن هناك 15120 ترتيباً

Combinations

[6-3-3] التوافيق

كم مجموعة مكونة من عنصرين يمكن تكوينها من الاحرف a, b, c ؟

بما ان المجموعات غير خاضعة للترتيب اذن هناك ثلاث مجموعات هي:

$$\{a,b\},\{b,c\},\{a,c\}$$

وهذا يعطي فكرة مبسطة على التوافيق والتي سندرسها لاحقاً.

عدد التوافيق لعناصر عددها n مأخوذة r في كل مرة يساوي ناتج قسمة n! على (n-r)!r! ، يرمز للتوافيق بالرمز C_r^n او $\binom{n}{r}$.

$$\binom{n}{r} = C_r^n = \frac{n!}{(n-r)!r!} \quad , 0 \le r \le n$$

ملاحظة: لاحظ ان: $C_0^n = 1$, $C_1^n = n$, $C_n^n = 1$

في التوافيق لايهم الترتيب

79

التمرينات

Multiple Choice الاختيار من متعدد

الدرس [6-3] التباديل والتوافيق

Permutation and Compilation

اختر الاجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

1) القيمة العددية للمقدار $(0!)(5! - 3!)$ تساوي:

a) 2 b) 0 c) 114 d) ليس أياً منها

2) قيمة C_1^{51} تساوي:

a) 1 b) 51 c) 50 d) ليس أياً منها

3) قيمة P_0^{100} تساوي:

a) 100 b) 100! c) 0 d) 1

4) عدد طرق تشكيل لجنة رباعية من 5 اشخاص لكل منهم وظيفة خاصة:

a) P_4^5 b) 5! c) 4! d) C_4^5

5) قيمة المقدار $\frac{n!}{(n-2)!}$ تساوي:

a) n! b) (n-2)! c) n (n-1)! d) n(n-1)

6) عدد طرق اختيار 5 اسئلة من ورقة امتحان تحتوي على 7 اسئلة هو:

a) 7 b) 5 c) 2! d) 21

7) القيمة العددية للمقدار $\frac{(8-3)!}{(3+2)!}$ هي:

a) 4! b) 3! c) 2! d) 1!

8) قيمة المقدار $C_n^n + P_0^n$ تساوي:

a) 1 b) 2 c) 0 d) 0

111

امثلة اضافية : قدّم الامثلة الاضافية التالية لتعزيز مفاهيم الدرس وهي مشابهة تماماً لأمثلة الدرس في كتاب الطالب

حل كل مما ياتي:

1) أوجد كل من $\frac{7!}{(7-2)!} = 42$, $(5-2)! = 6$ ، $5! = 120$

2) أراد حسن شراء كتابين في مجال الحاسبات من مجموعة مكونة من 6 كتب ، بكم طريقة يمكنه اختيار الكتابين ؟

$$c_2^6 = \frac{6!}{4!\,2!} = 15$$

أوجد كل من

3) $p_2^5 = 20$, $p_3^{10} = 720$, $c_2^8 = 28$, $c_2^{12} = 66$

تأكدْ من فهمك: أُطلب إلى الطلاب حلّ تدريبات تأكد من فهمك داخل الصفّ وراقب اجاباتهم .

- الأسئلة (1-5)) تتطلب ايجاد مضروب الاعداد ومجموعة من الحدود .
- الأسئلة(6-7)) وجه الطلاب الى استعمال قانون التباديل .
- الأسئلة(8-9) وجه الطلاب الى استعمال قانون التوافيق .
- يمكن تقديم صفحة إعادة التعليم المرافقة للطلاب الذين لم يتمكنوا من حلّ تدريبات تأكد من فهمك بشكلٍ صحيح.
- اطلب إلى الطلاب حلّ التدريبات (1،3،5،6) من صفحة تمرينات الدرس كواجب بيتي.

خطأ متوقعٌ: قد يخطئ بعض الطلاب في التمييز بين المسائل التي يستعمل فيها التباديل والتي يستعمل فيها التوافيق ، وجه الطلاب انه اذا كان الترتيب مهما في المجموعة فانها تمثل تباديلا وان كان الترتيب غير مهم تمثل توافيقا.

3 تدريب

ناقش مع الطلاب الواجب البيتيّ وتحقق من قدرتهم على حل التمرينات وقدّم صفحة إعادة التعليم للطلاب الذين لم يتمكنوا من حلّ الواجب البيتي.

تدرب وحلّ التمرينات: اطلب الى الطلاب حلّ تمرينات تدرب وحلّ التمرينات وتابع اجاباتهم .

- الاسئلة (12 – 10) وجه الطلاب الى ايجاد مضروب الاعداد .
- الاسئلة (13 - 18) تتضمن ايجاد التباديل والتوافيق باستعمال القانون الخاص لكل حالة .

تدرب وحلّ مسائل حياتية: أُطلب إلى الطلاب حلّ المسائل الحياتية وتابع اجاباتهم .

- الاسئلة (19-25) يستعمل التوافيق لحل المسائل إذ ان الترتيب غير مهم عدا المسألة (20) يكون حلها بالتباديل لان الترتيب مهم إذ إن الرئيس لايمكن ان يكون نائباً او امين صندوق.

فكّر: اطلب الى الطلاب حلّ أسئلة فكر، وقد يحتاج الطلاب ذوو المستوى الضعيف الى المساعدة .

Scanned with CamScanner

• سؤال (27) لم يحدد ترتيب الطلاب وعليه فان الاختيار هو توافيق.
• سؤال (28) يتساوى قانون التباديل والتوافيق عندما يكون $m = n$ ، $r = 1$ ، $1! = 1$ لان
وعليه عند القسمة على واحد لايتاثر الناتج.
• سؤال (29) وجه الطلاب الى كتابة القانون في كلا الخيارين واستنتج ان $p^n_r = r!\, c^n_r$

اكتب: اطلب إلى الطلاب حلّ سؤال أكتب وتابع إجاباتهم .

4 تقويمٌ

استعمل المسألة التالية كتقويم ختامي للطلاب قبل انتهاء الدرس .

بكم طريقة يتم اختيار فريق مَدرسي للجمباز مكون من 5 لاعبين من بين 8 طلاب ؟

$c^8_5 = 56$

5 توسعةٌ

يمكنك تقديّم تدريباتٍ اثرائيةٍ للطلاب من خلالِ صفحة الإثراء المرفقة وتابعهم وقدّم لهم المساعدة في أثناء الحلّ.

اطلب إليهم حل المسألة الآتية :

يريد هادي أختيار رمز سري لهاتفه النقال مكون من 4 أرقام بكم طريقة يمكنه أختيار الرمز من الأرقام 1،2،3،4،5 مع عدم تكرار الأرقام ؟ $p^5_4 = 120$

مثال (5) جد قيمة كل مما يأتي:

i) C^8_2 ii) C^{12}_{12} iii) C^9_1 iv) C^{20}_0

كتابة قانون التوافيق: i) $C^n_r = \frac{n!}{(n-r)!r!}$

التعويض من $n=8$, $r=2$: $C^8_2 = \frac{8!}{(8-2)!2!} = \frac{8!}{6!2!}$

فك المضروب و التبسيط: $= \frac{(8)(7)(6!)}{6!(2)(1)} = 28$

حسب الملاحظة: ii) $C^{12}_{12} = 1$ iii) $C^9_1 = 9$ iv) $C^{20}_0 = 1$

مثال (6) وظائف: أعلنت شركة عن 4 وظائف شاغرة، فتقدم 10 اشخاص، بكم طريقة يمكن شغل الوظائف الأربع؟

بما ان ترتيب الوظائف غير مهم فهذه الحالة تمثل توافيق.

كتابة قانون التوافيق: $C^n_r = \frac{n!}{(n-r)!r!}$

التعويض من $n=10$, $r=4$: $C^{10}_4 = \frac{10!}{(10-4)!4!}$

$C^{10}_4 = \frac{10!}{6!4!}$

فك المضروب والتبسيط: $= \frac{(10)(9)(8)(7)(6!)}{(6!)(4)(3)(2)(1)}$

$= 210$

اذن هنالك 210 طريقة لشغل الوظائف الأربع.

تأكد من فهمك

جد قيمة كل مما يأتي:

1) $4! \times 2!$ 2) $(3+2)!$ 3) $\frac{9!}{6!}$ 4) $(7-5)!$

5) $3! + 2!$ 6) P^8_8 7) P^{10}_4 8) C^8_3

9) $\binom{9}{0}$

تدربْ وحل التمرينات

جد قيمة كل مما يأتي:

10) $2! \times 6!$ 11) $4! \times 3!$ 12) $0! \times 1!$

13) P^{10}_0 14) $\binom{10}{1}$ 15) C^9_9

16) P^7_3 17) P^{15}_1 18) C^{100}_{100}

80

تدربْ وحل مسائل حياتية



19) **لجان:** بكم طريقة يمكن اختيار لجنة ثلاثية من بين هيئة مكونة من 5 شخصاً؟

20) **لجان:** بكم طريقة يمكن اختيار لجنة ثلاثية مكونة من رئيس ونائب الرئيس وامين الصندوق من بين هيئة مكونة من 5 شخصاً؟



21) **شطرنج:** في التصفية النهائية لبطولة الشطرنج في احدى المدارس بين اربعة طلاب. كم عدد المباريات التي يمكن اجراؤها للتصفية؟.



22) **لوحات:** رسم فنان 7 لوحات فنية، فبكم طريقة يمكنه اختيار 5 لوحات منها لعرضها في معرض فني؟

23) **اختبار:** ورقة اسئلة تحتوي على 12 سؤالاً والمطلوب الاجابة عن 10 اسئلة. بكم طريقة يمكن اختيار الاسئلة؟



24) **رياضة:** اراد مدرس الرياضة اختيار فريق لكرة السلة من أصل 9 لاعباً، بكم طريقة يمكنه تشكيل الفريق؟



25) **عصائر:** كم خيار لدى تمارة لاختيار 3 اقداح من أقداح تحتوي على عصير الفواكه الأتية: ليمون، تفاح، عنب، موز؟

فكّرْ

26) **تحد:** جد قيمة: i) $\frac{15!}{14!}\frac{9!}{10!}$ ii) $\frac{5!}{3! \times 1!} \times \frac{6!}{5! \times 4!}$

27) **أيهما صحيح؟** : اختيار لجنة من 4 طلاب من مجموعة 7 طلاب، فان عدد الاختيارات اما P^7_4 ام C^7_4 فسر اجابتك

28) **تبرير:** متى تكون العبارة $C^n_r = P^n_r$ ؟

29) **تفكير ناقد:** ما العلاقة بين تراتيب 3 من اصل 5، وتوافيق 3 من اصل 5؟ اكتب هذه العلاقة. من خلال حسابك لكل منهما.

30) **مسألة عددية:** جد قيمة n التي تجعل $\frac{n!}{(n-1)!} = 9$

أكتبْ مسألة لاختيار 2 من بين 5 اشياء على ان يكون الترتيب فيها مهماً.

81

الإثراء

1) تريد مريم ترتيب مكتبتها بوضع 6 كتب من بين 10 كتب مختلفة على الرف الاول ، بكم طريقة يمكن لمريم ترتيب الكتب؟

$c^{10}_6 = \frac{10!}{(10-6)!6!}$

$= \frac{10!}{4!6!} = 210$

2) في احدى المدارس يراد اختيار مدير ومعاون ومدرس من بين 6 متقدمين للعمل بكم طريقة يمكن اختيارهم ؟

$p^6_3 = \frac{6!}{(6-3)!} = 120$

3) ارادت جنان كتابة رمز سري لحاسبتها، قررت اختيار 6 أحرف من 12 حرفاً مع عدم تكرار الحرف وكتبت عدد الطرائق p^{12}_{12} ، هل اجابة جنان صحيحة ؟

اجابة جنان خاطئة لأن الاجابة الصحيحة p^{12}_6 .

Scanned with CamScanner

6-4 الدرس الاحتمال التجريبي والاحتمال النظري

نتاجاتُ التعلُّم	حساب الاحتمال التجريبي حساب الاحتمال النظري .
المواد والوسائل	ورقة عمل .

1 تهيئة

اطلب الى الطلاب توقع نتاجات التعلّم لهذا الدرس من خلال عنوانِ الدرس وناقشهم فيها ثم ثبتّها على السبورة.

• هيئ الطلاب لفكرة الدرس من خلال النشاط الآتي :

• نظم الطلاب في مجموعات صغيرة وأعطِ كلّ مجموعةٍ ورقة العمل المعدة مسبقاً والتي تتضمن المسألة الآتية :

شارك مصطفى في 6 مسابقات علمية ، حصل على المرتبة الاولى في 3 منها ، ما احتمال فوزه في المسابقة المقبلة ، وما نوع الاحتمال

اسأل الطلاب :

كيف نجد احتمال فوزه في المسابقة المقبلة ؟ من خلال عدد مرات فوزه السابقة .

ما احتمال فوزه في المسابقة المقبلة ؟

احتمال فوزه في المسابقة المقبلة هو $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$

الاحتمال تجريبي

• استمع إلى إجاباتهم وقل لهم إنّهم سيدرسون في هذا الدرس الاحتمال التجريبي والاحتمال النظري .

2 شرحٌ وتفسير

تعلَّم: وجّه الطلاب الى فقرة تعلّم واطلب إليهم قراءة المعلومة المعطاة وهيئهم للمثال (1) من خلال التقديم الذي يتبعُ فقرة تعلَّم .

• قدّم المثال (2) لتبين للطلاب ان الاحتمال تجريبي لأنه جاء من خلال تجربة .

• قدّم المثال (3) لتبين للطلاب كيفية حساب الأحتمال النظري .

وضح للطلاب مفهوم الحدثين المتنافيين كونهما حدثين لايمكن ان يتحققا معا في التجربة نفسها ، مثلا الحصول على العددين 1، 6 على النرد في رمية واحدة.

ان احتمال وقوع الحدث الاول او الحدث الثاني يساوي مجموع احتمالي الحدثين

$$P(E_1 \text{ or } E_2) = P(E_1)+P(E_2)$$

قدم المثالين (4 ، 5) لتوضح للطلاب طريقة حساب احتمال الحدثين المتنافيين



الدرس [6-4] الاحتمال التجريبي والاحتمال النظري

Experimental Probability and Theoretical Probability

فكرة الدرس
• حساب الاحتمال التجريبي.
• حساب الاحتمال النظري.

المفردات
• الاحتمال التجريبي.
• الاحتمال النظري.
• فضاء العينة .

تعلم

رمى مهند قطعتي نقود 13 مرة وسجل النتائج كما مبين في الجدول المجاور:

النتائج	التكرار
H,H	7
H,T	3
T,H	1
T,T	2

1. اوجد النسبة $\frac{\text{عدد ظهور (H,T)}}{\text{عدد عناصر فضاء العينة}}$

2. اوجد النسبة $\frac{\text{عدد ظهور (H,T)}}{\text{عدد مرات التجربة}}$

هل النسبة في السؤال الاول تساوي النسبة في السؤال الثاني ؟ وضح ذلك

[6-4-1] الاحتمال التجريبي والاحتمال النظري

Experimental Probability and Theoretical Probability

سبق ان درست حساب الاحتمال التجريبي والنظري حيث تحديد الاحتمال في الفقرة (تعلم) عن طريق اجراء التجربة والنواتج بهذه الطريقة تسمى الاحتمالات التجريبية .

اما الاحتمالات المبنية على حقائق وخصائص معروفة فتسمى الاحتمالات النظرية

مثال (1) فضاء العينة لتجربة رمي قطعتي نقود هي :

$\Omega = \{(H,H),(H,T),(T,H),(T,T)\}$

النسبة في السؤال الاول:

اذن عدد عناصر فضاء العينة يساوي 4

من الجدول عدد مرات ظهور الحدث H,T يساوي 3

الاحتمال نظري

$P(H,T) = \frac{\text{عدد ظهور (H,T)}}{\text{عدد عناصر فضاء العينة}} \Rightarrow \therefore P(H,T) = \frac{3}{4}$

النسبة في السؤال الثاني:

من الجدول عدد مرات ظهور الحدث H,T يساوي 3

عدد مرات التجربة يساوي 13

الاحتمال تجريبي

$P(H,T) = \frac{\text{عدد ظهور (H,T)}}{\text{عدد مرات التجربة}} \Rightarrow \therefore P(H,T) = \frac{3}{13}$

الاحتمالات النظرية تزودنا بنتائج التجربة دون الحاجة الى إجرائها (تعتمد على فضاء العينة للتجربة).

الاحتمالات التجريبية تزودنا بنتائج التجربة بتكرارها عدة مرات (تعتمد على تكرار التجربة).

مثال (2) وجد باحث في مصنع بطاريات السيارات ان احتمال كون البطارية غير صالحة هو $\frac{3}{20}$ انظري هذا الاحتمال ام تجريبي؟ واذا اراد المصنع الحصول على 240 بطارية غير صالحة. فكم بطارية كان على المصنع انتاجه ؟

هذا الاحتمال تجريبي، لانه يعتمد على ما حدث فعلا. استعمل التناسب لحل الجزء الثاني من المثال

كل 3 بطاريات من اصل 20 غير صالحة

اذن 240 بطارية غير صالحة من اصل X بطارية ينتجها المصنع.

$\frac{3}{20} = \frac{240}{X}$ اكتب التناسب

$3X = 4800$ الضرب التبادلي

$X = \frac{4800}{3}$ اقسم المعادلة على 3

$X = 1600$

∴ يجب ان ينتج المصنع 1600 بطارية

82

إعادة التعليم

الاحتمال التجريبي : ويحسب احتمالية الحدث بتكرار التجربة مرات عدة وايجاد عدد المرات التي يتحقق فيها هذا الحدث .

الاحتمال التجريبي = $\frac{\text{عدد مرات حدوث الحدث}}{\text{عدد مرات حدوث التجربة}}$

الاحتمال النظري : ويحسب احتمالية الحدث دون اجراء التجربة ولكن اعتمادا على فضاء العينة

الاحتمال النظري = $\frac{\text{عدد مرات حدوث الحدث}}{\text{عدد عناصر فضاء العينة}}$

تدريبات

جد احتمال كل حدث بعد رمي حجر النرد (مانوع الاحتمال)

1) الحصول على العدد 5 $\frac{1}{6}$ نظري

2) الحصول على عدد فردي $\frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ نظري

3) تم اطلاق قرص مكون من 3 الوان (احمر ، اصفر ، اخضر) 6 مرات وكانت النتائج

3 أحمر 2 أصفر 1 أخضر

ما احتمال أن يأتي المؤشر على اللون الأصفر، مانوع الاحتمال :

$\frac{2}{6}$ تجريبي

Scanned with CamScanner

أمثلة إضافية : قدّم الأمثلة الاضافية التالية لتعزيز مفاهيم الدرس وهي مشابهةٌ تماماً لأمثلة الدرس في كتاب الطالب

1) في تجربة رمي حجري النرد مره واحدة ، مااحتمال الحصول على العدد 4 على الحجرين ؟

فضاء العينة $6 \times 6 = 36$

$E_1 = \{(4,4)\} = 1$

$p(E_1) = \frac{1}{36}$

2) اصاب محمد الهدف 5 مرات في 20 لعبة ، مااحتمال ان يصيب الهدف في الرمية القادمة ؟

$p(A) = (\frac{5}{20}) = \frac{1}{4}$

تأكد من فهمك: اطلب إلى الطلاب حلّ تدريبات تأكد من فهمك داخل الصفّ وراقب اجاباتهم .

- الأسئلة (1-4) يتطلب الحل ايجاد احتمال حدوث كل حدث .
- سؤال (6) يتطلب ايجاد المجموع الكلي للكرات التي تحقق النسبة $\frac{2}{3}$ ومنها نحدد عدد الكرات الزرق.

- يمكن تقديم صفحة إعادة التعليم المرافقة للطلاب الذين لم يتمكنوا من حلّ تدريبات تأكد من فهمك بشكل صحيح.
- اطلب إلى الطلاب حلّ التدريبات (1،3،4،7) من صفحة تمرينات الدرس كواجبٍ بيتي.

خطأ متوقعٌ: قد يخطئ بعض الطلاب عند تحديد نوع الاحتمال نظري ام تجريبي . بين لهم ان الاحتمال التجريبي ينتج عن اجراء تجربة وايجاد النواتج فيها .

3 تدريبٌ

ناقش مع الطلاب الواجب البيتيّ وتحقق من قدرتهم على حل التمرينات وقدّم صفحة إعادة التعليم للطلاب الذين لم يتمكنوا من حلّ الواجب البيتي.

تدرّب وحلّ التمرينات: اطلب الى الطلاب حلّ تمرينات تدرب وحلّ التمرينات وتابع اجاباتهم

- الاسئلة (9-10) تتطلب ايجاد احتمال احداث معينة .
- السؤال (11) الاحتمال تجريبي .
- السؤال (12) الحدثان متنافيان(استعمل القانون)

تدرّب وحلّ مسائل حياتية: اُطلب إلى الطلاب حلّ المسائل الحياتية وتابع اجاباتهم .

- سؤال (13) بين للطلاب ان مجموع الاجزاء الملونة 8 .

وبما ان $\frac{2}{8} = \frac{1}{4}$ فان اللون الاخضر يمكن تكراره مرتين وعليه نختار اللون الاخضر

- السؤال (16) نجد الناتج باستعمال الحدثين المتنامين(مع تذكير الطلاب بقانون الحدثين المتنامين) .

مثال (3) عند رمي حجري النرد مرة واحدة جد احتمال :

i) الحدث: الحصول على المجموع 5 على وجهي الحجرين.

ii) الحدث : الرقم على وجه الحجر الاول ضعف الرقم على وجه الحجر الثاني.



هذا الاحتمال نظري : لان الحجرين رميا مرة واحدة.

عدد ارقام الحجر الاول = 6 ، عدد ارقام الحجر الثاني = 6

اذن حسب قانون العد الاساسي : عدد عناصر فضاء العينة تساوي 6×6 وتساوي 36

$\Omega = \{(1,1)......(1,6), (2,1)......(2,6), ..., (6,1)......(6,6)\} \quad n = 36$

i) $E_1 = \{(1,4),(4,1),(2,3),(3,2)\}, m = 4, \quad n = 36$

$P(E_1) = \frac{m}{n}$

$P(E_1) = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$

ii) $E_2 = \{(2,1),(4,2),(6,3)\}, m = 3, n = 36$

$\therefore P(E_2) = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$

[6-4-2] الاحداث المتنافية Disjoint Events

الحدثان المتنافيان: هما حدثان لايمكن ان يتحققا معاً في تجربة واحدة.

مثلاً: عند رمي حجر النرد مرة واحدة، فان الحصول على عدد فردي و عدد زوجي معاً مستحيل

اذن هما حدثان متنافيان.

حساب احتمال الحدثين المتنافيين:

اذا كان E_1 ، E_2 حدثين متنافيين فان احتمال وقوع E_1 اووقوع E_2 يساوي مجموع احتمالي الحدثين

اي : $P(E_1 \text{ or } E_2) = P(E_1) + P(E_2)$

مثال (4) عند رمي حجر النرد مرة واحدة، جد احتمال الحصول على العدد 3 او على عدد زوجي.

بما انه لايمكن ان يظهر على وجه الحجر العدد 3 في الوقت نفسه مع عدد زوجي فان هذين الحدثين متنافيان

$\Omega = \{1,2,3,4,5,6\}$

$P(E_1) = \frac{m}{n}, m = 1, n = 6 \Rightarrow P(E_1) = \frac{1}{6}$

$P(E_2) = \frac{m}{n}, m = 3, n = 6 \Rightarrow P(E_2) = \frac{3}{6}$

$P(E_1 \text{ or } E_2) = P(E_1) + P(E_2)$

$P(E_1 \text{ or } E_2) = \frac{1}{6} + \frac{3}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$

اذن احتمال ظهور العدد 3 او عدد زوجي في رمي حجر النرد يساوي $\frac{2}{3}$

83

التمرينات

الاسئلة متعددة الاختيار Multiple Choice

الدرس [6-4] الاحتمال والتجريبي والاحتمال والنظري

Experimental Probability and Theoretical Probability

اختر الاجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

1 اذا كان E_1, E_2 حدثان متنافيان فان $P(E_1 or E_2)$ تساوي:

a) $P(E_1) - P(E_2)$ b) $P(E_1) \times P(E_2)$ c) $P(E_1) + P(E_2)$ d) $\frac{P(E_1)}{P(E_2)}$

2 سجل احمد 20 اصابة للهدف من 25 محاولة، أي نسبة مئوية للاحتمال التجريبي ان يسجل احمد الهدف في المحاولة التالية؟

a) 50% b) 60% c) 70% d) 80%

3 اطلقت تمارة مؤشر القرص المقابل مرة واحدة، أي نسبة مئوية للاحتمال النظري ان يدل المؤشر على اللون الابيض



a) 35% b) 30% c) 12.5% d) 20%

4 عند رمي حجري النرد مرة واحدة، احتمال الحصول على عددين مجموعهما 3 او حاصل ضربهما 3 هو

a) $\frac{1}{3}$ b) $\frac{1}{9}$ c) $\frac{2}{3}$ d) 1

5 E_1, E_2 حدثان متنافيان. اذا كان $P(E_1 or E_2) = \frac{5}{6}$ وان $P(E_1) = \frac{2}{3}$ فان $P(E_2)$ يساوي

a) $\frac{1}{3}$ b) $\frac{1}{6}$ c) $\frac{1}{4}$ d) $\frac{1}{5}$

6 عند رمي حجري النرد، احتمال الحصول على عددين مجموعهما 13 هو

a) 3 b) 2 c) 1 d) 0

112

Scanned with CamScanner

مثال (5) عند رمي حجري النرد مرة واحدة، جد احتمال الحصول على عددين متساويين او مجموع عددين يساوي 3.

عدد عناصر فضاء العينة عند رمي حجري النرد يساوي 36

$E_1 = \{(1,1), (2,2), (3,3), (4,4), (5,5), (6,6)\}$

$P(E_1) = \frac{E_1 \text{ عدد عناصر}}{\text{فضاء العينة}} = \frac{6}{36}$

$E_2 = \{(1,2), (2,1)\}$

$P(E_2) = \frac{E_2 \text{ عدد عناصر}}{\text{فضاء العينة}} = \frac{2}{36}$

E_1 , E_2 حدثان متنافيان لاتوجد عناصر مشتركة بينهما.

احتمال الاحداث المتنافية

بالتعويض والتبسيط

$P(E_1 \text{ or } E_2) = P(E_1)+P(E_2)$

$= \frac{6}{36} + \frac{2}{36} = \frac{8}{36} = \frac{2}{9}$

تأكد من فهمك

في تجربة رمي حجري النرد مرة واحدة، جد احتمال حدوث الاحداث الاتية :

1. العددان على وجهي الحجرين متساويان.
2. العدد على وجه الحجر الاول نصف العدد على وجه الحجر الثاني.
3. مجموع العددين على وجهي الحجرين يساوي 10.
4. مجموع العددين على وجهي الحجرين اقل من 5.
5. أتجريبية الاحتمالات السابقة ام نظرية؟
6. كيس فيه 4 كرات حمر، كرة خضراء، كم كرة زرقاء يجب ان تضاف الى الكيس كي يكون احتمال سحب كرة حمراء $\frac{2}{3}$ ؟ انظري الاحتمال ام تجريبي ؟
7. وقف شخص في احدى تقاطعات مدينة بغداد فأحصى 25 سيارة شاهدها، منها 13 سيارة صفر اللون، 7 سيارات بيض اللون، 5 سيارات رصاصية اللون . قدر احتمال ان تكون السيارة التالية التي تجتاز التقاطع صفراء اللون . وما نوع الاحتمال انظري ام تجريبي ؟ اكتب النسبة بشكل كسر عشري ونسبة مئوية .
8. عند رمي حجري نرد، جد احتمال حصول على عددين مجموعهما 5 او مجموعهما 11. هل الحدثان متنافيان بين ذلك.

تدرب وحل التمرينات **في تجربة رمي حجري النرد مرة واحدة، جد احتمال حدوث الاحداث الاتية**

9. مجموع العددين على وجهي الحجرين اكبر من 8.
10. مجموع العددين على وجهي الحجرين يساوي 12.

84

فكّر: اطلب الى الطلاب حلّ أسئلة فكّر ، وقد يحتاج الطلاب ذوو المستوى الضعيف الى المساعدة .

• السؤال (17) نستعمل قانون الاحداث المتنافية بعد ايجاد احتمال كل لون.

• سؤال (18) نجد احتمال كل كرة ونستعمل قانون الاحداث المتنافية.

أكتب: أطلب إلى الطلاب حلّ سؤال أكتب وتابع إجاباتهم .

4 تقويم

استعمل المسألة التالية كتقويم ختامي للطلاب قبل انتهاء الدرس .

عائلة مكونة من 10 ابناء ، 4 منهم بشرتهم بيضاء اللون مااحتمال ان تكون بشرة الطفل الحادي عشر ليست بيضاء ؟

$1 - \frac{4}{10} = \frac{6}{10} = \frac{3}{5}$

5 توسعةٌ

يمكنك تقديم تدريباتٍ اثرائية للطلاب من خلال صفحة الإثراء المرافقة وتابعهم وقدّم لهم المساعدة في أثناء الحلّ.

• **اطلب اليهم حل المسألة التالية :**

صندوق فيه 8 كرات ملونة ، 3 زرق ، 2 حمر ، 3 بيض ، سحب مصطفى كرة ، مااحتمال ان تكون زرقاء او حمراء

$P(E_1 \text{ or } E_2) = P(E_1) + P(E_2)$

$= \frac{3}{8} + \frac{2}{8} = \frac{5}{8}$

11. اجريت دراسة على 100 شخص، فاجاب 15 منهم انهم يستعملون اليد اليسرى فاذا اجريت الدراسة على 400 شخص، فكم تتوقع عدد الاشخاص الذين يستعملون اليد اليسرى ؟
12. جد احتمال سحب بطاقة تحمل عدداً فردياً او تحمل عدداً من مضاعفات العدد 2 من بطاقات مرقمة من 1 الى 9

تدرب وحل مسائل حياتية



13. تسلية : بأي لون يجب تلوين الفراغ بحيث يكون احتمال ان يأتي المؤشر عند هذا اللون $\frac{1}{4}$ ؟
14. طوابع : يهوى مهند جمع الطوابع البريدية، فمن بين 60 طابعا جمع 25 طابعا للدول العربية، 15 طابعا لدول افريقية و 20 طابعا لدول اوربية. قدر احتمال ان يكون الطابع الذي سيجمعه اوربياً.
15. رياضية: في التدريب على كرة السلة، اصاب لاعب السلة 15 كرة من 25 رمية، ما الاحتمال التجريبي لان يصيب لاعب السلة في الرمية التالية ؟ اكتب الجواب على صورة كسر و عدد عشري و نسبة مئوية .
16. دراسة : احصى رجل في عائلته 3 افراد عيونهم زرق من كل 22 فرداً، اذا رزق الرجل بمولود جديد، ما احتمال ان تكون عيناه ليست زرقاء ؟

فكّر



17. تحدٍ: قرص ذو مؤشر، مقسم الى ثلاثة اجزاء على الشكل المجاور : نصف القرص اخضر ثلثه احمر و سدسه ازرق . ما احتمال ان يدل مؤشر القرص على الأخضر او الأحمر بعد اطلاقه؟



18. اكتشف الخطأ: يريد كل من سارة و مهند تحديد احتمال اختيار كرة زرقاء او حمراء عشوائياً من كيس يحتوي على 5 كرات زرق، 4 كرات حمر، 6 كرات صفر ايهما كانت اجابته صحيحة ؟ فسر اجابتك.

سارة	مهند
$P(R \text{ or } B) = P(R)+P(B) = \frac{4}{15} + \frac{5}{15} = \frac{9}{15} = \frac{3}{5}$	$P(R \text{ or } B) = P(R) \times P(B) = \frac{4}{15} \times \frac{5}{15} = \frac{4}{45}$

أكتب

توضيحاً لما يمثله كل عدد في الكسر $\frac{2}{9}$ الذي يمثل احتمال وقوع حدث نظري او تجريبي.

85

الإثراء

1 اطلق هشام القرص ذا اللونين (احمر ، ابيض) 70 مرة، ظهر فيها اللون الاحمر 30 مرة ، ما احتمال ظهور اللون الابيض في المرة القادمة ؟

$\frac{40}{70} = \frac{4}{7}$

2 صندوق فيه كرات زجاجية 6 كرات حمر ، 10 كرات صفر، كم كرة زرقاء يجب اضافتها الى الصندوق ليكون احتمال سحب كرة صفراء $\frac{2}{5}$

$\frac{2}{5} = \frac{10}{\square}$ (×5)

$5 \times 5 = 25$ مجموع الكرات

$25 - (6 + 10) = 9$ كرة زرقاء

3 عند رمي حجر نرد مااحتمال ظهور عدد يقبل القسمة على 2 او عدد يقبل القسمة على 5 ؟

$P(E_1) = \frac{3}{6}$

$P(E_2) = \frac{1}{6}$

$P(E_1 \text{ or } E_2) = P(E_1) + P(E_2)$

$= \frac{3}{6} + \frac{1}{6} = \frac{4}{6}$

Scanned with CamScanner

الدرس 6-5 الاحداث المركبة

نتاجات التَعلّمَ	حساب احتمال الاحداث المستقلة حساب احتمال الاحداث المترابطة .
الموادُ والوسائلُ	ورقة عمل

1 تهيئةٌ

اطلب الى الطلاب توقع نتاجات التعلم لهذا الدرسِ من خلال عنوان الدرس وناقشْهم فيها ثم ثبتها على السبورةِ.

- هيئ الطلاب لفكرة الدرس من خلال النشاط الآتي :
- وزع على الطلاب اوراق عمل تتضمن المسألة .
- حدد ان كان الحدثان المركبان مستقلين أو غير مستقلين .

1) رمي قطعة نقود وظهور الصورة ورمي حجر النرد وظهور عدد اكبر من 5 . (حدثان مستقلان)

2) درج فيه 4 ازواج من الجوارب ، قام مصطفى بسحب زوج من الدرج ، ثم سحب زوجا اخر دون اعادة الاول. (حدثان مترابطان)

اسأل الطلاب :

- متى يكون الحدثان مستقلين في 2) ؟ (عند اعادة الزوج الأول)
- استمعْ إلى إجاباتهم وقل لهم إنهم سيدرسون حساب احتمال الأحداث المستقلة والأحداث المترابطة .

2 شرحٌ وتفسير

تَعلّمَ: وجّه الطلاب الى فقرة تعلّم واطلب إليهم قراءة المعلومة المعطاة وهينهم للمثال (1) من خلال التقديم الذي يتبع فقرة تعلّم .

- ذكر الطلاب بمفهوم الاحداث المستقلة والمترابطة ، وضح للطلاب قانون الاحتمال للحدثين المستقلين وهو (احتمال الحدث الاول × احتمال الحدث الثاني)
- قدم المثال (1) لتوضيح القانون
- قدم المثال (2) ذكر الطلاب ان اعادة الكرة الاولى وسحب كرة ثانية يعني ان الحدثين مستقلان .
- وضح للطلاب قانون احتمال الاحداث المترابطة (غير مستقلة) اعرض المثالين (4) (5) لتحديد الحوادث المترابطة واحتماليتها .

امثلةٌ اضافيةٌ : قدّم الأمثلة الإضافية التالية لتعزيز مفاهيم الدرس وهي مشابهةٌ تماماً لأمثلة الدرس في كتاب الطالب.

بين ان كانت الحوادث مستقلة ام غير مستقلة وجد احتمال كل منها

1) العاب : صندوق العاب يحتوي على 6 كرات ، 6 سيارات صغيرة ، 4 مضارب تنس اختارت مريم لعبتين عشوائيا، ماالاحتمال ان تحصل على كرتين اثنتين ؟

$P(E_1 \text{and} E_2) = P(E_1) \times P(E_2 \text{ after } E_1)$

الدرس [6-5] الاحداث المركبة Compound Events

تعلم

تشير تقارير شركة الخطوط الجوية العراقية الى وصول طائراتها في موعدها المحدد بنسبة $\frac{19}{20}$ ، كما تشير النسبة 2٪ الى فقدان الامتعة من الحالات.

فما احتمال وصول طائرة في موعدها مع فقدان الامتعة؟



فكرة الدرس
- حساب احتمال الاحداث المستقلة.
- حساب احتمال الاحداث المترابطة.

المفردات
- الاحداث المستقلة.
- الاحداث المترابطة.

[6-5-1] الاحداث المستقلة Independent Events

سبق وان تعلمت مفهوم الاحداث المستقلة (نتيجة احدهما لا تؤثر في نتيجة الآخر) في هذا الدرس سوف تتعلم حساب احتمال الحوادث المستقلة، اذا كان: E_2, E_1 حدثين مستقلين فان احتمال وقوعهما معاً يساوي حاصل ضرب احتمال E_1 في احتمال الحدث E_2 ،
أي: $P(E_1 \text{ and } E_2) = P(E_1) \times P(E_2)$

مثال (1) في فقرة تعلم:

ان احتمال وصول الطائرة في موعدها هو $P(E_1) = \frac{19}{20}$

ان احتمال فقدان الامتعة هو $P(E_2) = \frac{1}{50}$

ان وصول الطائرة في موعدها لايؤثر في فقدان الأمتعة، هذا يعني ان الحدثين مستقلان.

احتمال الاحداث المستقلة $P(E_1 \text{ and } E_2) = P(E_1) \times P(E_2)$

بالتعويض $= \frac{19}{20} \times \frac{1}{50}$

$= \frac{19}{1000} = 0.019 = 1.9\%$

مثال (2) كيس يحتوي على 3 كرات حمر، 4 كرات خضر، 5 كرات زرق، سحبت منه كرة عشوائياً ثم اعيدت وسحبت كرة ثانية. جد احتمال سحب كرة حمراء ثم كرة خضراء.

سحب الكرة الحمراء $P(R) = \frac{\text{عدد الكرات الحمراء}}{\text{العدد الكلي للكرات}} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$

سحب الكرة الخضراء $P(G) = \frac{\text{عدد الكرات الخضراء}}{\text{العدد الكلي للكرات}} = \frac{4}{12} = \frac{1}{3}$

الحدثان مستقلان.

احتمال الاحداث المستقلة (لان الكرة الاولى اعيدت الى الكيس) $P(R \text{ and } G) = P(R) \times P(G)$

بالتعويض $= \frac{1}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{12}$

اذن احتمال سحب كرة حمراء ثم كرة خضراء مع اعادة الكرة الحمراء يساوي $\frac{1}{12}$

86

إعادة التعليم

الاحداث المركبة هي نوعان من الاحداث احداث مستقلة (اي نتيجة احدهما لاتؤثر في نتيجة الاخر)

E_1 , E_2 حدثان مستقلان فان احتمال وقوعهما معا :

$P(E_1 \text{and} E_2) = P(E_1) \times P(E_2)$

احداث غير مستقلة (مترابطة) (اي نتيجة احدهما تؤثر في نتيجة الاخر)

E_1 , E_2 حدثان مترابطان فان احتمال وقوعهما معا :

$P(E_1 \text{and} E_2) = P(E_1) \times P(E_2 \text{ after } E_1)$

تدريبات

ما احتمال كل من :

1) سحب كرة حمراء وسحب كرة خضراء مع اعادة الكرة الحمراء من كيس فيه كرات بلونين 4 خضر و6 حمر.

الحدثان مستقلان $P(E_1 \text{and} E_2) = P(E_1) \times P(E_2)$

$= \frac{4}{10} \times \frac{6}{10} = \frac{24}{100}$

2) سحب كرة حمراء ثم سحب كرة خضراء من دون اعادة الكرة الحمراء من كيس فيه كرات بلونين 4 خضر و6 حمر .

الحدثان مترابطان $P(E_1 \text{and} E_2) = P(E_1) \times P(E_2 \text{ after } E_1)$

$= \frac{4}{10} \times \frac{6}{9} = \frac{24}{90}$

Scanned with CamScanner

مثال (3) اذا اختيرت احدى البطاقات المرقمة وتدوير مؤشر القرص الدوار كما مبين في الشكل المجاور. ما احتمال ان يكون الناتج عدداً زوجياً واللون ازرق؟



نفرض ان $P(E_1)$ احتمال العدد الزوجي.

$$P(E_1)=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}$$

نفرض ان $P(E_2)$ احتمال وقوف المؤشر على اللون الازرق.

$$P(E_2)=\frac{1}{4}$$

احتمال الحوادث المستقلة $P(E_1 \text{ and } E_2)=P(E_1)\times P(E_2)$

بالتعويض والتبسيط $=\frac{1}{2}\times\frac{1}{4}=\frac{1}{8}$

ان احتمال (عدد زوجي ولون ازرق) هو $\frac{1}{8}=12.5\%$

[6-5-2] الاحداث المترابطة Dependent Events

الاحداث المترابطة (نتيجة احدهما تؤثر في نتيجة الآخر)

اذا كان E_1 و E_2 حدثين مترابطين فان احتمال وقوعهما معاً هو حاصل ضرب احتمال الحدث الاول E_1 في ضرب (احتمال الحدث E_2 بعد حصول الحدث E_1) ، اي:

$$P(E_1 \text{ and } E_2)=P(E_1)\times P(E_2 \text{ after } E_1)$$

مثال (4) في مثال (2)، لو لم نعيد الكرة الحمراء الى الكيس. ما احتمال سحب كرة حمراء ثم كرة خضراء؟

سحب الكرة الحمراء $P(R)=\frac{\text{عدد الكرات الحمراء}}{\text{العدد الكلي للكرات}}=\frac{3}{12}=\frac{1}{4}$

عدم اعادة الكرة الحمراء للكيس يعني ان عدد الكرات الحمر اصبح 2 كرة، والعدد الكلي لكرات في هذه الحالة هو 11 كرة بدل 12.

سحب الكرة الخضراء $P(G \text{ after } R)=\frac{\text{عدد الكرات الخضراء}}{\text{العدد الكلي الجديد للكرات}}=\frac{4}{11}$

الحدثان مترابطان

احتمال الحوادث المترابطة $P(R \text{ and } G)=P(R)\times P(G \text{ after } R)$

بالتعويض والتبسيط $=\frac{1}{4}\times\frac{4}{11}=\frac{1}{11}$

ان احتمال سحب كرة حمراء ثم خضراء دون اعادة الكرة الحمراء يساوي $\frac{1}{11}$

87

التمرينات

اختيار من متعدد Multiple Choice

الدرس [6-5] الاحداث المركبة Compound Events

اختر الاجابة الصحيحة لكل مما يأتي:

[1] E_1, E_2 حدثان مستقلان، حيث $P(E_1)=0.3$ وان $P(E_2)=0.9$ فان احتمال حدوث E_1, E_2 معاً هو:

a) 1.2 b) 0.6 c) 0.27 d) 0.3

[2] رمى مصطفى حجر نرد وقطعة نقود، احتمال ظهور رقم اكبر من 5 على حجر النرد والكتابة على قطعة النقود هو:

a) $\frac{2}{3}$ b) $\frac{1}{3}$ c) $\frac{1}{12}$ d) 3

[3] صندوق فيه 5 كرات حمر، 4 كرات خضر.
E_1: سحب كرة حمراء، E_2: سحب كرة خضراء دون اعادة الحمراء. فان احتمال حدوثهما معاً هو:

a) $\frac{10}{9}$ b) $\frac{5}{18}$ c) $\frac{19}{18}$ d) $\frac{1}{18}$

[4] E_1, E_2 حدثان مترابطين فان احتمال وقوعهما معاً هو:

a) $P(E_1 \text{ and } E_2)=P(E_1)+P(E_2 \text{ after } E_1)$
b) $P(E_1 \text{ and } E_2)=P(E_1)+P(E_2 \text{ before } E_1)$
c) $P(E_1 \text{ and } E_2)=P(E_1)\times P(E_2 \text{ after } E_1)$
d) $P(E_1 \text{ and } E_2)=P(E_1)\times P(E_1 \text{ after } E_2)$

[5] العلاقة $P(E_1 \text{ and } E_2)=P(E_1)\times P(E_2)$ بين الحدثان E_1, E_2 حيث هما:

a) لاتوجد علاقة بينهما b) مستقلان c) مترابطان d) غير ذلك

[6] E_1, E_2 حدثان متنافيان حيث: $P(E_1)=0.15$ ، $P(E_2)=0.45$ ، فان احتمال حدوث E_1 او E_2 هو:

a) 0.0675 b) 3 c) 0.6 d) 0.3

113

حوادث مترابطة

$$=\frac{6}{16}\times\frac{5}{15}$$

$$=\frac{2}{16}=\frac{1}{8}$$

2) عند رمي حجر النرد مرتين ، مااحتمال ظهور العدد نفسه في المرتين ؟ الحدثان مستقلان

$$P(E_1)=\frac{1}{6}\ ,\ P(E_2)=\frac{1}{6}$$

$$P(E_1 \text{ and } E_2)=\frac{1}{6}\times\frac{1}{6}=\frac{1}{36}$$

تأكد من فهمك: اطلب الى الطلاب حلّ تدريبات تأكد من فهمك داخل الصف وراقب اجابتهم .

السؤال (1) الحدثان فيه مترابطان نستعمل .

$$(P(E_1 \text{ and } E_2)=P(E_1)\times P(E_2 \text{ after } E_1)$$

• الأسئلة (4 -2)الحدثان في كل منهما مستقلان .

$$P(E_1 \text{ and } E_2)=P(E_1)\times P(E_2)\ .$$

• يمكن تقديم صفحة إعادة التعليم المرافقة للطلاب الذين لم يتمكنوا من حلّ تدريبات تأكّد من فهمك بشكلٍ صحيح.

• اطلب إلى الطلاب حل التدريبات (1،2،3،6) من صفحة تمرينات الدرس كواجب بيتي.

خطأ متوقعٌ: قد يخطئ بعض الطلاب عند حساب احتمال الحدث الثاني في الحدثين المترابطين ،بين لهم ان احتمال الحدث الثاني يكون بعد تغير عدد المعطيات (مثل سحب كرة دون ارجاعها يؤثر على مجموع الكرات المتبقية) .

3 تدريب

ناقش مع الطلاب الواجب البيتيّ وتحقق من قدرتهم على حلّ التمرينات وقدم صفحة إعادة التعليم للطلاب الذين لم يتمكنوا من حلّ الواجب البيتي.

تدرّب وحل التمرينات: اطلب الى الطلاب حلّ تمرينات تدرب وحل التمرينات وتابع اجاباتهم .

• السؤال (4) الحدثان مترابطان ، نجد احتمال سحب البطاقة الاولى ، ثم احتمال سحب البطاقة الثانية

$$P(E_1 \text{ and } E_2)=P(E_1)\times P(E_2 \text{ after } E_1)$$

تدرب وحلّ مسائل حياتية: أطلب إلى الطلاب حلّ المسائل الحياتية وتابع اجاباتهم .

• السؤال(7) الحدثان مترابطان .

•سؤال (8) الحدثان مستقلان بسبب اعادة الكتاب الاول.

فكّرْ: اطلب الى الطلاب حلّ أسئلة فكّرْ ، وقد يحتاج الطلاب ذوو المستوى الضعيف الى المساعدة.

• السؤال(9) الحدثان مترابطان ، سحب الكرة دون ارجاع يعني عدد الكرات يصبح 8 واجابة سالي تكون صحيحة .

• السؤال(11) لحل السؤال يتم تحديد 10 بطاقات بثلاثة اشكال (دائري ، مربع ، مثلث) وكتابة المسألة .

Scanned with CamScanner

أكتب: اطلب إلى الطلاب حلّ سؤال أكتب وتابع إجاباتهم .

4 تقويمٌ

استعمل المسألة التالية كتقويم ختامي للطلاب قبل انتهاء الدرس .

على رف الكتب 20 كتابا , 5 منها علمية , 4 ادبية , 11روايات، سحبت لينا كتابا ، واعادته ثم سحبت كتابا اخر ، مااحتمال ان يكون الكتابان علميين ؟

$$P(E_1) = \frac{5}{20} \quad , P(E_2) = \frac{5}{20}$$

$$P(E_1 \text{and} E_2) = \frac{5}{20} \times \frac{5}{20} = \frac{1}{4} \times \frac{1}{4} = \frac{1}{16}$$

5 توسعة

يمكنك تقديم تدريباتٍ اثرائية للطلاب من خلال صفحة الإثراء المرافقة وتابعهم وقدم لهم المساعدة في أثناء الحل.

• في صحن حلوى ملونة 6 حمر ، 5 خضر ، 15صفر ،4 بني ما احتمال ان يتم اختيار 3 قطع مع الارجاع على ان تكون الاولى حمراء الثانية حمراء الثالثة خضراء

$$\frac{6}{30} \times \frac{6}{30} \times \frac{5}{30} = \frac{1}{150}$$

مثال (5) صندوق فيه 5 كرات حمر، 3 زرق، 8 صفر، سحبت كرة من الصندوق دون اعادتها ثم سحبت ثانية، جد P(صفراء ثم حمراء)

افرض P(Y) سحب صفراء، $P(Y) = \frac{8}{16} = \frac{1}{2}$

عدم اعادة الكرة الصفراء، اصبح في الصندوق 5 كرات حمراء، 3 زرقاء، 7 صفراء،اي مجموعها 15 كرة سحبت كرة حمراء من الصندوق.

$P(R \text{ after } Y) = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$ الحدثان مترابطان

$P(Y \text{ and } R) = P(Y) \times P(R \text{ after } Y)$ احتمال الحوادث المترابطة

$= \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$ بالتعويض والتبسيط

اذن احتمال سحب كرة صفراء ثم كرة حمراء دون اعادة الكرة الصفراء هو $\frac{1}{6}$

الخلاصة:

1. نجد $P(E_2), P(E_1)$
2. اذا كان E_1 ، E_2 مستقلين فان: $P(E_1 \text{ and } E_2) = P(E_1) \times P(E_2)$
3. اذا E_1 ، E_2 مترابطين فان: $P(E_1 \text{ and } E_2) = P(E_1) \times P(E_2 \text{ after } E_1)$

تأكد من فهمك

1. صندوق فيه 3 كرات حمراء، 3 كرات خضر، ما احتمال سحب كرتين خضر من دون اعادة الكرة الاولى؟
2. اطلق مؤشر في القرصين المقابلين مرة واحدة، ما احتمال ان يأتي مؤشر الاول على اللون الأحمر ومؤشر الثاني على العدد 5 ؟



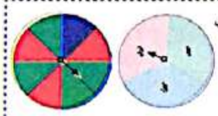
3. رمي قطعتي نقود مرة واحدة، ما احتمال ظهور صورة على القطعة الاولى، وكتابة على القطعة الثانية.

تدربْ وحلّ التمرينات

4. صندوق فيه 5 بطاقات حمر ، 4 بطاقات سود، 6 بطاقات خضر. سحبت بطاقة دون اعادتها للصندوق وسحبت بطاقة ثانية، ما احتمال ان تكون البطاقة الاولى حمراء والثانية سوداء؟

88

5. اطلق مؤشر في القرصين المجاورين مرة واحدة، ما احتمال ان يأتي مؤشر الاول على اللون الأخضر ومؤشر الثاني على العدد 3؟



6. رمي حجري النرد مرة واحدة، ما احتمال ظهور عدد يقبل القسمة على 3 على الحجر الاول، وعدد يقبل القسمة على 5 على الحجر الثاني؟

تدربْ وحلّ مسائل حياتية

7. حلوى: تحتوي علبة على 10 قطع حلوى بطعم الفراولة، 15 قطعة بطعم الشكولاته، 5 قطع بطعم الليمون. ما احتمال اختيار قطعتين عشوائياً الواحدة تلو الاخرى دون ارجاع على ان تكون الاولى بطعم الشوكلاته والثانية بطعم الليمون؟
8. كتب: اختارت سها كتاباً من رف في غرفتها واعادته ثم اختارت كتاباً آخر، ما احتمال ان يكون اختيار الكتاب من كتب الرياضيات؟ علماً ان الرف يحتوي على 5 كتب رياضيات، 2 كتاب لغة انكليزية، 3 كتب علوم.

فكّر

9. أكتشف الخطأ: يريد كل من جمانة واختها سالي تحديد احتمال اختيار كرة حمراء واخرى صفراء عشوائياً من كيس يحتوي 4 كرات حمراء، 5 كرات صفراء دون ارجاع الكرة بعد السحب.

جمانة	سالي
P(حمراء وصفراء)	P(حمراء وصفراء)
P(حمراء) × P(صفراء)	P(حمراء) × P(صفراء)
$\frac{4}{9} \times \frac{5}{9}$	$\frac{4}{9} \times \frac{5}{8}$

ايهما كان حلها صحيحاً؟

10. تحدٍّ: عند رمي حجر النرد وقطعة نقود، ما احتمال ظهور رقم اكبر من 2 واصغر من 6 على حجر النرد والكتابة على قطعة النقود؟
11. مسألة مفتوحة: 10 بطاقات بثلاثة اشكال مختلفة، اكتب مسألة تتعلق بسحب بطاقتين عشوائياً دون ارجاعها على ان يكون الاحتمال $\frac{1}{15}$.

أكتب مثالاً على حدثين مستقلين ومثالاً آخر على حدثين مترابطين.

89

الإثراء

حدد ان كانت الحوادث فيما يلي مستقلة ام غير مستقلة ، واحسب احتمال كل منها :

1. عند رمي حجر النرد مرتين ، مااحتمال ظهور عددين مختلفين؟

$P(E_1) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$ احتمال ظهور عددين متشابهين

$P(E_2) = 1 - \frac{1}{6} = \frac{5}{6}$ احتمال ظهور عددين مختلفين

2. عند رمي قطعة نقود 4 مرات ، مااحتمال ظهور الكتابة في المرات الاربع؟

$\frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{16}$

حدثان مستقلان

3. اكتشف الخطا

يريد كل من ياسر وشهد تحديد احتمال اختيار كرة زرقاء او حمراء عشوائيا من كيس يحتوي على 8 كرات زرق و6 حمر و8 صفر و4 بيض ، ايهما كانت اجابته صحيحة

(ياسر)	(شهد)
p (حمراء او زرقاء)	P(حمراء او زرقاء)
$= p(\text{زرقاء}) + p(\text{حمراء})$	$= P(\text{زرقاء}) \times p(\text{حمراء})$
$= \frac{8}{26} + \frac{6}{26} = \frac{14}{26}$	$= \frac{6}{26} \times \frac{8}{26} = \frac{48}{676}$

اجابة ياسر صحيحة

Scanned with CamScanner

خطة حل المسألة (انشئ نموذجا)

نتاجات التعلّم	استعمل انشاء نموذج لحل المسالة.
الموادُ والوسائلُ	مجموعة من المكعبات الملونة بالوان مختلفة.

1 تهيئةٌ

اطلب الى الطلاب توقع نتاجات التعلم لهذا الدرس من خلال عنوان الدرس وناقشهم فيها ثم ثبتها على السبورة.

- هيئ الطلاب لفكرة الدرس من خلال النشاط الآتي:

نظّم الطلاب في مجموعات صغيرة وأعطِ كل مجموعة ثلاثة مكعبات بالوان مختلفة اطلب اليهم ترتيبها باكثر من طريقة

اسأل الطلاب :

- بكم طريقة يمكن ترتيب المكعبات ؟ 6 .



الدرسُ [6-6] خطة حل المسألة (أنشيء نموذجا)

Problem Solving Plan (Make a Model)

فكرة الدرس
- أحل مسألة باستعمال خطة (انشاء نموذج).

تعلم

حاول محمد ترتيب 5 قطع ملونة مربعة الشكل (أسود، أحمر، أزرق، أصفر، أخضر) بطرائق مختلفة، كم طريقة يمكن ان يرتبها بشرط ان اول مربع اسود اللون واخر مربع أصفر اللون؟

افهم

ما المعطيات في المسألة؟ 5 مربعات ملونة.

ما المطلوب من المسألة؟ إيجاد عدد بطرائق الممكنة لترتيبها.

خطّط

كيف تحل المسألة؟ أنشئ نموذجاً لتوضيح تلك الطرائق المختلفة.

حلّ

1 2 3 4 5 6

اذن هناك ستة طرائق لترتيبها.

تحقق

الرسم في اعلاه يتضمن جميع طرق الترتيب بعمل النماذج (بطريقة التباديل)

ويمكن ان نجد عدد الطرائق باستعمال مضروب العدد.

$3! = (3) \times (2) \times (1)$

$= 6$ طرق

90

2 شرحٌ وتفسير

سلسلة الناجح في الرياضيات

أفهم

- أرشد الطلابَ الى المعطيات والمطلوب في المسألة .
- اطلب الى الطلاب تحويط المعطياتِ ، ووضع خطِ تحت المطلوب.

خطط

- ناقش الطلاب في الطريقة المناسبة لحلّ هذه المسألة واستمع إلى مقترحاتهم .
- بيّن للطلاب أنّ حلّ المسألة على وفق خطة انشاء نموذج وقدم الاسئلة للطلاب في اثناء الشرح لتوجيه انتباههم .

حل

- قمْ بحلّ المسألة على وفق خطة تحديد معقولية الأجابة .
- وقدّم الأسئلة التالية للتلاميذ في أثناء الشرح لتوجيه انتباههم .
- ماعدد المكعبات جميعا ؟ 5
- كم مكعبا ثابت مكانه ؟ 2
- ماعدد المكعبات المتغيرة اماكنها ؟ 3
- بكم طريقة يتم ترتيب المكعبات الثلاثة ؟ 6
- وجه الطلاب الى القيام بعملية الترتيب لايجاد عدد طرائق ترتيبها

Scanned with CamScanner

تحقق

- كيفَ أتحقّق من صحّة الحلّ ؟ استمع الى تبريرات الطلاب .
- وجّه الطلاب الى ايجاد مضروب العدد 3

$3! = 3\times2\times1 = 6$

للتحقق من الحل .

- اطلب الى الطلاب حلّ المسائل (4، 3، 1) من صفحة مسائل كواجبٍ بيتيّ.

خطأٌ متوقعٌ: قد يخطئ الطلاب في تحديد عدد طرائق الترتيب بعدم تثبيت المكعبين الاول والاخير ويستعمل 5! للتحقق من المسألة ، وجه الطلاب الى قراءة السؤال بعناية لايجاد الناتج الصحيح .

3 تدريبٌ

- ناقش مع الطلاب الواجب البيتيّ وتحقق من قدرتهم على حلّ المسائل .
- اقرأ المسائل أمام الطلاب واطلبْ إليهم حلّها وتابع اجاباتهم .

مسائل Problems

1 لديك الارقام 1،2،3،4، كم عدد يمكن تكوينه من 4 ارقام شرط عدم تكرار الرقم في العدد والعدد اكبر من 4000؟



2 في بستان فلاح 28 شتلة برتقال وتفاح، فاذا كان مقابل كل 4 شتلات برتقال 3 شتلات تفاح. ما عدد شتلات البرتقال؟



3 مزارع يسقي بستانه مرة في كل اسبوعين، كم مرة يسقي البستان في 6 اشهر؟



4 قسمت 24 قطعة على شكل مثلثات ومربعات ودوائر الى اربع مجموعات، فاذا كان عدد المربعات يزيد بمقدار 1 على عدد الدوائر ويقل بمقدار 1 عن عدد المثلثات، فما عدد القطع لكل نوع؟



سلسلة الناجح في الرياضيات

4 تقويمٌ

- استعمل المسألة التالية كتقويم ختامي للطلاب قبل انتهاء الدرس.
- ارادت مريم ترتيب 4 سنادين للورود باربعة الوان مختلفة ، بكم طريقة يمكن تنسيقها على أن تكون الأولى باللون الأبيض .

عدد الطرق $3! = 3\times2\times1 = 6$

Scanned with CamScanner

◆ استعملْ مراجعة الفصْلِ للتأكد من امتلاك الطلابِ المهارات اللازمة لحلّ التمرينات .

◆ قدّم المثال لكلِّ درسٍ واُطلب إلى الطلاب حلّ التدريب وتابع إجابتهم .

مراجعةُ الفصل Chapter Review

المفردات

English	عربي	English	عربي
Survey Study	دراسة مسحية	Experimental Probability	الاحتمال التجريبي
Society	المجتمع	Theoretical Probability	الاحتمال النظري
Sample	العينة	Disjoint Events	الاحداث المتنافية
Permutation	التباديل	Independent Events	الاحداث المستقلة
Compilation	التوافيق	Dependent Events	الاحداث المترابطة
Sample Space	فضاء العينة	Compound Events	الاحداث المركبة
Factorial	المضروب	Misleading Statistics	الاحصاءات المضللة
Misleading Data	البيانات المضللة	Sample Space	فضاء العينة

الدرسُ [6-1] تصميم دراسة مسحية وتحليل نتائجها

مثال: طلب من كل عاشر زائر من بين 3000 زائر لحديقة الزوراء في احد الايام ان يجيب عن سؤال معين.

i) حدد العينة.

ii) حدد المجتمع الذي اختير منه.

iii) حدد ما اذا كانت العينة متحيزة ام لا.

i) العينة: الزوار الذين وجه لهم السؤال وعددهم 300 زائر.

ii) المجتمع: جميع زوار الحديقة وعددهم 3000.

iii) العينة غير متحيزة، لانهم اختيروا عشوائياً.

تدريب1: في سباقات العدو التي تنظمها وزارة الشباب والرياضة حقق احد المتسابقين خلال عشر سنوات المراكز الآتية:

2,1,1,1,2,1,1,3,4,2,10

اي مقاييس النزعة المركزية (الوسط الحسابي، الوسيط، المنوال) هو الأنسب لتمثيل هذه البيانات.

تدريب2: اختار مدير مدرسة 20 طالباً لتمثيل المدرسة في مسابقة علمية.

i) حدد العينة.

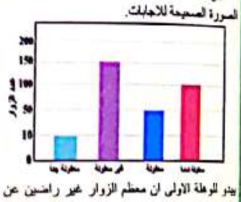
ii) حدد المجتمع الذي اختير منه.

iii) حدد ما اذا كانت العينة متحيزة ام لا.

92

الدرسُ [6-2] البيانات والاحصاءات المضللة

مثال: سئل 200 زائر حول اسعار بطاقات الدخول للمسرح. ومثلت الاجابات بالاعمدة، هل التمثيل يعطي الصورة الصحيحة للاجابات.



يبدو للوهلة الاولى ان معظم الزوار غير راضين عن اسعار البطاقات، ومع ذلك فان اطوال المدة الزمنية للتدريج غير ثابتة.

فنجد ان 150 زائراً غير راضين عن الاسعار، في حين ان عدد الراضين على الاسعار 160 زائراً، وعليه فان التمثيل البياني يعد مضللاً.

تدريب1: يكون الرسم البياني مضللاً اذا تحققت على الأقل احدى الحالات الآتية:

- عندما لا يبدأ الرسم البياني بالاعمدة من ....
- عندما تكون اطوال الفترات ....
- عدم الاشارة الى بعض الاعداد التي تم ....

تدريب2: كيف تميز بين الرسم البياني المضلل وغير المضلل؟

تدريب3: لأي هدف تستعمل الاحصاءات المضللة؟

الدرسُ [6-3] التباديل والتوافيق

مثال1: تريد جمانة اختيار 3 اقداح من 5 اقداح تحتوي على عصير الفواكه: تفاح، ليمون، عنب، موز، اناناس. بكم طريقة يمكنها الاختيار؟

$$C_r^n = \frac{n!}{(n-r)!\,r!}$$

$$C_3^5 = \frac{5!}{(5-3)!\,3!}$$

$$= \frac{(5)(4)\,3!}{(2)(1)\,3!} = 10$$

يمكنها اختيار 10 طرائق.

مثال2: يراد تكوين عدد من اربع مراتب من مجموعة الارقام 1,2,3,4,5 دون تكرار الرقم في العدد؟

$$P_r^n = \frac{n!}{(n-r)!}$$

$$P_3^5 = \frac{5!}{(5-3)!} = \frac{5!}{1!}$$

$$= (5)(4)(3)(2)(1) = 120$$

تدريب1: تريد سالي ترتيب 4 كتب في خزانتها التي تحتوي على 6 رفوف، شرط الا تضع اكثر من كتاب واحد على كل رف. كم خياراً لديها؟

تدريب2: بكم طريقة يمكن تكوين لجنة من 4 طالبات من مجموع 8 طالبات؟

تدريب3: أعلنت شركة عن 5 وظائف شاغرة فيها، فتقدم للاعلان 10 اشخاص. بكم طريقة يمكن شغل الوظائف الخمس؟

93

الدرسُ [6-4] الاحتمال التجريبي والاحتمال النظري

مثال: كيس يحتوي على 5 كرات زرق، 8 كرات خضر، 7 كرات صفر.

جد:

i) ما نوع الاحتمال نظري ام تجريبي؟

ii) جد احتمال سحب كرة زرقاء واحدة.

i) الاحتمال نظري

ii) عدد الكرات $5 + 8 + 7 = 20$

$$P(E) = \frac{\text{عدد الكرات الزرقاء}}{\text{عدد الكرات الكلي}}$$

$$= \frac{5}{20} = \frac{1}{4}$$

تدريب1: سحبت كرة بشكل عشوائي من صندوق ثم اعيدت اليه.

يبين الجدول التالي النتائج بعد 50 سحبة.

النتيجة	أحمر	ازرق	أصفر	أبيض	أخضر
السحوبات	8	10	15	11	6

i) ما نوع الاحتمال، نظري ام تجريبي؟

ii) جد احتمال سحب كرة صفراء.

iii) اكتب الاحتمال بصورة عدد عشري ونسبة مئوية.

تدريب2: في تجربة رمي حجر النرد مرة واحدة.

i) ما نوع الاحتمال، نظري ام تجريبي؟

ii) جد احتمال ظهور عدد زوجي.

iii) جد نسبة الاحتمال بالصورة العشرية والنسبة المئوية.

الدرسُ [6-5] الاحداث المركبة

مثال: صندوق فيه 4 كرات حمر، 9 كرات صفر، 3 كرات سود.

سحبت كرتان عشوائياً الواحدة بعد الاخرى دون اعادة الكرة المسحوبة اولاً.

i) ما نوع الحدثين؟

ii) جد احتمال سحب كرة حمراء ثم كرة سوداء.

iii) اكتب نسبة الاحتمال بالصورة المئوية.

i) الحدثان مترابطان.

ii) $P(R \text{ and } B) = P(R) \times P(B \text{ after } R)$

$$P(R) = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$$

$$P(B) = \frac{3}{15} = \frac{1}{5}$$

$$\therefore P(R \text{ and } B) = \frac{1}{4} \times \frac{1}{5} = \frac{1}{20}$$

iii) $\frac{1 \times 5}{20 \times 5} = \frac{5}{100} = 5\%$

تدريب1: أعد حل المثال المجاور، شرط اعادة الكرة المسحوبة اولاً.

تدريب2: اختيرت احدى بطاقات الارقام وتدوير مؤشر القرص الدوار في الشكل ادناه، جد احتمال ان يكون الناتج على كل منها عدد زوجي.

1	2	3	4	5



94

Scanned with CamScanner

اختبار الفصل

Chapter Test

1 وزع استبيان على 30 طالب من بين 100 طالب، اجب عما يأتي:

i) حدد العينة والمجتمع الذي اختير منه.

ii) صف اسلوب توزيع الاستبيان.

iii) حدد ما اذا كانت العينة متحيزة ام لا.

2 كيف تميز بين الرسوم البيانية المضللة والرسوم البيانية غير المضللة؟

3 جد ناتج ما يأتي:

i) C_6^4 ii) P_6^4 iii) C_{10}^{10}

iv) P_{11}^{11} v) C_5^3 vi) P_5^3

4 بكم طريقة يمكن اختيار لجنة مكونة من 3 طلاب من بين 8 طلاب؟

5 رمي حجر النرد 25 مرة وكانت النتائج كما موضح في الجدول التالي:

النتيجة	1	2	3	4	5	6
عدد المرات	2	6	3	5	2	7

i) ما نوع الاحتمال؟

ii) جد احتمال ظهور العدد 4.

6 في تجربة رمي حجر النرد مرة واحدة، جد:

i) نوع الاحتمال نظري ام تجريبي.

ii) احتمال الحصول على عدد يقبل القسمة على 4.

7 وقف مهند في احدى تقاطعات مدينة بغداد، واحصى انواع السيارات عند التقاطع، من بين 20 سيارة شاهدها، احصى 10 سيارات صالون، 7 سيارات نقل صغيرة لنقل الركاب، 3 سيارات حمل.
قدر احتمال ان تكون السيارة التالية التي تجتاز التقاطع سيارة صالون.

95

سلسلة الناجح في الرياضيات

- يهدفُ اختبار الفصل للتاكدِ من إتقان الطلابِ أفكارَ الفصل وملاحظة مواطن الخلل لديهم.
- يمكنك الإستعانة بالجدول التالي لمعالجة أخطاء الطلاب.

السؤال	الخطأ	المعالجة
1	قد يخطئ بعض الطلاب في تحديد العينة ونوعها .	تدريباتُ إعادة التعليم للدرس 1
2	قد لايميز بعض الطلاب الرسوم البيانية المضللة .	تدريباتُ إعادة التعليم للدرس 2
3	قد يخطئ بعض الطلاب في ايجاد نواتج كل من التباديل والتوافيق .	تدريباتُ إعادة التعليم للدرس 3
4	قد يخطئ بعض الطلاب في تحديد الاختيار الاصح (تباديل أو توافيق).	تدريباتُ إعادة التعليم للدرس 3
5 -7	قد يخطئ بعض الطلاب في ايجاد الاحتمال .	تدريباتُ إعادة التعليم للدرس 4

Scanned with CamScanner

حلول تمرينات الفصل الأول

العلاقات والمتباينات في الأعداد الحقيقية

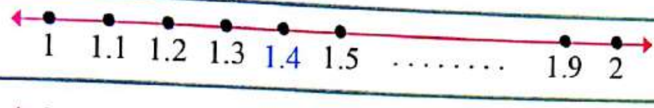
موقع الانهنا

Scanned with CamScanner

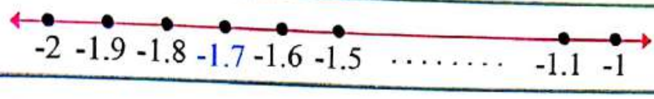
الأختبار القبلي

1	$\sqrt{25}=5$	عدد نسبي	2	$\sqrt{7}$	عدد غير نسبي
3	$\frac{0}{\sqrt{3}}=0$	عدد نسبي	4	$\sqrt{\frac{16}{25}}=\frac{4}{5}$	عدد نسبي
5	$\sqrt{\frac{49}{5}}=\frac{7}{\sqrt{5}}$	عدد غير نسبي	6	$\frac{30}{4}=\frac{15}{2}$	عدد نسبي
7	$-6\frac{3}{2}=-\frac{15}{2}$	عدد نسبي	8	$-\sqrt{8}$	عدد غير نسبي

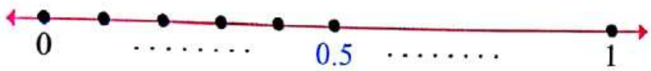
9 $\sqrt{2}\approx 1.4$



10 $-\sqrt{3}\approx -1.7$



11 $\sqrt{\frac{6}{25}}=\frac{\sqrt{6}}{5}\approx 0.5$



12 $-\sqrt{\frac{81}{49}}=\frac{9}{7}\approx 1.3$



13	$<$	14	$<$
15	$=$	16	$>$

17 $\sqrt{5}\approx 2.24$, $\sqrt{7}\approx 2.65$

جد القيمة التقريبية للجذور وقارن، فيكون الترتيب التصاعدي هو :

$\sqrt{5}$, 2.25 , $\sqrt{7}$

18 $-\frac{7}{3}\approx -2.33$, $-\frac{16}{5}\approx -3.2$

جد القيمة التقريبية للجذور وقارن، فيكون الترتيب التنــازلي هو :

$-\frac{7}{3}$, $-3\frac{1}{5}$, -3.33

19 $3x+\frac{2}{5}\geq 4x-\frac{3}{5}\Rightarrow \frac{3}{5}+\frac{2}{5}\geq 4x-3x \Rightarrow x\leq 1$

20 $\frac{3}{7}>z-\frac{9}{14}\Rightarrow z<\frac{3}{7}+\frac{9}{14}\Rightarrow z<\frac{15}{14}$

21 $\frac{3y}{8}\geq\frac{2}{7}\Rightarrow 21y\geq 16\Rightarrow y\geq\frac{16}{21}$

22 $\frac{-4m}{11}<\frac{9}{22}\Rightarrow -88m<99\Rightarrow m>\frac{-9}{8}$

23 $6(z-3)>5(z+1)\Rightarrow 6z-18>5z+5\Rightarrow z>23$

Scanned with CamScanner

24	$4(\frac{1}{2}v+\frac{3}{8})>0 \Rightarrow 2v+\frac{3}{2}>0 \Rightarrow 4v+3>0 \Rightarrow v>\frac{-3}{4}$
25	$\sqrt{2}(1-\sqrt{18})=\sqrt{2}(1-3\sqrt{2})=\sqrt{2}-6$
26	$3\sqrt{12}+2\sqrt{3}-4\sqrt{3}=6\sqrt{3}+2\sqrt{3}-4\sqrt{3}=4\sqrt{3}$
27	$\frac{\sqrt{7}-8\sqrt{7}}{2\sqrt{7}}=\frac{-7\sqrt{7}}{2\sqrt{7}}=\frac{-7}{2}$
28	$\frac{6\sqrt{44}}{\sqrt{5}}\div\frac{18\sqrt{11}}{\sqrt{5}}=\frac{12\sqrt{11}}{\sqrt{5}}\times\frac{\sqrt{5}}{18\sqrt{11}}=\frac{12}{18}=\frac{2}{3}$

سلسلة الناجح في الرياضيات

Scanned with CamScanner

تأكد من فهمك	1	$5+\sqrt{15}-\sqrt{15}-3=5-3=2$
	2	$(\sqrt{7}-\sqrt{2})(\sqrt{7}-\sqrt{2})=7-\sqrt{14}-\sqrt{14}+2=9-2\sqrt{14}$
	3	$(5\sqrt{5}-2\sqrt{5})(\frac{2}{3}) = 3\sqrt{5} \times \frac{2}{3} = 2\sqrt{5}$
	4	$\frac{8\sqrt{3}}{-15}\times\frac{2\sqrt{2}}{4\sqrt{2}\sqrt{3}} = \frac{-4}{15}$
	5	$\sqrt{7}(2\sqrt{7}-\sqrt{2})-5=2\times7-\sqrt{14}-5=9-\sqrt{14}\approx 9-3.7=5.3$
	6	$\sqrt[3]{-125}(\frac{\sqrt{3}}{10}-\frac{\sqrt{3}}{2})=-5\times\frac{\sqrt{3}-5\sqrt{3}}{10}=-1\times\frac{-4\sqrt{3}}{2}=2\sqrt{3}\approx 3.4$
	7	$\frac{1-\sqrt{3}}{4\sqrt{3}}\times\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}-3}{4\times3}=\frac{\sqrt{3}-3}{12}$
	8	$\frac{1-\sqrt{20}}{\sqrt{5}}\times\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{5}-2\times5}{5}=\frac{\sqrt{5}-10}{5}$
	9	$\frac{5\sqrt{2}-\sqrt{3}}{2\sqrt{3}}\times\frac{2\sqrt{3}}{2\sqrt{3}}-\frac{10-\sqrt{6}}{2\sqrt{6}}\times\frac{\sqrt{6}}{\sqrt{6}}=\frac{10\sqrt{6}-6}{12}-\frac{10\sqrt{6}-6}{12}=0$
	10	$(\frac{1}{3})^2+3^{-3}-3^{\frac{3}{2}}=\frac{1}{9}+\frac{1}{27}-3\sqrt{3}=\frac{4}{27}-3\sqrt{3}\approx 0.15-5.19=5.04$
	11	$27^{\frac{1}{3}}-(-9)^0+3^2\times5^{\frac{1}{2}}=3-1+9\sqrt{5}\approx 2+9\times2.24=2+20.16=22.16$
	12	$0.0643\times10^{-3}-0.25\times10^{-3}=(0.0643-0.25)\times10^{-3}\approx-1.86\times10^{-4}$
	13	$(9.23\times10^{-3})(9.23\times10^{-3})=85.1929\times10^{-6}\approx 8.52\times 10^{-5}$
تدرب وحل تمرينات	14	$(3\sqrt{2}-5\sqrt{2})\times\frac{-3}{4}=-2\sqrt{2}\times\frac{-3}{4}=\frac{3}{\sqrt{2}}$
	15	$\frac{\sqrt{12}}{3\sqrt[3]{125}}\div\frac{5\sqrt[3]{8}}{\sqrt{25}}=\frac{2\sqrt{3}}{3\times5}\times\frac{5}{5\times2}=\frac{\sqrt{3}}{3\times5}=\frac{1}{5\sqrt{3}}$
	16	$7\times\frac{\sqrt{2}}{7}-3\times\frac{2\sqrt{2}}{9}+\frac{1}{\sqrt{2}}=\sqrt{2}-\frac{2\sqrt{2}}{3}+\frac{1}{\sqrt{2}}=\frac{6-4+3}{3\sqrt{2}}=\frac{5}{3\sqrt{2}}\approx 1.2$

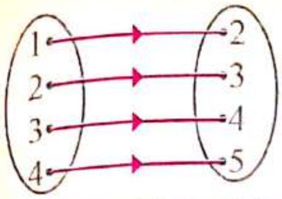
Scanned with CamScanner

تدرب وحل التمرينات	17	$\frac{\sqrt{7}-3\sqrt{5}}{\sqrt{7}+3\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{7}-3\sqrt{5}}{\sqrt{7}+3\sqrt{5}}\times\frac{\sqrt{7}-3\sqrt{5}}{\sqrt{7}-3\sqrt{5}}=\frac{7-6\sqrt{35}+45}{7-45}=\frac{52-6\sqrt{35}}{-38}=\frac{3\sqrt{35}-26}{19}$
	18	$\frac{\sqrt{33}-\sqrt{11}}{\sqrt{99}}-\frac{\sqrt{60}-\sqrt{5}}{5\sqrt{15}}=\frac{\sqrt{11}(\sqrt{3}-1)}{3\sqrt{11}}-\frac{\sqrt{5}(\sqrt{12}-1)}{5\sqrt{3}\sqrt{5}}=\frac{\sqrt{3}-1}{3}-\frac{\sqrt{12}-1}{5\sqrt{3}}$ $=\frac{\sqrt{3}-1}{3}-\frac{\sqrt{12}-1}{5\sqrt{3}}\times\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}=\frac{\sqrt{3}-1}{3}-\frac{6-\sqrt{3}}{15}=\frac{6\sqrt{3}-11}{15}$
تدرب وحل مسائل حياتية	19	$r=300km=300000m=3\times10^5$ نصف قطر المدار $v=\sqrt{\frac{4\times10^{14}}{r}}=\sqrt{\frac{4\times10^{14}}{3\times10^5}}=\sqrt{\frac{4\times10^9}{3}}=\sqrt{\frac{40}{3}}\times10^4\approx 3.65\times10^4\,m/sec$ سرعة القمر المدارية
	20	$v=\sqrt{2hg}$, $v=?$, $g=32\ foot/sec^2$, $h=80\ foot/sec$ $v=\sqrt{2(80)(32)}\Rightarrow v=\sqrt{(64)(16)(5)}\Rightarrow v=(8\times4)\sqrt{5}\Rightarrow v\approx71.36$ المضخة تقذف الماء بسرعة أكبر من المطلوب لذا فهي تفي بالغرض
	21	مساحة المثلث = $\frac{1}{2}$ × القاعدة × الارتفاع $A=\frac{1}{2}bh$, $b=3\sqrt{2}+\sqrt{3}$, $h=\sqrt{18}-\sqrt{3}=3\sqrt{2}-\sqrt{3}$ $A=\frac{1}{2}(3\sqrt{2}+\sqrt{3})(3\sqrt{2}-\sqrt{3})=\frac{1}{2}(18-3)=7.5\ m^2$
فكر	22	$LS=7-5=2=RS$
	23	$8.4\times10^{-3}+0.52\times10^{-2}=0.84\times10^{-2}+0.52\times10^{-2}=1.36\times10^{-2}$
	24	$\sqrt{125}=5\sqrt{5}\approx5\times2.24=11.2$ $10.28<11.2<11.28$ اذن يقع لأن
اكتب		$6^{\frac{3}{2}}+5^{\frac{3}{2}}=\sqrt{6^3}+\sqrt{5^3}=6\sqrt{6}+5\sqrt{5}\approx6\times2.4+5\times2.2=25.4$

Scanned with CamScanner

تأكد من فهمك

1

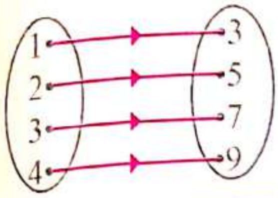


قاعدة الاقتران $f(x) = x + 1$

مجال التطبيق هو $\{1,2,3,4\}$

مدى التـطبيق هو $\{2,3,4,5\}$

2

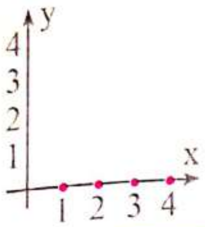


قاعدة الاقتران $g(x) = 2x + 1$

مجال التطبيق هو $\{1,2,3,4\}$

مدى التـطبيق هو $\{3,5,7,9\}$

3

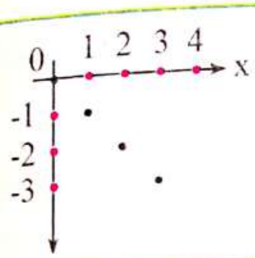


قاعدة الاقتران $f(x) = 0$

مجال التطبيق هو $\{1,2,3,4\}$

مدى التـطبيق هو $\{0\}$

4



قاعدة الاقتران $f(x) = -x$

مجال التطبيق هو $\{0,1,2,3\}$

مدى التـطبيق هو $\{0,-1,-2,-3\}$

5

قاعدة الاقتران $f : N \rightarrow N$

$f(x) = 3x + 2$, $x_1 = 1 \Rightarrow f(1) = 5$

$x_2 = 2 \Rightarrow f(2) = 8$

$x_3 = 3 \Rightarrow f(3) = 11$

$x_4 = 4 \Rightarrow f(4) = 14$

....

وعليه فإن مجموعة المدى هي$\{5,8,11,14, ...\}$ ومجموعة المجال المقابل هي N (الأعداد الطبيعية)

وإن مجموعة المدى $\neq$ مجموعة المجال المقابل ، لذا فانه غير شامل.

6

$f(x) = 3x + 1$, $g(x) = 2x + 5$

$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(2x+5) = 3(2x+5) + 1 = 6x+16$

$(f \circ g)(x) = 28$

$6x + 16 = 28 \Longrightarrow 6x = 12 \Longrightarrow x = 2$

Scanned with CamScanner

تأكد من فهمك

7

$f(x) = 5x + 2 \quad , \quad g(x) = x + 3$

$(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(x+3) = 5(x+3) + 2 = 5x+17$

$n = 1 \Longrightarrow (f \circ g)(1) = 5 + 17 = 22$

$n = 2 \Longrightarrow (f \circ g)(2) = 10 + 17 = 27$

$n = 3 \Longrightarrow (f \circ g)(3) = 15 + 17 = 32$

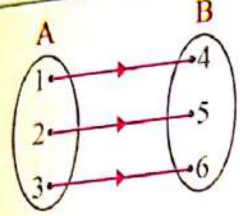
$n = 4 \Longrightarrow (f \circ g)(4) = 20 + 17 = 37$

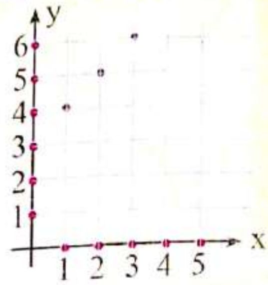
....

$(f \circ g) = \{(1,22), (2,27), (3,32), (4,37), \ldots\ldots\}$

تدرب وحل التمرينات

8





9

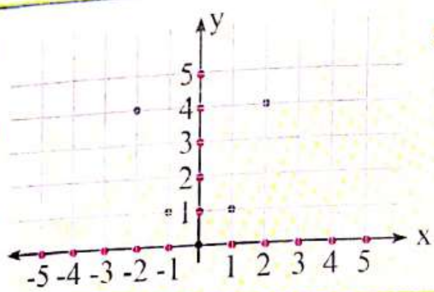
$f(-2) = (-2)^2 = 4$

$f(-1) = (-1)^2 = 1$

$f(0) = (0)^2 = 0$

$f(1) = (1)^2 = 1$

$f(2) = (2)^2 = 4$



تطبيق غير متباين لأن :

$2 \neq -2 \Longrightarrow$

$f(2) = 4 = f(-2)$

عنصران مختلفان لهما الصورة نفسها .

10

$f(x) = x^2 \quad , \quad g(x) = x + 1$

i) $(f \circ g)(x) = f(g(x)) = f(x+1) = (x+1)^2 = x^2 + 2x + 1$

$(g \circ f)(x) = g(f(x)) = g(x^2) = x^2 + 1$

ii) $(f \circ g)(2) = f(g(2)) = f(3) = 9$

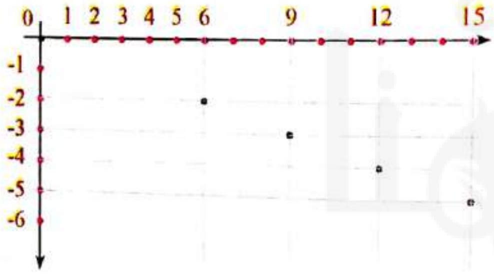
$(g \circ f)(2) = g(f(2)) = g(4) = 5$

ويمكن للطالب ان يعوض فيما حصل عليه في الفرع (i)

تدرب وحل مسائل حياتية

11

x	6	9	12	15
y	-2	-3	-4	-5



تمثل تطبيقاً وقاعدة اقترانه :

$f(x) = -\frac{x}{3}$

$f(6) = -\frac{6}{3} = -2$

$f(9) = -\frac{9}{3} = -3$

$f(12) = -\frac{12}{3} = -4$

$f(15) = -\frac{15}{3} = -5$

Scanned with CamScanner

تدريب وحل مسائل حياتية	12	$R=\{(1,1), (2,2), (3,3), (4,4)\}$ قاعدة الاقتران هي : $f(x) = x$ $f(1) = 1 , f(2) = 2 , f(3) = 3 , f(4) = 4$ التطبيق متباين لأن : $1 \neq 2 \Longrightarrow f(1) \neq f(2)$ $2 \neq 3 \Longrightarrow f(2) \neq f(3)$ و هكذا جميع العناصر .
	13	w_b: 150, 144, 132, 120 w_r: 100, 96, 88, 80 $w_{r_0} = \frac{2}{3} \times 150 = 100$ $w_{r_1} = \frac{2}{3} \times 144 = 96$ .... تمثل تطبيقاً وقاعدة الاقتران هي : $f(x) = \frac{2}{3}x$
فكر	14	$f=\{(1,3), (3,3), (2,3)\}$, $g=\{(3,1), (1,2), (2,3)\}$ $(f \circ g)(x) = f(g(x))$ $(f \circ g)(1) = f(g(1)) = f(2) = 3$ $(f \circ g)(2) = f(g(2)) = f(3) = 3$ $(f \circ g)(3) = f(g(3)) = f(1) = 3$ $f \circ g =\{(1,3), (2,3), (3,3)\}$ $(g \circ f)(x) = g(f(x))$ $(g \circ f)(1) = g(f(1)) = g(3) = 1$ $(g \circ f)(2) = g(f(2)) = g(3) = 1$ $(g \circ f)(3) = g(f(3)) = g(3) = 1$ $g \circ f=\{(1,1), (2,1), (3,1)\}$ اذن $f \circ g \neq g \circ f$
	15	$f(x) = x^3$: $f: z \longrightarrow z$ f يمثل تطبيقاً متبايناً لعدم وجود عددين مختلفين مكعبهما متساوٍ ، أي : $x_1 \neq x_2 \Longrightarrow f(x_1) \neq f(x_2)$ نأخذ بعض الأعداد كمثال على ذلك $f(-2) = (-2)^3 = -8$ $f(2) = (2)^3 = 8$ $f(-1) = (-1)^3 = -1$ $f(1) = (1)^3 = 1$
	16	$R_1=\{(1,3), (2,5), (3,7), (4,9), (5,11)\}$ تمثل تطبيقاً لأنها تحقق تعريف التطبيق : $f(x) = 2x + 1$ $f(2) = 4 + 1 = 5$, $f(4) = 8 + 1 = 9$
أكتب		$(f \circ f)(x) = f(f(x)) = f(4x-3)$ $= 4(4x-3) -3 = 16x -15$ $(f \circ f)(x) = 33 \Longrightarrow 16x -15 = 33$ $\Longrightarrow 16x = 48$ $\Longrightarrow x = 3$

Scanned with CamScanner

تأكد من فهمك	1	$u_n = 3n$, $\{(1,3),(2,6),(3,9),(4,12), ...\}$
	2	$u_n = n-4$, $\{(1,-3),(2,-2),(3,-1),(4,0), ...\}$
	3	$u_n = n^2$, $\{(1,1),(2,4),(3,9),(4,16), ...\}$
	4	$u_n = \frac{1}{2n}$, $\{(1,\frac{1}{2}),(2,\frac{1}{4}),(3,\frac{1}{6}),(4,\frac{1}{8}), ...\}$
	5	$u_n = 3n-1$, $\{(1,2),(2,5),(3,8),(4,11), ...\}$
	6	$u_1 = 1$, $d = 5$, $\{1, 6, 11, 16, 21, ...\}$
	7	$u_1 = -5$, $d = 2$, $\{-5, -3, -1, 1, 3, ...\}$
	8	$u_1 = -3$, $d = -4$, $\{-3, -7, -11, -15, -19, ...\}$
	9	$u_n = (n-1)d \Longrightarrow u_3 = a + 2d \Longrightarrow 9 = a + 2(-2) \Longrightarrow 9 = a - 4 \Longrightarrow a = 13$ الحد الأول $u_9 = 13 + 8(-2) = 13 - 16 = -3$ $\{ ...., u_9, u_{10}, u_{11}, ...\} = \{ ...., -3, -5, -7, ...\}$
	10	$u_2 = a + d \Longrightarrow -11 = a - 3 \Longrightarrow a = -8$ $u_7 = a + 6d = -8 + 6(-3) = -8-18 = -26$ $\{ ...., u_7, u_8, u_9, ...\} = \{ ...., -26, -29, -32, ...\}$
	11	$d = u_2 - u_1 = -1-3 = -4$ $u_{23} = a + 22(d) \Longrightarrow u_{23} = 3 + 22(-4) \Longrightarrow u_{23} = -85$
	12	$\{4n\} = \{4, 8, 12, 16, 20, ...\}$
	13	$\{2n-5\} = \{-3, -1, 1, 3, 5, ...\}$
	14	$\{\frac{1}{n+1}\} = \{\frac{1}{2}, \frac{1}{3}, \frac{1}{4}, \frac{1}{5}, \frac{1}{6}, ...\}$
	15	$\{9\} = \{9, 9, 9, 9, 9, ...\}$

Scanned with CamScanner

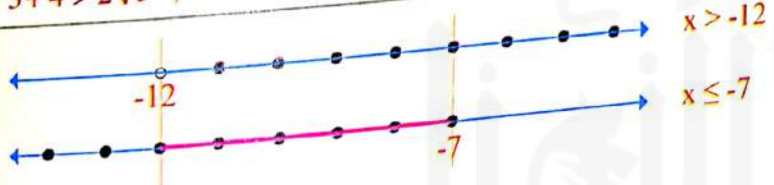
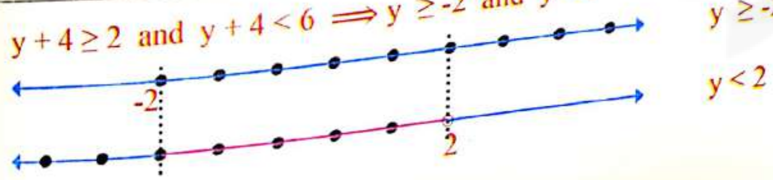
16	$\{u_n\} = 10 - 4n$, $\{(1,6), (2,2), (3,-2), (4,-6), ...\}$
17	$\{u_n\} = n^2-1$, $\{(1,0), (2,3), (3,8), (4,15), ...\}$
18	$\{u_n\} = \frac{1}{3n+1}$, $\{(1,\frac{1}{4}), (2,\frac{1}{7}), (3,\frac{1}{10}), (4,\frac{1}{13}), ...\}$
19	$u_7 = \frac{1}{24}$, $d = \frac{1}{3}$ $u_7 = a + 6d \Longrightarrow \frac{1}{24} = a + \frac{6}{3} \Longrightarrow \frac{1}{24} = a + 2 \Longrightarrow a = \frac{1}{24} - 2 \Longrightarrow a = \frac{-47}{24}$ $\{\frac{-47}{24}, \frac{-39}{24}, \frac{-31}{24}, \frac{-23}{24}, \frac{-15}{24}, ...\}$
20	$u_7 = \frac{13}{2}$, $d = 1$, $u_7 = a + 6d \Longrightarrow \frac{13}{2} = a + 6$ $\Longrightarrow a = \frac{13}{2} - 6 = \frac{13-12}{2} = \frac{1}{2}$ $u_{11} = a + 10d \Longrightarrow u_{11} = \frac{1}{2} + 10(1) \Longrightarrow u_{11} = \frac{21}{2}$ $\{ ...., u_{11}, u_{12}, ...\} = \{ ...., \frac{21}{2}, \frac{23}{2}, ...\}$
21	$u_2 = 0$, $d = -1$, $u_2 = a + d \Longrightarrow a = u_2 - d = 1$ $u_{21} = a + 20d \Longrightarrow u_{21} = 1 + 20(-1) = 1 - 20 = -19$ $\{...., u_{21}, u_{22}, ...\} = \{...., -19, -20, ...\}$
22	$\{u_n\} = \{3 - 2n\}$, $d = u_{n+1} - u_n$ $u_1 = 1$ $u_2 = -1$ لذا المتتابعة متناقصة $d = u_2 - u_1 = -1-1 = -2$
23	$\{u_n\} = \{n^3-1\}$, $u_1 = 0$, $u_2 = 7$ لذا المتتابعة متزايدة $d = u_2 - u_1 = 7 - 0 = 7$

تدرب وحل تمرينات

Scanned with CamScanner

<table>
<tr><td rowspan="4">تدرب وحل التمرينات</td><td>24</td><td>$\{u_n\} = \{ \frac{1}{n+2} \}$, $u_1 = \frac{1}{3}$, $u_2 = \frac{1}{4}$
$d = u_2 - u_1 = \frac{1}{4} - \frac{1}{3} = \frac{3-4}{12} = \frac{-1}{12}$ لذا المتتابعة متناقصة</td></tr>
<tr><td>25</td><td>$\{\frac{3n}{2}\} = \{ \frac{3}{2}, 3, \frac{9}{2}, 6, \frac{15}{2}, ...\}$</td></tr>
<tr><td>26</td><td>$\{\sqrt{3}\} = \{\sqrt{3}, \sqrt{3}, \sqrt{3}, \sqrt{3}, \sqrt{3}, ...\}$</td></tr>
<tr><td>27</td><td>$\{\frac{n}{n+1}\} = \{\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{4}{5}, \frac{5}{6}, ...\}$</td></tr>
<tr><td rowspan="3">تدرب وحل مسائل حياتية</td><td>28</td><td>{(1, 3.12), (2, 6.32), (3, 9.52), (4, 12.72), (5, 15.92)} نعم يمثل نمطاً ويمثل متتابعة
حدها الأول هو $a = 3.12$ وأساسها $d = 3.20$
{ 3.12 , 6.32 , 9.52 , 12.72 , 15.92 }</td></tr>
<tr><td>29</td><td>{(1, 5.90), (2, 5.95), (3, 6.00), (4, 6.05), (5, 6.10)}
نعم يمثل نمطاً ويمثل متتابعة أساسها $d = 0.05$ و $a = 5.90$
{ 5.90 , 5.95 , 6.00 , 6.05 , 6.10 }</td></tr>
<tr><td>30</td><td><table><tr><td>عدد السنوات</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td><td>6</td></tr><tr><td>عدد الأبقار</td><td>20</td><td>24</td><td>28</td><td>32</td><td>36</td><td>40</td></tr></table>نعم يمثل نمطاً لأنه يزداد بشكل منتظم ويمثل متتابعة فيها
أساس المتتابعة
$u_1 = 20$, $u_6 = 40$, $u_6 = a + 5d \Longrightarrow 40 = 20 + 5d \Longrightarrow d = 4$</td></tr>
<tr><td rowspan="3">فكر</td><td>31</td><td>$d = u_2 - u_1 = x + 1 - 2x = 1 - x$
$d = u_3 - u_2 = 3x + 11 - x - 1 = 10 + 2x$
$\therefore 1 - x = 10 + 2x \Longrightarrow 3x = -9 \Longrightarrow x = -3$</td></tr>
<tr><td>32</td><td>$d = u_3 - u_2 = 2 - 4 = -2 \Longrightarrow d < 0$ أي إن المتتابعة متناقصة</td></tr>
<tr><td>33</td><td>$u_3 = a + 2d \Longrightarrow 4 = a + 2(-\frac{1}{2}) \Longrightarrow a = 5$
$u_{11} = a + 10d \Longrightarrow u_{11} = 5 + 10(-\frac{1}{2}) \Longrightarrow u_{11} = 0$</td></tr>
<tr><td>أكتب</td><td></td><td>$u_5 = a + 4d \Longrightarrow -4 = a + 8 \Longrightarrow a = -12 \Longrightarrow u_{101} = a + 100d = -12 + 100(2)$
$= -12 + 200 = 188$</td></tr>
</table>

Scanned with CamScanner

تأكد من فهمك	1	$-4 < y - 1 < 3 \Longrightarrow -4 + 1 < y < 3 + 1 \Longrightarrow -3 < y < 4$ بيانياً يراجع المثال (1) للأسئلة 1 ، 2
	2	$-4 \leq Z + 2 \leq 8 \Longrightarrow -4 - 2 \leq Z \leq 8 - 2 \Longrightarrow -6 \leq Z \leq 6$
	3	$x + 6 \geq 12$ و $x + 6 < 15 \Longrightarrow 12 \leq x + 6 < 15 \Longrightarrow 6 \leq x < 9$
	4	$-9 < 2x - 1 \leq 3 \Longrightarrow -8 < 2x \leq 4 \Longrightarrow -4 < x \leq 2$ التمثيل يراجع المثال (2) للأسئلة 3 ، 4
	5	$8y \geq 64$ or $8y \leq 32 \Longrightarrow y \geq 8$ or $y \leq 4 \Longrightarrow \{y : y \geq 8\} \cup \{y : y \leq 4\}$
	6	بيانياً يراجع المثال (3) للأسئلة 5 ، 6 $\frac{2Z}{3} < \frac{2}{3}$ or $\frac{2Z}{3} \geq \frac{8}{9} \Longrightarrow Z < 1$ or $Z \geq \frac{4}{3} \Longrightarrow \{Z : Z < 1\} \cup \{Z : Z \geq \frac{4}{3}\}$
	7	$3n - 7 > -5$ or $3n - 7 \leq -9 \Longrightarrow 3n > 2$ or $3n \leq -2 \Longrightarrow n > \frac{2}{3}$ or $n \leq \frac{-2}{3}$ $\Longrightarrow \{n : n > \frac{2}{3}\} \cup \{n : n \leq \frac{-2}{3}\}$ التمثيل يراجع المثال (4) للأسئلة 7 ، 8
	8	$x + 15 \geq 30$ or $x + 15 < 22 \Longrightarrow x \geq 15$ or $x < 7 \Longrightarrow \{x : x > 15\} \cup \{x : x < 7\}$
	9	$1+2 > \sqrt{3}$, $1 + \sqrt{3} > 2$, $2 + \sqrt{3} > 1$ يمكن لأن
	10	$4 + 5 \ngtr 9$ لا يمكن لأن
	11	$\sqrt{2} + \sqrt{2} > 1$, $\sqrt{2} + 1 > \sqrt{2}$ يمكن لأن
	12	$3+4 > 2\sqrt{3}$, $2\sqrt{3} + 3 > 4$, $2\sqrt{3} + 4 > 3$ يمكن لأن
تدرب وحل تمرينات	13	 $S = \{x : -12 < x \leq -7\}$
	14	$y + 4 \geq 2$ and $y + 4 < 6 \Longrightarrow y \geq -2$ and $y < 2$  $S = \{y : -2 \leq y < 2\}$

Scanned with CamScanner

تدرب وحل التمرينات

15	$3x + 7 \ge 14$ and $3x + 7 < 26$ $3x \ge 7$ and $3x < 19$ $x \ge \frac{7}{3}$ and $x < \frac{19}{3}$ $S = \{x : x \ge \frac{7}{3}\} \cap \{x : x < \frac{19}{3}\} = \{x : \frac{7}{3} \le x < \frac{19}{3}\}$	التمثيل يراجع المثال (2) للأسئلة 15 ، 16
16	$\frac{1}{25} \le \frac{Z+3}{5} \le \frac{1}{15} \Longrightarrow \frac{1}{5} \le Z+3 \le \frac{1}{3} \Longrightarrow \frac{1}{5} - 3 \le Z \le \frac{1}{3} - 3$ $\Longrightarrow \frac{-14}{5} \le Z \le \frac{-8}{3} \Longrightarrow S = \left\{Z : \frac{-14}{5} \le Z \le \frac{-8}{3}\right\}$	
17	$Z - 2 < -7$ or $Z - 2 > 4 \Longrightarrow Z < -5$ or $Z > 6$ $\Longrightarrow S = \{Z : Z < -5\} \cup \{Z : Z > 6\}$	بيانياً يراجع المثال (3) للأسئلة 17 ، 18
18	$x - 6 \le -1$ or $x - 6 > 4 \Longrightarrow x \le 5$ or $x > 10$ $\Longrightarrow S = \{x : x \le 5\} \cup \{x : x > 10\}$	
19	$x + 8 < 22$ or $x + 10 \ge 30 \Longrightarrow x < 14$ or $x \ge 20$ $\Longrightarrow S = \{x : x < 14\} \cup \{x : x \ge 20\}$	التمثيل يراجع المثال (4) للأسئلة 19 ، 20
20	$y < -1$ or $y + 3 > 2 \Longrightarrow y < -1$ or $y > -1$ $\Longrightarrow S = \{y : y < -1\} \cup \{y : y > -1\}$	
21	$\frac{y}{2} < \frac{7}{2}$ or $\frac{y}{2} > \frac{15}{2} \Longrightarrow y < 7$ or $y > 15$ $\Longrightarrow S = \{y : y < 7\} \cup \{y : y > 15\}$	التمثيل يراجع المثال (4) للأسئلة 21 ، 22
22	$5x \le -1$ or $5x \ge 4$ $\Longrightarrow x \le -\frac{1}{5}$ or $x \ge \frac{4}{5}$ $\Longrightarrow S = \{x : x \le -\frac{1}{5}\} \cup \{x : x \ge \frac{4}{5}\}$	
23	$3 + 10 > x \Longrightarrow 13 > x$ $3 + x > 10 \Longrightarrow x > 7$ $10 + x > 3 \Longrightarrow x > -7$ $7 < x < 13$	نفرض أن طول الضلع الثالث x لذا لا تعطي أية معلومة مفيدة لذا فان طول الضلع الثالث هو
24	$6 + 4 > x \Longrightarrow 10 > x$ $4 + x > 6 \Longrightarrow x > 2$ $6 + x > 4 \Longrightarrow x > -2$ $2 < x < 10$	نفرض طول الضلع الثالث x لذا لا تعطي أية معلومة مفيدة لذا فأن طول الضلع الثالث هو

Scanned with CamScanner

تدرب وحل التمرينات	25	نفرض ان طول الضلع الثالث x لذا $1+3>x \Rightarrow 4>x$ $1+x>3 \Rightarrow x>2$ $3+x>1 \Rightarrow x>-2$ لا تعطي أية معلومة مفيدة لذا طول الضلع الثالث هو $2<x<4$
تدرب وحل مسائل حياتية	26	الترددات التي لا تسمعها الأذن $x>20000$ أو $x<20$  $S=\{x: x<20\} \cup \{x: x>20000\}$
	27	$x \geq 28$ و $x \leq 36$ أي أن : $S=\{x: 28 \leq x \leq 36\}$ 
	28	$x \geq 300$ and $x \leq 550$ $S=\{x: 300 \leq x \leq 550\}$ 
فكر	29	$7+12>x \Rightarrow 19>x$ $7+x>3 \Rightarrow x>5$ $12+x>1 \Rightarrow x>-5$ لا تعطي أية معلومة مفيدة لذا طول الضلع الثالث هو $5<x<19$
	30	المتباينة لا تمثل مجموعة الحل وإنما مجموعة الحل تمثل المتباينة التالية $-4<x+3\leq 5 \Rightarrow -7<x\leq 2$ $x+3<-4$ أو $x+3\geq 5$ $\Rightarrow x<-7$ أو $x\geq 2$
	31	i) تمثل لأنها تحقق المتباينة المثلثية ii) تمثل لأنها تحقق المتباينة المثلثية
اكتب		$x \geq 18$ and $x \leq 27$ $x \geq 18$ و $x \leq 27$ $S=\{x: 18 \leq x \leq 27\}$

ملاحظة :

الحل بيانياً وتمثيل مجموعة الحل على مستقيم الأعداد لبعض التمرينات تُرك للمدرس لتوضيحه للطلاب ، والطالب مطالب به في الامتحان وبحسب صيغة السؤال (الحل بيانياً أم جبرياً مع تمثيل مجموعة الحل أو من دونها على مستقيم الاعداد).

Scanned with CamScanner

تأكد من فهمك	1	$x \ge 22-2$ و $x \le 22+2 \Longrightarrow 22-2 \le x \le 22+2$ $-2 \le x-22 \le +2 \Longrightarrow \|x-22\| \le 2$	
	2	$\Theta \le 90-1$ أو $\Theta \ge 90+1$ $\Theta-90 \le -1$ أو $\Theta-90 \ge 1 \Longrightarrow \|\Theta-90\| \ge 1$	
	3	$\|x+1\| < 5 \Longrightarrow -5 < x+1 < 5$  $\Longrightarrow -6 < x < 4$	
	4	$\|3Z-7\| \le 2 \Longrightarrow -2 \le 3Z-7 \le 2$ $\Longrightarrow 5 \le 3Z \le 9 \Longrightarrow \frac{5}{3} \le Z \le 3$	التمثيل يراجع جواب السؤال (3)
	5	$\|x\|+8 < 9 \Longrightarrow \|x\| < 1 \Longrightarrow -1 < x < 1$	التمثيل يراجع جواب السؤال (3)
	6	$\|5y\|-2 \le 8 \Longrightarrow \|5y\| \le 10 \Longrightarrow -10 \le 5y \le 10$ $\Longrightarrow -2 \le y \le 2$	التمثيل يراجع جواب السؤال (3)
	7	 $\|x+4\| > 6 \Longrightarrow x+4 < -6$ or $x+4 > 6$ $\Longrightarrow x < -10$ or $x > 2 \Longrightarrow S = \{x : x < -10\} \cup \{x : x > 2\}$	
	8	$\|5Z-9\| > 1 \Longrightarrow 5Z-9 < -1$ or $5Z-9 > 1$ $5Z < 8$ or $5Z > 10 \Longrightarrow Z < \frac{8}{5}$ or $Z > \frac{10}{5} = 2$ $\Longrightarrow S = \{Z : Z < \frac{8}{5}\} \cup \{Z : Z > 2\}$	التمثيل يراجع جواب السؤال (9)
	9	$\|2x\|+7 \ge 8 \Longrightarrow \|2x\| \ge 1 \Longrightarrow 2x \le -1$ or $2x \ge 1$ $\Longrightarrow x \le -\frac{1}{2}$ or $x \ge \frac{1}{2} \Longrightarrow S = \{x : x \le -\frac{1}{2}\} \cup \{x : x > \frac{1}{2}\}$	التمثيل يراجع جواب السؤال (9)

Scanned with CamScanner

تأكد من فهمك

10	$\lvert 4y\rvert - 2 > 3 \Rightarrow \lvert 4y\rvert > 5 \Rightarrow 4y < -5$ or $4y > 5$ $\Rightarrow y < \frac{-5}{4}$ or $y > \frac{5}{4} \Rightarrow S = \{y : y < \frac{-5}{4}\} \cup \{y : y > \frac{5}{4}\}$	التمثيل يراجع جواب السؤال (9)
11	$\lvert 5-x\rvert < 10 \Rightarrow -10 < 5 - x < 10 \Rightarrow -15 < -x < 5$ $\Rightarrow 15 > x > -5 \Rightarrow S = \{x : -5 < x < 15\}$	التمثيل يراجع جواب السؤال (3)
12	$\lvert 4Z-14\rvert > 2 \Rightarrow 4Z - 14 < -2$ or $4Z - 14 > 2$ $\Rightarrow 4Z < 12$ or $4Z > 16 \Rightarrow Z < 3$ or $Z > 4$ $\Rightarrow S = \{Z : Z < 3\} \cup \{Z : Z > 4\}$	التمثيل يراجع جواب السؤال (9)
13	$\left\lvert \frac{x-12}{4} \right\rvert \le 9 \Rightarrow -36 \le x - 12 \le 36$ $\Rightarrow -24 \le x \le 48 \Rightarrow S = \{x : -24 \le x \le 48\}$	التمثيل يراجع جواب السؤال (3)
14	$\left\lvert \frac{6-2y}{4} \right\rvert \ge 9 \Rightarrow 6 - 2y \le -36$ or $6 - 2y \ge 36$ $\Rightarrow -2y \le -42$ or $-2y \ge 30$ $\Rightarrow y \ge 21$ or $y \le -15$ $\Rightarrow S = \{y : y \ge 21\} \cup \{y : y \le -15\}$	التمثيل يراجع جواب السؤال (9)

تدرب وحل التمرينات

15	$8 - 0.5 \le x \le 8 + 0.5 \Rightarrow -0.5 \le x - 8 \le 0.5$ $\Rightarrow \lvert x-8\rvert \le 0.5$
16	$100 - 20 \le x \le 100 + 20$ $\Rightarrow -20 \le x - 100 \le 20 \Rightarrow \lvert x-100\rvert \le 20$
17	$\lvert x+3\rvert < 6 \Rightarrow -6 < x + 3 < 6 \Rightarrow -9 < x < 3$
18	$\lvert x\rvert - 6 < 5 \Rightarrow \lvert x\rvert < 11 \Rightarrow -11 < x < 11$
19	$\lvert 2Z\rvert - 5 < 2 \Rightarrow \lvert 2Z\rvert < 7 \Rightarrow \frac{-7}{2} < Z < \frac{7}{2}$
20	$\lvert y-3\rvert \ge \frac{1}{3} \Rightarrow y - 3 \le -\frac{1}{3}$ or $y - 3 \ge \frac{1}{3}$ $\Rightarrow y \le -\frac{1}{3} + 3$ or $y \ge \frac{1}{3} + 3$ $\Rightarrow S = \{y : y \le \frac{8}{3}\} \cup \{y : y \ge \frac{10}{3}\}$

Scanned with CamScanner

تدرب وحل التمرينات	21	$2\lvert x\rvert - 7 \ge 1 \implies 2\lvert x\rvert \ge 8 \implies \lvert x\rvert \ge 4$ $\implies x \le -4$ or $x \ge 4 \implies S = \{x : x \le -4\} \cup \{x : x \ge 4\}$
	22	$\lvert 9y\rvert - 6 > 3 \implies \lvert 9y\rvert > 9 \implies \lvert y\rvert > 1$ $\implies y < -1$ or $y > 1$ $\implies S = \{y : y < -1\} \cup \{y : y > 1\}$
	23	$\lvert 11Z\rvert - 2 \ge 9 \implies \lvert 11Z\rvert \ge 11 \implies \lvert Z\rvert \ge 1$ $\implies Z \le -1$ or $Z \ge 1$ $\implies S = \{Z : Z \le -1\} \cup \{Z : Z \ge 1\}$
	24	$\lvert 1-x\rvert < 1 \implies -1 < 1 - x < 1$ $\implies -2 < -x < 0 \implies 0 < x < 2$ $\implies S = \{x : 0 < x < 2\}$
	25	$\left\lvert \frac{4}{5}Z - 1\right\rvert > \frac{4}{5} \implies \frac{4}{5}Z - 1 < \frac{-4}{5}$ or $\frac{4}{5}Z - 1 > \frac{4}{5}$ $\implies \frac{4}{5}Z < \frac{-4}{5} + 1$ or $\frac{4}{5}Z > \frac{4}{5} + 1$ $\implies \frac{4}{5}Z < \frac{1}{5}$ or $\frac{4}{5}Z > \frac{9}{5}$ $\implies Z < \frac{1}{4}$ or $Z > \frac{9}{4}$ $\implies S = \{Z : Z < \frac{1}{4}\} \cup \{Z : Z > \frac{9}{4}\}$
	26	$\left\lvert \frac{Z-1}{7}\right\rvert \le 2 \implies \lvert Z-1\rvert \le 14$ $\implies -14 \le Z - 1 \le 14$ $\implies -13 \le Z \le 15 \implies S = \{Z : -13 \le Z \le 15\}$
	27	مجموعة الحل متصلة لذا فهي تمثل مجموعة تقاطع مجموعتين أي متباينة مركبة بعلاقة "و". الآن نبحث عن نقطة منتصف مجموعة الحل وهي (2-) ثم نحسب نصف قطر مجموعة الحل وهو $4 = \frac{2-(-6)}{2}$ وعليه نحاول إيجاد متباينة طرفاها هما العددان 4 ، 4- كالآتي : $-6 + 2 < x + 2 < 2 + 2 \implies$ $-6 < x < 2 \implies -4 < x + 2 < 4$ $\implies \lvert x+2\rvert < 4$

Scanned with CamScanner

تدرب وحل التمرينات

28

مجموعة الحل متصلة لذا فهي تمثل مجموعة تقاطع مجموعتين أي متباينة مركبة بعلاقة " و" .

الآن نبحث عن نقطة منتصف مجموعة الحل وهي (1-) ثم نحسب نصف قطر مجموعة الحل وهو $3 = \frac{2-(-4)}{2}$

وعليه نحاول إيجاد متباينة طرفاها هما العددان 3 ، 3- كالآتي :

$-4 < x < 2 \implies -4 + 1 < x + 1 < 2 + 1 \implies -3 < x + 1 < 3$

$\implies |x+1| \le 3$

29

مجموعة الحل اتحاد مجموعتين لذا فهي تمثل متباينة مركبة بعلاقة " أو" .

$\{x < -2\} \cup \{x > 4\} \implies x < -2$ أو $x > 4$

الان نجد نصف قطر المسافة بين العددين 2- ، 4 وهو العدد $3 = \frac{4-(-2)}{2}$

ولذا نحاول ايجاد متباينة طرفاها العددان 3 ، 3-

المتباينة المركبة هي : $\implies x - 1 < -3$ أو $x - 1 > 3 \implies |x - 1| > 3$

30

مجموعة الحل اتحاد مجموعتين لذا فهي تمثل متباينة مركبة بعلاقة " أو". $\{x \le -4\} \cup \{x \ge -2\}$

الان نجد نصف قطر المسافة بين العددين 2- ، 4- وهو العدد $1 = \frac{-2-(-4)}{2}$

$\implies x \le -4$ أو $x \ge -2$

ولذا نحاول ايجاد متباينة طرفاها العددان 1 ، 1-

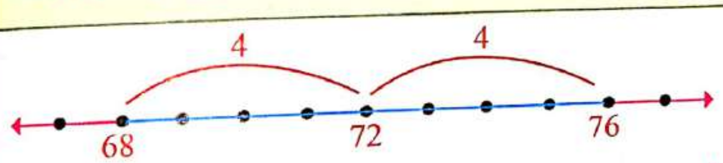
$\implies x + 3 \le -1$ أو $x + 3 \ge 1$

المتباينة المركبة هي : $\implies |x + 3| \ge 1$

تدرب وحل مسائل حياتية

31

$\frac{76-68}{2} = \frac{8}{2} = 4$



منتصف المسافة هو 72 ونصف القطر هو 4

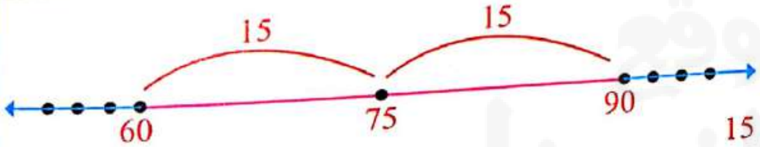
المتباينة هي

$68 \le x \le 78$

$\implies -4 \le x - 72 \le 4 \implies |x - 72| \le 4$

32

$\frac{90-60}{2} = 15$



منتصف المسافة هو 75 ونصف القطر هو 15

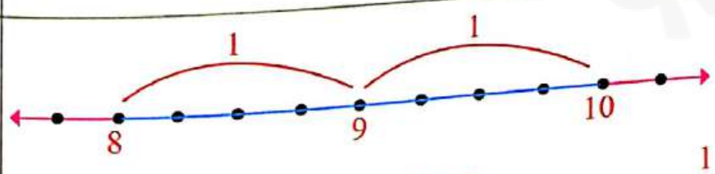
مدى دقات القلب غير الطبيعية هو

$x < 60$ or $x > 90$

$\implies x - 75 < -15$ or $x - 75 < -15 \implies |x - 75| > 15$

33

$\frac{10-8}{2} = 1$



منتصف المسافة هو 9 ونصف القطر هو 1

مدى منطقة الطيران هو

$8 \le x \le 10 \implies -1 \le x - 9 \le 1$

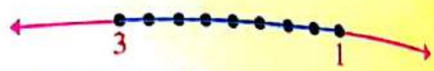
$\implies |x - 9| \le 1$

Scanned with CamScanner

فكّر

34

i) $\left|\frac{\sqrt{3}(x+1)}{\sqrt{2}}\right| \le \sqrt{6} \implies \left|\sqrt{3}(x+1)\right| \le 2\sqrt{3}$



$\implies -2\sqrt{3} \le \sqrt{3}(x+1) \le 2\sqrt{3}$

$\implies -2 \le x+1 \le 2 \implies -3 \le x \le 1 \implies S = \{x : -3 \le x \le 1\}$

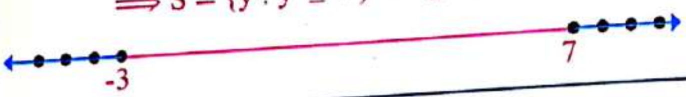
ii) $\left|\frac{\sqrt{12}-\sqrt{3}y}{\sqrt{5}}\right| \ge \sqrt{15}$

$\implies \left|2\sqrt{3}-\sqrt{3}y\right| \ge 5\sqrt{3} \implies |2-y| \ge 5$

$\implies 2-y \le -5$ أو $2-y \ge 5$

$\implies -y \le -7$ أو $-y \le 3 \implies y \ge 7$ أو $y \le -3$

$\implies S = \{y : y \ge 7\} \cup \{y : y \le -3\}$



35

إن المتباينة المركّبة هي بعلاقة أو مجموعة الحل لها هو من اتحاد مجموعتين ، وكما يأتي :

$6-3y \le -7$ أو $6-3y \ge 7$

$\implies -3y \le -13$ أو $-3y \ge 1$

$\implies y \ge \frac{13}{3}$ أو $y \le \frac{-1}{3}$

$\implies S = \{y : y \ge \frac{13}{3}\} \cup \{y : y \le -\frac{1}{3}\}$

36

i) $|Z| - 1 < 0 \implies |Z| < 1 \implies -1 < Z < 1$

ii) $|x-1| > 0 \implies x-1 < 0$ or $x-1 > 0$

$\implies x < 1$ or $x > 1$

$\implies S = \{x : x < 1\} \cup \{x : x > 1\}$

اكتب

تقبل جميع الاجابات الصحيحة

ملاحظة :

الحل بيانياً وتمثيل مجموعة الحل على مستقيم الأعداد لبعض التمرينات تُرك للمدرس لتوضيحه للطلاب ، والطالب مطالب به في الامتحان وبحسب صيغة السؤال (الحل بيانياً أم جبرياً مع تمثيل مجموعة الحل أو من دونها على مستقيم الاعداد).

Scanned with CamScanner

الدرس [6-1] خطة حل المسألة

1 - **أفهم :** **ما المعطيات في المسألة :** أقل درجة حرارة يعيش فيها السلمون هي 20 درجة سيليزية وأكبر درجة حرارة يعيش فيها السلمو
هي 23 درجة سيليزية .

ما المطلوب من المسألة : كتابة متباينة تمثل درجة حرارة المياه التي لا يعيش فيها السلمون .

خطط : **كيف تحل المسألة :** بما أن أقل درجة حرارة هي 20 درجة سيليزية وأكبر درجة حرارة هي 23 درجة سيليزية ، فلذا درجة الحرار
التي لا يعيش فيها السلمون هي أصغر من 20 أو أكبر من 23 أي :

$x < 20$ أو $x > 23$

$x \geq 20$ و $x \leq 23$

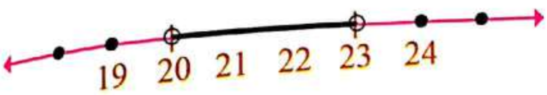
حل : جد مجموعة الحل للمتباينة :

$x < 20$ or $x > 23$

$\Rightarrow \{x < 20\} \cup \{x > 23\}$

$\Rightarrow S = \{x : x < 20\} \cup \{x : x > 23\}$

تحقق : استعمل مستقيم الأعداد للتحقق من صحة الحل :



2 - **أفهم :** **ما المعطيات في المسألة :** أقل وزن لصغير الباندا عندما يكون عمره سنة واحدة هو 40kg .
أكبر وزن لصغير الباندا عندما يكون عمره سنة واحدة هو 60kg .

ما المطلوب في المسألة : كتابة متباينة تمثل وزن صغير الباندا عندما يكون عمره سنة واحدة .

خطط : **كيف تحل المسألة :** بما أن أقل وزن لصغير الباندا في عمر سنة واحدة هو 40kg وأكبر وزن له في العمر نفسه هو 60kg
لذا فأن وزنه يتراوح بين 40kg و 60kg أي :

حل : نجد حل للمتباينة :

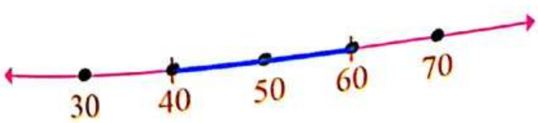
$x \geq 40$ و $x \leq 60$

$x \geq 40$ و $x \leq 60 \Longrightarrow x \geq 40$ and $x \leq 60$

$\Longrightarrow \{x : x \geq 40\} \cap \{x : x \leq 60\}$

$\Longrightarrow S = \{x : 40 \leq x \leq 60\}$

تحقق : استعمل مستقيم الأعداد للتحقق من صحة الحل :



سلسلة الناجح في الرياضيات

Scanned with CamScanner

3- افهم : ما المعطيات في المسألة : 88% من ذكور النحل يطردون من الخلية في نهاية الصيف، هامش الخطأ هو 3 نقاط مئوية .
ما المطلوب من المسألة : كتابة متباينة القيمة المطلقة التي تبين النسبة المئوية لذكور النحل الذي يُطردون من الخلية ثم حلها .

خطط: كيف تحل المسألة : بما أن النسبة المئوية لذكور النحل الذي يطردون من الخلية في نهاية الصيف 88% والنسبة الواردة في الدراسة أقل من أو يساوي 3% ، لذا $|x-88| \le 3$ تمثل النسبة الفعلية لذكور الذين يطردون من الخلية نهاية الصيف.

حل: نجد مجموعة الحل لمتباينة القيمة المطلقة

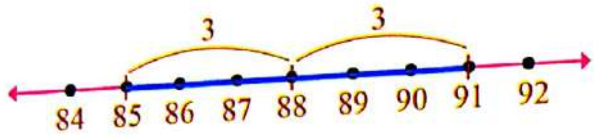
$$|x-88| \le 3 \Longrightarrow -3 \le x - 88 \le 3$$

$$\Longrightarrow -3 + 88 \le x \le 3 + 88$$

$$\Longrightarrow 85 \le x \le 91$$

$$\Longrightarrow S = \{x : 85 \le x \le 91\}$$

تحقق : استعمل مستقيم الأعداد للتحقق من صحة الحل :



4- افهم : ما المعطيات في المسألة : أقل سرعة لعربات التيليفريك هي 20km/h وأكبر سرعة لها هي 40km/h .
ما المطلوب في المسألة : كتابة متباينة القيمة المطلقة التي تبين مدى سرعة عربات التيليفريك ثم حلها .

خطط: كيف تحل المسألة : أقل سرعة لعربات التيليفريك هي 20km/h وأكبر سرعة لها هي 40km/h لذا مدى سرعة عربات التيليفريك هو :

$x \le 40$ و $x \ge 20$

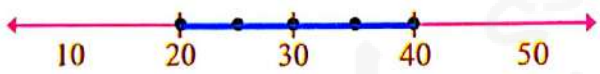
حل: نجد مجموعة الحل لمتباينة القيمة المطلقة

$x \ge 20$ و $x \le 40 \Longrightarrow x \ge 20$ and $x \le 40$

$$\Longrightarrow \{x : x \ge 20\} \cup \{x : x \le 40\}$$

$$\Longrightarrow S = \{x : 20 \le x \le 40\}$$

تحقق : استعمل مستقيم الأعداد للتحقق من صحة الحل :



Scanned with CamScanner

	الإجابة
[1-1] تدريب:1	$\frac{\sqrt{5}+\sqrt{2}}{\sqrt{5}-\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{5}+\sqrt{2}}{\sqrt{5}+\sqrt{2}} = \frac{(\sqrt{5}+\sqrt{2})(\sqrt{5}+\sqrt{2})}{(\sqrt{5}-\sqrt{2})(\sqrt{5}+\sqrt{2})}$ $\frac{5+2\sqrt{10}+2}{5-2} = \frac{7+2\sqrt{10}}{3} \approx 4.4$
تدريب:2	$6.25 \times 10^3 \div 0.015 \times 10^6 \approx 41.67 \times 10^{-2}$
[1-2] تدريب	$f = \{(1,2), (2,3), (3,1)\}$ $(gof)(1) = g(f(1)) = g(2) = 2$ $(gof)(2) = g(f(2)) = g(3) = 3$ $(gof)(3) = g(f(3)) = g(1) = 1$ $gof = \{(1,2), (2,3), (3,1)\}$ $(fog)(1) = f(g(1)) = f(1) = 2$ $(fog)(2) = f(g(2)) = f(2) = 3$ $(fog)(3) = f(g(3)) = f(3) = 1$ $fog = \{(1,2),(2,3),(3,1)\}$
[1-3] تدريب:1	i) $\{3n-2\} = \{1, 4, 7, 10, 13, ...\}$ ii) $\{(-2)^n\} = \{-2, 4, -8, 16, -32, ...\}$
تدريب:2	$d = u_2 - u_1 = 6 - 12 = -6$ $u_{20} = a + 19d = 12 + 19(-6)$ $= 12 - 114 = -102$
[1-4] تدريب:1	$-9 < 2x - 1 \leq 3 \Rightarrow -8 < 2x \leq 4$ $\Rightarrow -4 < x \leq 2 \Rightarrow \{x: -4 < x \leq 2\}$ 
تدريب:2	$2y - 6 > -3$ أو $2y - 6 \leq -7$ $\Rightarrow 2y > 3$ or $2y \leq -1 \Rightarrow y \geq \frac{3}{2}$ or $y \leq -\frac{1}{2}$ $\Rightarrow \{y : y > \frac{3}{2}\} \cup \{y : y \leq -\frac{1}{2}\}$ 

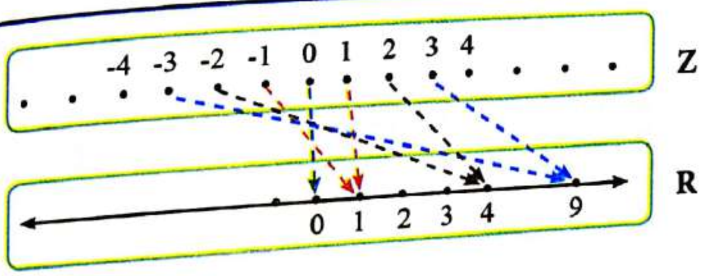
Scanned with CamScanner

	الإجابة
[1- 5] تدريب:1	$\|3y\|-1 \le 8 \Rightarrow \|3y\| \le 9$ $\Rightarrow -9 \le 3y \le 9$ $\Rightarrow -3 \le y \le 3$ 
تدريب:2	$\|\frac{6-2x}{8}\| \ge 3 \Rightarrow \|6-2x\| \ge 24$ $\Rightarrow 6-2x \le -24$ or $6-2x \ge 24$ $\Rightarrow -2x \le -30$ or $-2x \ge 18$ $\Rightarrow x \ge 15$ or $x \le -9 \Rightarrow \{x:x \ge 15\} \cup \{x:x \le -9\}$ 

سلسلة الناجح في الرياضيات

Scanned with CamScanner

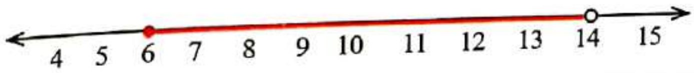
اختبار الفصل 1

	الإجابة
1	$(\sqrt{3}+\sqrt{5})(\sqrt{3}+\sqrt{5}) = 3 + 2\sqrt{15} + 5 = 8 + 2\sqrt{15}$
2	$\frac{\sqrt{3}-\sqrt{6}}{\sqrt{3}} - \frac{\sqrt{8}-5}{3\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{3}(1-\sqrt{2})}{\sqrt{3}} - \frac{2\sqrt{2}-5}{3\sqrt{2}}$ $= \frac{1-\sqrt{2}}{1} - \frac{2\sqrt{2}-5}{3\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2}(1-\sqrt{2}) - 2\sqrt{2} + 5}{3\sqrt{2}}$ $= \frac{3\sqrt{2} - 6 - 2\sqrt{2} + 5}{3\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}-1}{3\sqrt{2}}$
3	$(\frac{1}{125})^{\frac{1}{3}} - (-\frac{1}{2})^0 + (121)^{\frac{1}{2}} \times (\frac{1}{9})^{\frac{1}{2}} = (\frac{1}{5^3})^{\frac{1}{3}} - 1 + (11^2)^{\frac{1}{2}} \times (\frac{1}{3^2})^{\frac{1}{2}}$ $= \frac{1}{5} - 1 + 11 \times \frac{1}{3} = \frac{-4}{5} + \frac{11}{3} = \frac{-12+55}{15} = \frac{43}{15} \approx 2.9$
4	 1 - تطبيق غير متباين لأن: $2 \neq -2 \Rightarrow f(2) = f(-2) = 4$ 2 - تطبيق غير شامل لأن المدى لايساوي R 3 - تطبيق غير متقابل لأنه ليس متبايناً ولا شاملاً
5	$(fog)(2) = f(g(2)) = f(2^2) = f(4) = 3\times4 + 1 = 13$ $(gof)(2) = g(f(2)) = g(2\times3 + 1) = g(7) = 7^2 = 49$ $(fog)(5) = f(g(5)) = f(5^2) = f(25) = 3\times25 + 1 = 76$ $(gof)(5) = g(f(5)) = g(3\times5 + 1) = g(16) = 16^2 = 256$

Scanned with CamScanner

	الإجابة
6	$(fog)(x) = f(g(x)) = f(2x+5) = 3(2x+5)+1$ $= 6x + 15 + 1 = 6x + 16$ $(gof)(x) = g(f(x)) = g(3x+1) = 2(3x+1)+5$ $= 6x + 2 + 5 = 6x + 7$ إذن $(fog)(x) \neq (gof)(x)$ $(fog)(x) = 28 \Rightarrow 6x + 16 = 28$ $\Rightarrow 6x = 28 - 16$ $\Rightarrow 6x = 12$ $\Rightarrow x = 2$
7	$u_2 = a + d \Rightarrow \frac{-3}{2} = a + 2 \Rightarrow a = -\frac{3}{2} - 2 = \frac{-7}{2}$ $u_4 = a + 3d \Rightarrow u_4 = \frac{-7}{2} + 3\times 2 \Rightarrow u_4 = \frac{-7}{2} + 6 = \frac{5}{2}$ $u_5 = u_4 + d \Rightarrow u_5 = \frac{5}{2} + 2 = \frac{9}{2}$ $u_6 = u_5 + d \Rightarrow u_6 = \frac{9}{2} + 2 = \frac{13}{2}$ $u_7 = u_6 + d \Rightarrow u_7 = \frac{13}{2} + 2 = \frac{17}{2}$ $\{\ldots, u_4, u_5, u_6, u_7, \ldots\} = \{\ldots, \frac{5}{2}, \frac{9}{2}, \frac{13}{2}, \frac{17}{2}, \ldots\}$
8	$u_3 = a + 2d \Rightarrow 6 = a + 2(-\frac{5}{2}) \Rightarrow a = 11$ $u_5 = u_5 + 4d \Rightarrow u_5 = 11 + 4 \times \frac{-5}{2} = 1$ $u_6 = u_6 + d \Rightarrow 1 - \frac{5}{2} = \frac{-3}{2}$ $u_7 = u_6 + d \Rightarrow \frac{-3}{2} - \frac{5}{2} = \frac{-8}{2} = -4$ $u_8 = u_7 + d \Rightarrow -4 - \frac{5}{2} = \frac{-13}{2}$ $\{\ldots, u_5, u_6, u_7, u_8, \ldots\} = \{\ldots, 1, \frac{-3}{2}, -4, \frac{-13}{2}, \ldots\}$
9	$u_1 = 9 - 3\times 1 = 6$, $u_2 = 9 - 3\times 2 = 3$ $d = u_2 - u_1 = 3 - 6 = -3 < 0$ متتابعة متناقصة
10	$u_1 = 1 - 2 = -1$, $u_2 = 4 - 2 = 2$ $d = u_2 - u_1 = 2 - (-1) = 3 > 0$ متتابعة متزايدة

Scanned with CamScanner

	الإجابة
11	$u_1 = \frac{1}{3+1} = \frac{1}{4}$, $u_2 = \frac{1}{6+1} = \frac{1}{7}$ $d = u_2 - u_1 = \frac{1}{7} - \frac{1}{4} = \frac{4-7}{28} = \frac{-3}{28} < 0$ متتابعة متناقصة
12	$\{\frac{n}{n+2}\} = \{\frac{1}{3}, \frac{1}{2}, \frac{3}{5}, \frac{2}{3}, \frac{5}{7}, ...\}$
13	$\{4\sqrt{2}\} = \{4\sqrt{2}, 4\sqrt{2}, 4\sqrt{2}, 4\sqrt{2}, 4\sqrt{2}, ...\}$
14	$\{\frac{-n}{n+5}\} = \{\frac{-1}{6}, \frac{-2}{7}, \frac{-3}{8}, \frac{-4}{9}, \frac{-1}{2}, ...\}$
15	$12 \le x + 6 < 20 \Rightarrow 6 \le x < 14$ $\Rightarrow \{x: 6 \le x < 14\}$ 
16	$\frac{1}{16} < \frac{z+2}{2} \le \frac{1}{8} \Rightarrow \frac{1}{8} < z + 2 \le \frac{1}{4}$ $\Rightarrow \frac{1}{8} - 2 < z \le \frac{1}{4} - 2 \Rightarrow \frac{-15}{8} < z \le \frac{-7}{4} \Rightarrow \{Z: \frac{-15}{8} < Z \le \frac{-7}{4}\}$ 
17	$x - 3 \le -5$ or $x - 3 > 5 \Rightarrow x \le -2$ or $x > 8$ $\Rightarrow \{x \le -2\} \cup \{x > 8\}$ 
18	$7t - 5 > -1$ or $7t - 5 \le -14 \Rightarrow 7t > 4$ or $7t \le -9$ $\Rightarrow t > \frac{4}{7}$ or $t \le \frac{-9}{4} = \{t \le \frac{-9}{7}\} \cup \{t > \frac{4}{7}\}$ 

Scanned with CamScanner

	الإجابة
19	$y \le 0$ or $y + 7 \ge 16 \Rightarrow y \le 0$ or $y \ge 9$ $\Rightarrow \{y \le 0\} \cup \{y \ge 9\}$ 
20	$\frac{y}{3} < 1\frac{1}{3}$ or $\frac{y}{3} > 9\frac{1}{3}$ $\Rightarrow \frac{y}{3} < \frac{4}{3}$ or $\frac{y}{3} > \frac{28}{3} \Rightarrow y < 4$ or $y > 28$ $\Rightarrow \{y: y < 4\} \cup \{y: y > 28\}$ 
21	نفرض أن طول الضلع الثالث هو x $4 + 9 > x \Rightarrow 13 > x$ $4 + x > 9 \Rightarrow x > 5$ $9 + x > 4 \Rightarrow x > -5$ لاتعطي أية فائدة لذا مدى طول الضلع الثالث هو $5 < x < 13$
22	$5 + 12 > x \Rightarrow 17 > x$ $5 + x > 12 \Rightarrow x > 7$ $12 + x > 5 \Rightarrow x > -7$ لاتعطي أية نتيجة ، لذا مدى طول الضلع الثالث هو $7 < x < 17$
23	$7 + 15 > x \Rightarrow 22 > x$ $7 + x > 15 \Rightarrow x > 8$ $15 + x > 7 \Rightarrow x > -8$ $8 < x < 22$ لاتعطي أية نتيجة ، لذا مدى طول الضلع الثالث هو
24	$\lvert x - 6 \rvert \le 3 \Rightarrow -3 \le x - 6 \le 3 \Rightarrow 3 \le x \le 9$ $\Rightarrow \{x: 3 \le x \le 9\}$

Scanned with CamScanner

اختبار الفصل 1

	الإجابة
25	$\lvert 3z \rvert - 5 < 4 \Rightarrow \lvert 3z \rvert < 9$ $\Rightarrow -9 < 3z < 9 \Rightarrow -3 < z < 3$ $\Rightarrow \{z: -3 < z < 3\}$
26	$\lvert x+1 \rvert > \frac{1}{2} \Rightarrow x + 1 < -\frac{1}{2}$ or $x + 1 > \frac{1}{2}$ $\Rightarrow x < -\frac{1}{2} - 1$ or $x > \frac{1}{2} - 1$ $\Rightarrow x < -\frac{3}{2}$ or $x > -\frac{1}{2}$ $\Rightarrow \{x: x < -\frac{3}{2}\} \cup \{x: x > -\frac{1}{2}\}$
27	$6\lvert x \rvert - 8 \geq 3 \Rightarrow 6\lvert x \rvert \geq 11 \Rightarrow \lvert x \rvert \geq \frac{11}{6}$ $\Rightarrow x \leq -\frac{11}{6}$ or $x \geq \frac{11}{6}$ $\Rightarrow \{x: x \leq -\frac{11}{6}\} \cup \{x: x \geq \frac{11}{6}\}$
28	$\lvert 3y \rvert - 2 > 9 \Rightarrow \lvert 3y \rvert > 11 \Rightarrow 3y < -11$ or $3y > 11$ $\Rightarrow y < -\frac{11}{3}$ or $y > \frac{11}{3}$ $\Rightarrow \{y: y \leq -\frac{11}{3}\} \cup \{y: y > \frac{11}{3}\}$
29	$\lvert 8z \rvert - 1 > 7 \Rightarrow \lvert 8z \rvert > 8 \Rightarrow 8z < -8$ or $8z > 8$ $\Rightarrow z < -1$ or $z > 1$ $\Rightarrow \{z: z < -1\} \cup \{z: z > 1\}$
30	$\lvert 4 - 3y \rvert \geq 14 \Rightarrow 4 - 3y \leq -14$ or $4 - 3y \geq 14$ $\Rightarrow -3y \leq -18$ or $-3y \geq 10$ $\Rightarrow y \geq 6$ or $y \leq -\frac{10}{3}$ $\Rightarrow \{y: y \leq -\frac{10}{3}\} \cup \{y: y \geq 6\}$
31	$\lvert \frac{6-3y}{9} \rvert \geq 5 \Rightarrow \lvert \frac{2-y}{3} \rvert \geq 5$ $\Rightarrow \lvert 2 - y \rvert \geq 15 \Rightarrow 2 - y \leq -15$ or $2 - y \geq 15$ $\Rightarrow -y \leq -17$ or $-y \geq 13$ $\Rightarrow y \geq 17$ or $y \leq -13$ $\Rightarrow \{y: y \leq -13\} \cup \{y: y \geq 17\}$

Scanned with CamScanner

الاختيار من متعدد

1

الدرس	الإجابة									
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
الدرس [1-1]	c	b	a	c	b	d	c	c (d)	b (a)	$d = 5.57 \times 10^{-3}$
الدرس [1-2]	c	b	b	d	a	d	b			
الدرس [1-3]	b	c	b	a	b	c	d			
الدرس [1-4]	b	c	d	b	d	a	c	b	d	
الدرس [1-5]	c	d	b	c	c	d	a	c		

سلسلة الناجح في الرياضيات

Scanned with CamScanner

حلول تمرينات الفصل الثاني

المقادير الجبرية

الدرس [2-1]	ضرب المقادير الجبرية
الدرس [2-2]	تحليل المقدار الجبري باستعمال العامل المشترك الاكبر
الدرس [2-3]	تحليل المقدار الجبري بالمتطابقات
الدرس [2-4]	تحليل المقدار الجبري من ثلاثة حدود بالتجربة
الدرس [2-5]	تحليل المقدار الجبري مجموع مكعبين أو الفرق بين مكعبين
الدرس [2-6]	تبسيط المقادير الجبرية النسبية
الدرس [2-7]	خطةُ حلِّ المسألةِ (الخطوات الاربع)

Scanned with CamScanner

	الإجابة
1	$(3x^2 + 2x^2) + (4x - 6x) + (10 - 12)$ $= 5x^2 - 2x - 2$
2	$(\frac{1}{2}zy - \frac{1}{4}zy) + (5z + 3z) - (7y + 2y) = \frac{1}{4}zy + 8z - 9y$
3	$7x^2 \times \frac{1}{\cancel{14}_{2}x} = \frac{x}{2}$
4	$\sqrt{2}\,yz \times \sqrt{2}\,yz^2 = 2y^2z^3$
5	$\frac{3}{4}v^2t \times \sqrt{12}\,t^{-1} = \frac{3}{4}(2\sqrt{3})\,v^2t^0 = \frac{3\sqrt{3}}{2}v^2$
6	$3h(\frac{1}{6}v) - 3h(\frac{1}{3}h^{-2} = \frac{1}{2}hv - h^{-1}$
7	$(x + 2)(x - 2) = x^2 - 4$
8	$(5 - 2z)(3 + 3z) = 15 + 9z - 6z^2$
9	$(\frac{1}{2}x^2 + 6)(\frac{4}{3}x^2 + 12) = \frac{2}{3}x^4 + 14x^2 + 72$
10	$(2\sqrt{3}\,t - 4)^2 = 12t^2 - 16\sqrt{3}\,t + 16$
11	$(x + 3)(x^2 - 3x + 9) = x^3 + 27$
12	$(xy + 1)(x^{-1}y - xy^{-1} - 1) = xx^{-1}y^2 - yy^{-1}x^2 - xy + x^{-1}y - xy^{-1} - 1$ $= y^2 - x^2 - xy + x^{-1}y - xy^{-1} - 1$
13	$\begin{array}{r} y - 1 \\ \times\ y + 1 \\ \hline y^2 - y \\ y - 1 \\ \hline y^2 - 1 \end{array}$

Scanned with CamScanner

	الإجابة
14	$\begin{array}{r} 4x^2 - x - 5 \\ \times\ 2x + 3 \\ \hline 8x^3 - 2x^2 - 10x \\ + 12x^2 - 3x - 15 \\ \hline 8x^3 + 10x^2 - 13x - 15 \end{array}$
15	$\begin{array}{r} 3 + 5z - z^2 \\ \times\ 3 - z \\ \hline 9 + 15z - 3z^2 \\ - 3z - 5z^2 + z^3 \\ \hline 9 + 12z - 8z^2 + z^3 \end{array}$
16	$\frac{3xy^2}{15x^2y} = \frac{y}{5x}$
17	$\frac{-47z^{-2}}{7z^2} = \frac{-47}{7z^4}$
18	$\frac{8x^3}{2x} + \frac{4x^2}{2x} - \frac{2x}{2x} = 4x^2 + 2x - 1$
19	$\frac{21}{7a} - \frac{14a}{7a} + \frac{7a^2}{7a} = \frac{3}{a} - 2 + a$
20	$3y(y^2 + 2y - 3)$
21	$\frac{1}{2}zx(x - 4z + 8)$

سلسلة الناجح في الرياضيات

Scanned with CamScanner

ضرب المقادير الجبرية

		الإجابة
تأكد من فهمك	1	$(x+3)(x-3)=x^2-9$
	2	$(\sqrt{7}-h)^2=7-2\sqrt{7}h+h^2$
	3	$(z+\sqrt{5})(z-\sqrt{5})=z^2-5$
	4	$(v+5)(v+1)=v^2+6v+5$
	5	$(x-3)(x-2)=x^2-5x+6$
	6	$(3x-4)(x+5)=3x^2+11x-20$
	7	$(\frac{1}{3}y+3)(\frac{1}{3}y+2)=\frac{1}{9}y^2+\frac{5}{3}y+6$
	8	$(y+2)(y^2-2y+4)=y^3+8$
	9	$(2z+4)(4z^2-8z+16)=8z^3+64$
	10	$(v-\sqrt[3]{3})(v^2+\sqrt[3]{3}v+\sqrt[3]{9})=v^3-3$
	11	$(\sqrt[3]{\frac{2}{7}}+m)(\sqrt[3]{\frac{4}{49}}-\frac{2}{7}m+m^2)=\frac{2}{7}+m^3$
	12	$(x+5)^3=(x+5)(x+5)^2=x^3+15x^2+75x+125$
	13	$(y-4)^3=y^3-12y+48y-64$
تدرب وحل تمرينات	14	$(n-6)^2=n^2-12n+36$
	15	$(y+5)(y-5)=y^2-25$
	16	$(x+\sqrt{8})^2=x^2+2\sqrt{8}x+8=x^2+4\sqrt{2}x+8$
	17	$(y+\sqrt{6})(y-\sqrt{6})=y^2-6$
	18	$(8+h)(3+h)=24+11h+h^2$
	19	$(4-y)(5-y)=20-9y+y^2$
	20	$(2x-3)(x+9)=2x^2+15x-27$
	21	$(z-2\sqrt{7})(2z-\sqrt{7})=2z^2-5\sqrt{7}z+14$

Scanned with CamScanner

		الإجابة
تدرب وحل تمرينات	22	$(x+6)(x^2-6x+36) = x^3+216$
	23	$(y-1)(y^2+y+1) = y^3-1$
	24	$(z-3)^3 = z^3-9z^2+27z-27$
	25	$(\frac{2}{3}-r)(\frac{4}{9}+\frac{2}{3}r+r^2) = \frac{8}{27}-r^3$
	26	$(x-\sqrt[3]{4})(x^2+\sqrt[3]{4}\,x+\sqrt[3]{16}) = x^3-4$
	27	$(z-\sqrt{5})^3 = z^3-3\sqrt{5}\,z^2+15z-5\sqrt{5}$
	28	$(\sqrt[3]{\frac{1}{5}}+n)(\sqrt[3]{\frac{1}{25}}-\sqrt[3]{\frac{1}{5}}\,n+n^2) = \frac{1}{5}+n^3$
	29	$(\sqrt[3]{\frac{1}{9}}+\frac{1}{h})(\sqrt[3]{\frac{1}{81}}-\sqrt[3]{\frac{1}{9}}\,\frac{1}{h}+\frac{1}{h^2}) = \frac{1}{9}+\frac{1}{h^3}$
تدرب وحل مسائل حياتية	30	طول المسبح مع الممر $x+11$ عرض المسبح مع الممر $x+3$ مساحة المسبح مع الممر $(x+11)(x+3) = x^2+14x+33$
	31	مساحة اللوحة هي $(y-4)(y-7) = y^2-11y+28$
	32	حجم حوض الزينة $(v+3)^3 = v^3+9v^2+27v+27$
فكر	33	$(x+1)^2-(x-2)^2 = x^2+2x+1-x^2+4x-4$ $= 6x-3$
	34	$(\sqrt{5}\,h-4)(h-6) = \sqrt{5}\,h^2-6\sqrt{5}\,h-4h+24$ $= \sqrt{5}\,h^2-h(6\sqrt{5}+4)+24$
	35	$(\sqrt{3}+\sqrt{2})^2 = 3+2\sqrt{6}+2 = 5+2\sqrt{6}$ $(\sqrt{3}-\sqrt{2})^2 = 3-2\sqrt{6}+2 = 5-2\sqrt{6}$ لذا العدد $(\sqrt{2}+\sqrt{3})^2$ أكبر من العدد $(\sqrt{2}-\sqrt{3})^2$ حل آخر : بما أن $\sqrt{2}+\sqrt{3}$ أكبر من العدد $\sqrt{2}-\sqrt{3}$ فلذا العدد $(\sqrt{2}+\sqrt{3})^2$ أكبر من العدد $(\sqrt{2}-\sqrt{3})^2$
أكتب		$(2z+\frac{1}{2})(2z-\frac{1}{2}) = 4z^2-\frac{1}{4}$

Scanned with CamScanner

تحليل المقدار الجبري باستعمال العامل المشترك الأكبر

		الإجابة
تأكد من فهمك	1	$9x^2 - 21x = 3x(3x - 7)$ التحقق : $3x(3x - 7) = 9x^2 - 21x$
	2	$10 - 15y + 5y^2 = 5(2 - 3y + y^2)$ التحقق : $5(2 - 3y + y^2) = 10 - 15y + 5y^2$
	3	$14z^4 - 21z^2 - 7z^3 = 7z^2(2z^2 - 3 - z)$ $= 7z^2(2z^2 - z - 3)$ التحقق : $7z^2(2z^2 - z - 3) = 14z^4 - 7z^3 - 21z^2$
	4	$\sqrt{8}\,t^2r + \sqrt{2}\,(tr^2 - \sqrt{3}\,tr) = 2\sqrt{2}\,t^2r + \sqrt{2}\,tr^2 - \sqrt{6}\,tr$ $= \sqrt{2}\,tr(2t + r - \sqrt{3})$ التحقق : $\sqrt{2}\,tr(2t + r - \sqrt{3}) = \sqrt{8}\,t^2r + \sqrt{2}\,tr^2 - \sqrt{6}\,tr$
	5	$3y(y - 4) - 5(y - 4) = (y - 4)(3y - 5)$
	6	$\frac{1}{4}(t + 5) + \frac{1}{3}t^2(t + 5) = (t + 5)(\frac{1}{4} + \frac{1}{3}t^2)$
	7	$\sqrt{2}\,n(x + 1) - \sqrt{3}\,m(x + 1) = (x + 1)(\sqrt{2}\,n - \sqrt{3}\,m)$
	8	$2x(x^2 - 3) + 7(x^2 - 3) = (x^2 - 3)(2x + 7)$
	9	$3y^3 - 6y^2 + 7y - 14 = 3y^2(y - 2) + 7(y - 2)$ $= (y - 2)(3y^2 + 7)$ التحقق : $(y - 2)(3y^2 + 7) = 3y^2 + 7y - 6y^2 - 14$
	10	$21 - 3x + 35x^2 - 5x^3 = 3(7 - x) + 5x^2(7 - x)$ $= (7 - x)(3 + 5x^2)$ التحقق : عكس العملية
	11	$2r^2k + 3k^2v - 4r^2v - 6v^2k = 2r^2k - 4r^2v + 3k^2v - 6v^2k$ $= 2r^2(k - 2v) + 3kv(k - 2v)$ $= (k - 2v)(2r^2 + 3kv)$ التحقق : عكس العملية
	12	$3z^3 - \sqrt{18}\,z^2 + z - \sqrt{2} = 3z^3 + z - 3\sqrt{2}\,z^2 - \sqrt{2}$ $= z(3z^2 + 1) - \sqrt{2}\,(3z^2 + 1)$ $= (3z^2 + 1)(z - \sqrt{2})$ التحقق : عكس العملية
	13	$21y^3 - 7y^2 + 3 - 9y = 7y^2(3y - 1) - 3(3y - 1)$ $= (3y - 1)(7y^2 - 3)$
	14	$\frac{1}{2}x^4 - \frac{1}{4}x^3 + 5 - 10x = \frac{1}{4}x^3(2x - 1) - 5(2x - 1)$ $= (2x - 1)(\frac{1}{4}x^3 - 5)$

Scanned with CamScanner

تدرب وحل تمرينات

	الإجابة
15	$6z^3 - 9z^2 + 12 - 8z = 3z^2(2z-3) - 4(2z-3)$ $= (2z-3)(3z^2-4)$
16	$5t^3 - 15t^2 - 2t + 6 = 5t^2(t-3) - 2(t-3)$ $= (t-3)(5t^2-2)$
17	$12y^3 - 21y^2 = 3y^2(4y-7)$ التحقق : $3y^2(4y-7) = 12y^3 - 21y^2$
18	$3t^3 + 10t^2 - 15t = 5t(t^2+2t-3)$ التحقق : $5t(t^2+2t-3) = 3t^3 + 10t^2 - 15t$
19	$6v^2(3v-6) + 18v = 18v^3 - 36v^2 + 18v$ $= 18v(v^2-2v+1)$ التحقق : $18v(v^2-2v+1) = 18v^3 - 36v^2 + 18v$
20	$\sqrt{12}\,n^3r + \sqrt{3}(nr^3 - \sqrt{2}\,nr) = 2\sqrt{3}\,n^3r + \sqrt{3}\,nr^3 - \sqrt{3}\sqrt{2}\,nr$ $= \sqrt{3}\,nr(2n^2 + r^2 - \sqrt{2})$ التحقق : $\sqrt{3}\,nr(2n^2 + r^2 - \sqrt{2}) = \sqrt{12}\,n^3r + \sqrt{3}(nr^3 - \sqrt{2}\,nr)$
21	$\frac{1}{7}(y+1) + \frac{1}{3}y^2(y+1) = (y+1)(\frac{1}{7} + \frac{1}{3}y^2)$
22	$\sqrt{3}\,k(x^2+1) - \sqrt{5}\,v(x^2+1) = (x^2+1)(\sqrt{3}\,k - \sqrt{5}\,v)$
23	$5x^3 - 10x^2 + 10x - 20 = 5x^2(x-2) + 10(x-2)$ $= (x-2)(5x^2+10)$
24	$49 - 7z + 35z^2 - 5z^3 = 7(7-z) + 5z^2(7-z)$ $= (7-z)(7+5z^2)$
25	$3t^3k + 9k^2s - 6t^3s - 18s^2k = 3t^3k - 6t^3s + 9k^2s - 18s^2k$ $= 3t^3(k-2s) + 9ks(k-2s)$ $= (k-2s)(3t^3+9ks)$
26	$2y^4 - \sqrt{12}\,y^2 + \sqrt{2}\,y - \sqrt{6} = 3y^3(y-\sqrt{3}) + \sqrt{2}(y-\sqrt{3})$ $= (y-\sqrt{3})(2y^3+\sqrt{2})$
27	$12x^3 - 4x^2 + 3 - 9x = 4x^2(3x-1) - 3(3x-1)$ $= (3x-1)(4x^2-3)$
28	$4r^3 - 16r^2 - 3r + 12 = 4r^2(r-4) - 3(r-4)$ $= (r-4)(4r^2-3)$

Scanned with CamScanner

		الإجابة
تدرب وحل مسائل حياتية	29	$3x(x-4) - 22(x-4) = (x-4)(3x-22)$ أبعاد اللوح $x-4$, $3x-22$
	30	$4y^2 + 14y + 7(2y+7) = 2y(2y+7) + 7(2y+7)$ $= (2y+7)(2y+7) = (2y+7)^2$ شكل المسطح مربع وطول ضلعه $2y+7$
	31	$z^2\pi - 3z\pi - \pi(3z-9) = z\pi(z-3) - 3\pi(z-3)$ $= (z-3)(z\pi - 3\pi) = \pi(z-3)(z-3) = \pi(z-3)^2$ اذن نصف قطر الدائرة الداخلية للساعة هو $z-3$
فكر	32	$5x^5y + 7y^3z - 10x^5z - 14z^2y^2 = 5x^5y - 10x^5z + 7y^3z - 14z^2y^2$ $= 5x^5(y-2z) + 7y^2z - (y-2z)$ $= (y-2z)(5x^5 + 7y^2z)$
	33	$\sqrt{2}\,t^4 - \sqrt{24}\,t^3 + t^2 - \sqrt{12}\,t = \sqrt{2}\,t^3(t-\sqrt{12}) + t(t-\sqrt{12})$ $= (t-\sqrt{12})(\sqrt{2}\,t^3 + t)$ $= (t-2\sqrt{3})(\sqrt{2}\,t^3 + t)$
	34	$x^2 + 3x + 5x + 15 = x(x+3) + 5(x+3)$ $= (x+3)(x+5)$ العدد المجهول هو 5
أكتب		$(x+y)(x+y) - (x+y)(x-y) = x^2 + 2xy + y^2 - (x^2 - y^2)$ $= \cancel{x^2} + 2xy + y^2 - \cancel{x^2} + y^2$ $= 2xy + 2y^2 = 2y(x+y)$

سلسلة الناجح في الرياضيات

Scanned with CamScanner

		الإجابة
تأكد من فهمك	1	$x^2 - 16 = (x + 4)(x - 4)$
	2	$36 - 4x^2 = (6 - 2x)(6 + 2x)$
	3	$h^2 - v^2 = (h + v)(h - v)$
	4	$9m^2 - 4n^2 = (3m + 2n)(3m - 2n)$
	5	$3zx(9x^2 - z^2) = 3zx(3x + z)(3x - z)$
	6	$\frac{1}{4}y^2 - \frac{1}{16} = (\frac{1}{2}y - \frac{1}{4})(\frac{1}{2}y + \frac{1}{4})$
	7	$y^2 - 8y + 16 = (y - 4)^2$
	8	$9z^2 - 6z + 1 = (3z - 1)^2$
	9	$v^2 + 2\sqrt{3}\,v + 3 = (v + \sqrt{3})^2$
	10	$4h^2 - 20h + 25 = (2h - 5)^2$
	11	$x^2 + 18x + 81 = (x + 9)^2$ $2(x)(9) = 18x$ يمثل مربعا كاملا
	12	$16 - 14v + v^2$ $2(4)(v) = 8v \neq 14v$ لايمثل مربعا كاملا
	13	$64h^2 - 48h - 9$ لايمثل مربعا كاملا لأن الحد الأخير سالب (9-)
	14	$3 - 4\sqrt{3}\,t + 4t^2 = (\sqrt{3} - 2t)^2$ $2(\sqrt{3})(2t) = 4\sqrt{3}\,t$ يمثل مربعا كاملا
	15	$\ldots\ldots + 14y + 49 = y^2 + 2(y)(7) + 7^2$ $= (y + 7)^2$ الحد الأول = $(\frac{14y}{(2)(7)})^2 = y^2$
	16	$z^2 + 4z + \ldots\ldots = z^2 + 2(z)(2) + 2^2$ $= z^2 + 4z + 4 = (z + 2)^2$ الحد الأخير = $(\frac{4z}{2z})^2 = 4$
	17	$3 - \ldots\ldots + 9x^2 = (\sqrt{3})^2 - 2(\sqrt{3})(3x) + 3^2x^2$ $= (\sqrt{3})^2 - 6\sqrt{3}\,x + 3^2x^2$ $= (\sqrt{3} - 3x)^2$ الحد الوسط = $(2)(\sqrt{3})(3x) = 6\sqrt{3}\,x$
	18	$4x^2 + 2\sqrt{5}\,x + \ldots\ldots = 2^2x^2 + 2x(\frac{\sqrt{5}}{2}) + (\frac{\sqrt{5}}{2})^2$ $= 4x^2 + 2\sqrt{5}\,x + \frac{5}{4}$ $= (2x + \frac{\sqrt{5}}{2})^2$ الحد الأخير = $(\frac{2\sqrt{5}\,x}{(2)(2x)})^2 = (\frac{\sqrt{5}}{2})^2 = \frac{5}{4}$

Scanned with CamScanner

		الإجابة
تدرب وحل تمرينات	19	$25 - 4x^2 = (5 + 2x)(5 - 2x)$
	20	$y^2 - 121 = (y - 11)(y + 11)$
	21	$x^2 - 16z^2 = (x + 4z)(x - 4z)$
	22	$12 - 3t^2 = 3(4 - t^2) = 3(2 + t)(2 - t)$
	23	$8y^3x - 2x^3y = 2xy(4y^2 - x^2)$ $= 2xy(2y + x)(2y - x)$
	24	$\frac{1}{4}y^2 - \frac{1}{8} = \frac{1}{8}(2y^2 - 1)$ $= \frac{1}{8}(\sqrt{2}y + 1)(\sqrt{2}y - 1)$
	25	$\frac{1}{3}z^5 - \frac{1}{12}z = \frac{1}{12}z(4z^4 - 1)$ $= \frac{1}{12}z(2z^2 + 1)(2z^2 - 1)$ $= \frac{1}{12}z(2z^2 + 1)(\sqrt{2}z + 1)(\sqrt{2}z - 1)$
	26	$4x^2 + 20x + 25 = (2x + 5)^2$
	27	$3z^2 - 6z + 3 = 3(z^2 - 2z + 1) = 3(z - 1)^2$
	28	$16n^2 + 8\sqrt{3}n + 3 = (4n + \sqrt{3})^2$
	29	$4t^3 - 12t^2 + 9t = t(4t^2 - 12t + 9)$ $= t(2t - 3)^2$
	30	$1 - 4m + 4m^2 = (1 - 2m)^2$
	31	$4x^2 - 18x + 16 =$ $2(2x)(4) = 16x \neq 18x$ لايمثل مربعاً كاملاً
	32	$y^2 - 10y + 25 = (y + 5)^2$ $2(y)(5) = 10y$ يمثل مربعاً كاملاً
	33	$49 - 7v + v^2$ $2(7)(v) = 14v \neq 7v$ لايمثل مربعاً كاملاً
	34	$2h^2 - 12h - 18 =$ (-18) لايمثل مربعاً كاملاً لأن الحد الأخير سالب

Scanned with CamScanner

		الإجابة
تدرب وحل تمرينات	35	$4v^2 + 4v + 4$ $2(2v)(2) = 8v \neq 4v$ لايمثل مربعاً كاملاً
	36	$3 - 2\sqrt{3} + z^2 = (\sqrt{3} - z)^2$ $2(\sqrt{3})(z) = 2\sqrt{3}z$ يمثل مربعاً كاملاً
	37	$y^2 + ... + 36 = y^2 + 2(y)(6) + 6^2$ $= y^2 + 12y + 36$ $= (y+6)^2$ الحد الوسط $= (2)(y)(6) = 12y$
	38	$25 - 20x + ... = 5^2 - 2(5)(2x) + 2^2x^2$ $= 25 - 20x + 4x^2$ $= (5 - 2x)^2$ الحد الاخير $= (\frac{20x}{(2)(5)})^2 = 4x^2$
	39	$4v^2 + 8v + ... = 2^2v^2 + 2(2v)(2) + 2^2$ $= 4v^2 + 8v + 4 = (2v+2)^2$ الحد الاخير $= (\frac{8v}{(2)(2v)})^2 = 4$
	40	$5 - .... + 16x^2 = (\sqrt{5})^2 - 2(\sqrt{5})(4x) + 4^2x^2 = 5 - 8\sqrt{5}x + 16x^2$ $= (\sqrt{5} - 4x)^2$ الحد الوسط $= (2)(\sqrt{5})(4x) = 8\sqrt{5}x$,
	41	$81 + 18z + ... = 9^2 + 2(9)(z) + z^2 = 81 + 18z + z^2 = (9+z)^2$ الحد الأخير $= (\frac{18z}{(2)(9)})^2 = z^2$
	42	$9h^2 + 6\sqrt{2}h + ... = 3^2h^2 + 2(3h)(\sqrt{2}) + (\sqrt{2})^2 = 9h^2 + 6\sqrt{2}h + 2$ $= (3h + \sqrt{2})^2$ الحد الأخير $= (\frac{6\sqrt{2}h}{(2)(3)h})^2 = 2$
تدرب وحل مسائل حياتية	43	$x^2 - 8x + 16 = (x-4)^2$ طول ضلع القاعدة هو $x - 4$ متر
	44	$x^2 - 81 = (x+9)(x-9)$ طول المزرعة هو $x + 9$ متر وعرض المزرعة هو $x - 9$ متر
	45	$4x^2 - 8x + 9 =$ $2(2x)(3) = 12x \neq 8x$ لاتمثل مساحة اللوحة مربعاً كاملاً

Scanned with CamScanner

		الإجابة
فكر	46	$\frac{1}{9}x^2 - \frac{1}{6}x + \frac{1}{16} = (\frac{1}{3}x - \frac{1}{4})^2$ $= 2(\frac{1}{3}x)(\frac{1}{4}) = \frac{1}{6}x$ يمثل مربعاً كاملاً
	47	$4x^2 - 4x + 1 = (2x - 1)^2$ $= (2x - 1)(2x - 1)$
	48	$9x^2 + 12x - 4$ لا يمثل مربعاً كاملاً لأن الحد الأخير سالب
اكتب		$4x^2 - 8x + 4 = (2x - 2)^2$

سلسلة الناجح في الرياضيات

موقع المناهج

Scanned with CamScanner

تحليل المقدار الجبري من ثلاثة حدود بالتجربة

		الإجابة
تأكد من فهمك	1	$x^2+6x+8=(x+2)(x+4)$
	2	$1-2z+z^2=(1-z)(1-z)$
	3	$x^2-13x+12=(x-12)(x-1)$
	4	$3+2z-z^2=(3-z)(1+z)$
	5	$x^2-2x-3=(x-3)(x+1)$
	6	$15-8z+z^2=(3-z)(5-z)$
	7	$2x^2+5x+3=(2x+3)(x+1)$
	8	$3y^2-14y+8=(3y-2)(y-4)$
	9	$3x^2-10x+8=(3x-4)(x-2)$
	10	$8-25z+3z^2=(8-z)(1-3z)$
	11	$5y^2-y-6=(5y-6)(y+1)$
	12	$6+29z-5z^2=(6-z)(1+5z)$
	13	$x^2-9xy+20y^2=(x-4y)(x-5y)$
	14	$3y^2-19yx-14x^2=(3y+2x)(y-7x)$
	15	$x^2+9x+20=(x+4)(x+5)$
	16	$y^2-12y+20=(y-2)(y-10)$
	17	$6x^2-7x+2=(2x-1)(3x-2)$
	18	$20-7y-3y^2=(5-3y)(4+y)$
تدرب وحل تمرينات	19	$x^2+9x+14=(x+7)(x+2)$
	20	$y^2-5y+6=(y-2)(y-3)$
	21	$24-2z-z^2=(6+z)(4-z)$
	22	$3+2z-z^2=(3-z)(1+z)$
	23	$x^2-2x-3=(x+1)(x-3)$
	24	$36-15z+z^2=(3-z)(12-z)$
	25	$2x^2+12x-14=2(x-1)(x+7)$
	26	$4y^2-6y+2=2(y-1)(2y-1)$

Scanned with CamScanner

		الإجابة
تدرب وحل تمرينات	27	$10 + 9z - 9z^2 = (5 - 3z)(2 + 3z)$
	28	$2x^2 + 3x + 1 = (2x + 1)(x + 1)$
	29	$13y^2 - 11y - 2 = (13y + 2)(y - 1)$
	30	$50 - 20z + 2z^2 = 2(5 - z)(5 - z)$
	31	$30x^2 - xy - y^2 = (5x - y)(6x + y)$
	32	$16y^2 - 2yx - 3x^2 = (2y - x)(8y + 3x)$
	33	$6z^2 - 2zx - 4x^2 = 2(3z + 2x)(z - x)$
	34	$x^2 + x - 20 = (x - 4)(x + 5)$
	35	$x^2 - x - 56 = (x + 7)(x - 8)$
	36	$35 + 3y - 2y^2 = (5 - y)(7 + 2y)$
	37	$3x^2 - 5x + 2 = (x - 1)(3x - 2)$
تدرب وحل مسائل حياتية	38	$6x^2 - 39x + 60 = (3x - 12)(2x - 5)$ ابعاد القلعة هي $12 - 3x$ متر ، $5 - 2x$ متر
	39	$5t^2 + 5t - 30 = (5t - 10)(t + 3)$
	40	$14y^2 - 23y + 3 = (7y - 1)(2y - 3)$ طول العربة $1 - 7y$ متر وعرضها $3 - 2y$ متر
فكر	41	$4x^3 + 4x^2 - 9x - 9 = 4x^2(x + 1) - 9(x + 1)$ $= (x + 1)(4x^2 - 9)$ $= (x + 1)(2x - 3)(2x + 3)$
	42	$6z^2 - 16z - 6 = (3z + 1)(2z - 6)$
	43	اشارة القوسين هي سالب لأن أشارة الحد الأخير موجب وأشارة الحد الوسط سالب
اكتب		$6z^2 + 5z - 56 = (3z - 8)(2z + 7)$

Scanned with CamScanner

تحليل المقدار الجبري مجموع مكعبين أو الفرق بين مكعبين

		الإجابة
تأكد من فهمك	1	$y^3 + 216 = y^3 + 6^3 = (y + 6)(y^2 - 6y + 36)$
	2	$x^3 + z^3 = (x + z)(x^2 - xz + z^2)$
	3	$125 + 8z^3 = (5 + 2z)(25 - 10z + 4z^2)$
	4	$\frac{1}{27}x^3 + \frac{1}{8} = (\frac{1}{3}x + \frac{1}{2})(\frac{1}{9}x^2 - \frac{1}{6}x + \frac{1}{4})$
	5	$\frac{1}{a^3} + \frac{1}{64} = (\frac{1}{a} + \frac{1}{4})(\frac{1}{a^2} - \frac{1}{4a} + \frac{1}{16})$
	6	$\frac{1}{3}t^3 + 9 = \frac{1}{3}(t^3 + 27) = \frac{1}{3}(t + 3)(t^2 - 3t + 9)$
	7	$0.125 + v^3 = (0.5 + v)(0.25 - 0.5v + v^2)$
	8	$1 + 0.008z^3 = (1 + 0.2z)(1 - 0.2z + 0.04z^2)$
	9	$a^3 - 8^3 = (a - 8)(a^2 + 8a + 64)$
	10	$8y^3 - 64 = 8(y - 2)(y^2 + 2y + 4)$
	11	$\frac{1}{c^3} - \frac{1}{8} = (\frac{1}{c} - \frac{1}{2})(\frac{1}{c^2} + \frac{1}{2c} + \frac{1}{4})$
	12	$\frac{1}{2}v^3 - 4 = \frac{1}{2}(v^3 - 8)$ $= \frac{1}{2}(v - 2)(v^2 + 2v + 4)$
	13	$0.125 - m^3 = (0.5 - m)(0.25 + 0.5m + m^2)$
	14	$25 - \frac{1}{5}n^3 = \frac{1}{5}(125 - n^3)$ $= \frac{1}{5}(5 - n)(25 + 5n + n^2)$
	15	$3b^3 - 81 = 3(b^3 - 27) = 3(b - 3)(b^2 + 3b + 9)$
	16	$0.216v^3 - 0.008t^3$ $= (0.6v - 0.2t)(0.36v^2 + 0.12vt + 0.04t^2)$
تدرب وحل تمرينات	17	$6^3 + x^3 = (6 + x)(36 - 6x + x^2)$
	18	$27 + 64x^3 = (3 + 4x)(9 - 12x + 16x^2)$
	19	$125y^3 + 1 = (5y + 1)(25y^2 - 5y + 1)$
	20	$\frac{1}{64} + \frac{8}{125}y^3 = (\frac{1}{4} + \frac{2}{5}y)(\frac{1}{16} - \frac{1}{10}y + \frac{4}{25}y^2)$

Scanned with CamScanner

		الإجابة
تدرب وحل تمرينات	21	$\frac{1}{b^3}+\frac{1}{8}=(\frac{1}{b}+\frac{1}{2})(\frac{1}{b^2}-\frac{1}{2b}+\frac{1}{4})$
	22	$\frac{1}{5}v^3+25=\frac{1}{5}(v^3+125)=\frac{1}{5}(v+5)(v^2-5v+25)$
	23	$0.027+27n^3=(0.3+3n)(0.09-0.9n+9n^2)$
	24	$0.125x^3+0.008y^3=(0.5x+0.2y)(0.25x^2-0.1xy+0.04y^2)$
	25	$y^3-64=(y-4)(y^2+4y+16)$
	26	$27y^3-8=(3y-2)(9y^2+6y+4)$
	27	$\frac{1}{x^3}-\frac{27}{8}=(\frac{1}{x}-\frac{3}{2})(\frac{1}{x^2}+\frac{3}{2x}+\frac{9}{4})$
	28	$9-\frac{1}{3}n^3=\frac{1}{3}(27-n^3)=\frac{1}{3}(3-n)(9+3n+n^2)$
	29	$0.001-v^3=(0.1-v)(0.01v+0.1v+v^2)$
	30	$4-\frac{1}{2}t^3=\frac{1}{2}(8-t^3)=\frac{1}{2}(2-t)(4+2t+t^2)$
	31	$0.001x^3-0.008y^3=(0.1x-0.2y)(0.01x^2+0.2xy+0.04y^2)$
	32	$0.027n^3-0.064m^3=(0.3n-0.4m)(0.09n^2+0.12nm+0.16m^2)$
تدرب وحل مسائل حياتية	33	$\frac{1}{2}y^3-13\frac{1}{2}=\frac{1}{2}y^3-\frac{27}{2}=\frac{1}{2}(y^3-27)$ $=\frac{1}{2}(y-3)(y^2+3y+9)$
	34	$25x^3-\frac{1}{5}=\frac{1}{5}(125x^3-1)$ حجم الماء الذي في الحوض $=\frac{1}{5}(5x-1)(25x^2+5x+1)$
	35	$\frac{8}{a^3}+\frac{27}{b^3}=(\frac{2}{a}+\frac{3}{b})(\frac{4}{a^2}-\frac{6}{ab}+\frac{9}{b^2})$
فكر	36	$0.002z^3-0.016y^3=0.002(z^3-8y^3)$ $=0.002(z-2y)(z^2+2yz+4y^2)$
	37	$8v^3-0.001=(2v-0.1)(4v^2+0.02v+0.01)$
	38	$8+27=2^3+3^3=(2+3)(4-6+9)$ $=(5)(7)=35$
اكتب		$125-x^3=(5-x)(25+5x+x^2)$

Scanned with CamScanner

تأكد من فهمك

	الإجابة
1	$\frac{2z - 4z + 2}{z^2 - 7z + 6} = \frac{(2z-2)\cancel{(z-1)}}{(z-6)\cancel{(z-1)}} = \frac{2z-2}{z-6}$
2	$\frac{y^3 + 27}{y^3 - 3y^2 + 9y} = \frac{(y+3)(y^2-3y+9)}{y(y^2-3y+9)} = \frac{y+3}{y}$
3	$\frac{5x+3}{x+3} \times \frac{(x^2+5x+6)}{25x^2-9} = \frac{\cancel{(5x+3)}}{\cancel{(x+3)}} \times \frac{(x+2)\cancel{(x+3)}}{(5x-3)\cancel{(5x+3)}}$ $= \frac{x+2}{5x-3}$
4	$\frac{z^2+7z-8}{z-1} \times \frac{z^2-4}{z^2+6z-16} = \frac{\cancel{(z+8)}\cancel{(z-1)}}{\cancel{z-1}} \times \frac{\cancel{(z-2)}(z+2)}{\cancel{(z+8)}\cancel{(z-2)}}$ $= z+2$
5	$\frac{x^2-9}{x^2-4x+4} \times \frac{x^2-4}{x^2-x-6} = \frac{\cancel{(x-3)}(x+3)}{(x-2)^{\cancel{2}}} \times \frac{\cancel{(x-2)}\cancel{(x+2)}}{\cancel{(x-3)}\cancel{(x+2)}}$ $= \frac{x+3}{x-2}$
6	$\frac{2y^2-2y}{y^2-9} \div \frac{y^2+y-2}{y^2+2y-3} = \frac{2y\cancel{(y-1)}}{(y-3)\cancel{(y+3)}} \times \frac{\cancel{(y+3)}(y-1)}{(y+2)\cancel{(y-1)}}$ $= \frac{2y(y-1)}{(y-3)(y+2)}$
7	$\frac{2}{x^2-9} + \frac{3}{x^2-4x+3} = \frac{2}{(y-3)(x+3)} + \frac{3}{(x-3)(x-1)}$ $= \frac{2(x-1)+3(x+3)}{(x-3)(x+3)(x-1)} = \frac{2x-2+3x+9}{(x-3)(x+3)(x-1)} = \frac{5x+7}{(x-3)(x+3)(x-1)}$
8	$\frac{2y^3-128}{y^3+4y^2+16y} - \frac{y-1}{y} = \frac{2(y-4)(y^2+4y+16)}{y(y^2+4y+16)} - \frac{y-1}{y}$ $= \frac{2y-8}{y} - \frac{y-1}{y} = \frac{2y-8-y+1}{y} = \frac{y-7}{y}$
9	$\frac{z^2+z+1}{z^4-z} - \frac{z+3}{z^2+2z-3} = \frac{z^2+z+1}{z(z-1)(z^2+z+1)} - \frac{z+3}{(z+3)(z-1)}$ $= \frac{1}{z(z-1)} - \frac{1}{(z-1)} = \frac{1-z}{z(z-1)} = \frac{-(z-1)}{z(z-1)} = \frac{-1}{z}$
10	$\frac{x^2-1}{x^2-2x+1} - 1 = \frac{\cancel{(x-1)}(x+1)}{(x-1)^{\cancel{2}}} - 1 = \frac{x+1-x+1}{x-1} = \frac{2}{x-1}$

Scanned with CamScanner

		الإجابة
	11	$\frac{3}{z-1}+\frac{2}{z+3}+\frac{8}{z^2+2z-3}=\frac{3}{z-1}+\frac{2}{z+3}+\frac{8}{(z-1)(z+3)}$ $=\frac{3(z+3)+2(z-1)+8}{(z-1)(z+3)}=\frac{3z+9+2z-2+8}{(z-1)(z+3)}=\frac{5z+15}{(z-1)(z+3)}$ $=\frac{5\cancel{(z+3)}}{(z-1)\cancel{(z+3)}}=\frac{5}{(z-1)}$
	12	$\frac{y-3}{y-1}+\frac{5y-15}{(y-3)^2}-\frac{3y+1}{(y^2-4y+3)}=\frac{y-3}{y-1}+\frac{5\cancel{(y-3)}}{(y-3)^{\cancel{2}}}-\frac{3y+1}{(y-3)(y-1)}$ $=\frac{(y-3)^2+5(y-1)-3y-1}{(y-1)(y-3)}$ $=\frac{y^2-6y+9+5y-5-3y-1}{(y-1)(y-3)}=\frac{y^2-4y+3}{(y-1)(y-3)}=1$
تدرب وحل تمرينات	13	$\frac{x+5}{12x}\times\frac{6x-30}{x^2-25}=\frac{\cancel{x+5}}{\cancel{12x}}\times\frac{6\cancel{(x-5)}}{\cancel{(x-5)}\cancel{(x+5)}}=\frac{1}{2x}$
	14	$\frac{y+3}{(2y^2+6y+18)}\times\frac{y^3-27}{y^2-9}=\frac{\cancel{y+3}}{2\cancel{(y^2+3y+9)}}\times\frac{\cancel{(y-3)}\cancel{(y^2+3y+9)}}{\cancel{(y-3)}\cancel{(y+3)}}=\frac{1}{2}$
	15	$\frac{3-x}{4-2x}\times\frac{x^2+x-6}{9-x^2}=\frac{\cancel{3-x}}{-2(x-2)}\times\frac{\cancel{(x+3)}\cancel{(x-2)}}{(3-x)(3+x)}=\frac{-1}{2}$
	16	$\frac{y+2}{2y-4}\div\frac{y^3+8}{y-2}=\frac{\cancel{(y+2)}}{2\cancel{(y-2)}}\times\frac{\cancel{y-2}}{\cancel{(y+2)}(y^2-2y+4)}$ $=\frac{1}{2(y^2-2y+4)}$
	17	$\frac{y^2-7y}{y^3-27}\div\frac{y^2-49}{y^2+3y+9}=\frac{y(y-7)}{(y-3)(y^2+3y+9)}\times\frac{y^2+3y+9}{(y-7)(y+7)}$ $=\frac{y}{(y-3)(y+7)}$
	18	$\frac{64-z^3}{32+8z+2z^2}\div\frac{(4-z)^2}{16-z^2}=\frac{\cancel{(4-z)}(16+4z+z^2)}{2(16+4z+z^2)}\times\frac{\cancel{(4-z)}(4+z)}{\cancel{(4-z)^2}}=\frac{4+z}{2}$
	19	$\frac{5}{x^2-36}-\frac{2}{x^2-12x+36}=\frac{5}{(x-6)(x+6)}-\frac{2}{(x-6)^2}$ $=\frac{5(x-6)-2(x+6)}{(x-6)^2(x+6)}=\frac{5x-30-2x-12}{(x-6)^2(x+6)}=\frac{3x-42}{(x-6)^2(x+6)}$
	20	$\frac{y^2-y}{y^3-1}-\frac{1}{y^2+y+1}=\frac{y\cancel{(y-1)}}{\cancel{(y-1)}(y^2+y+1)}-\frac{1}{(y^2+y+1)}=\frac{y-1}{(y^2+y+1)}$

Scanned with CamScanner

		الإجابة
تدرب وحل تمرينات	21	$\frac{3}{x-2}-\frac{2}{x-2}+\frac{4+2x+x^2}{x^3-8}=\frac{1}{x-2}+\frac{4+2x+x^2}{(x-2)(x^2+2x+4)}$ $=\frac{1+1}{x-2}=\frac{2}{x-2}$
	22	$\frac{y-5}{y+1}+\frac{y-1}{y+5}-\frac{25}{y^2+6y+5}=\frac{y-5}{y+1}+\frac{y-1}{y+5}-\frac{25}{(y+1)(y+5)}$ $=\frac{(y-5)(y+5)+(y-1)(y+1)-25}{(y+1)(y+5)}=\frac{y^2-25+y^2-1-25}{(y+1)(y+5)}=\frac{2y^2-51}{(y+1)(y+5)}$
تدرب وحل مسائل حياتية	23	$\frac{x^2-4}{x^2+x-6}=\frac{(x-2)(x+2)}{(x-2)(x+3)}=\frac{(x+2)}{(x+3)}$
	24	$3+2x$ عرض المستطيل بعد التوسع $5+2x$ عرض المستطيل بعد التوسع $\frac{3}{3+2x}+\frac{5}{5+2x}=\frac{3(5+2x)+5(3+2x)}{(3+2x)(5+2x)}$ $=\frac{15+6x+15+10x}{(3+2x)(5+2x)}=\frac{16x+30}{(3+2x)(5+2x)}$
	25	$\frac{20+15t-5t^2}{4+19t-5t^2}=\frac{(5+5t)(4-t)}{(1+5t)(4-t)}=\frac{5+5t}{1+5t}$ نسبة ارتفاع القذيفة الأولى الى الثانية

Scanned with CamScanner

		الإجابة
فكر	26	$\frac{y^2-5}{2y^3-16} \div \frac{y-\sqrt{5}}{2y^2+4y+8} = \frac{\cancel{(y-\sqrt{5})}(y+\sqrt{5})}{2(y-2)\cancel{(y^2+2y+4)}} \times \frac{2\cancel{(y^2+2y+4)}}{\cancel{(y-\sqrt{5})}} = \frac{y+\sqrt{5}}{y-2}$
	27	$\frac{z^2-z-30}{5+z} \times \frac{2z+12}{z^2-36} = \frac{\cancel{(z-6)}\cancel{(z+5)}}{\cancel{(z+5)}} \times \frac{2\cancel{(z+6)}}{\cancel{(z+6)}\cancel{(z-6)}} = 2$
	28	$\frac{5}{x^2-49} + \frac{-4}{(x-7)(x+7)}$ بما أن المقامات متساوية $x^2-49 = (x+7)(x-7)$ لذا $5-4=1$ فالناتج يكون $\frac{1}{(x-7)(x+7)}$
اكتب		$\frac{z^2+z-6}{2z^2+2z-12} \div \frac{z^2-16}{2z+8} = \frac{z^2+z-6}{2(z^2+z-6)} \times \frac{2(z+4)}{(z+4)(z-4)} = \frac{1}{z-4}$

Scanned with CamScanner

1

• نصف قطر دائرة الأرجوحة وهي في الدوران $\frac{x}{2}$ ، ومساحتها عند الدوران $= \pi \frac{x^2}{4}$

• نصف قطر دائرة الأرجوحة وهي متوقفة $\frac{x-8}{2}$ ، ومساحتها عند التوقف $= \pi \frac{(x-8)^2}{4}$

• الفرق بين المساحتين = مساحة الدائرة عند الدوران للأرجوحة - مساحة الدائرة عند توقف الأرجوحة

$$A = \pi \frac{x^2}{4} - \pi \frac{(x-8)^2}{4} = \frac{\pi}{4} x^2 - \frac{\pi}{4}(x-8)^2$$
$$= \frac{\pi}{4}(x^2 - x^2 + 16x - 64) = \frac{\pi}{4}(16)(x-4)$$
$$= 4\pi(x-4)$$

الفرق هو $4\pi\,(x-4)$ متر مربع

2

طول المنطقة قبل التوسع $(x+8) - 6 = x + 2$

عرض المنطقة قبل التوسع $(x+4) - 6 = x - 2$

$$A = (x+2)(x-2)$$
$$= x^2 - 4$$

متر مربع مساحة المنطقة قبل التوسع هي $x^2 - 4$

3

نصف قطر كرة الثلج هو r

$$r = y - 3$$

حجم كرة الثلج هو v

$$v = \pi r^3$$
$$= \frac{4}{3}\pi (y-3)^3$$
$$= \frac{4}{3}\pi (y^3 - 9y^2 + 27y - 27)$$

4

المقدار الجبري الذي يمثل الفرق بين حجم المكعبين هو

$$x^3 - 3^3 = (x-3)(x^2 + 3x + 9)$$

ملاحظة : أستراتيجية الحل (بالخطوات الأربع) تترك للمدرس لتوضيحها للطلاب عند حل المسائل .

Scanned with CamScanner

	الإجابة
[2- 1] تدريب	i) $(z+6)^2 = z^2 + 12z + 36$ ii) $(4x-3)(4x+3) = 16x^2 - 9$ iii) $(5+z)(25-5z+z^2) = 125 + z^3$
[2- 2] تدريب	$\sqrt{8}\ x^2z + \sqrt{3}\ (\sqrt{6}\ xz^2 - \sqrt{12}\ xz) =$ $= 2\sqrt{2}\ x^2z + 3\sqrt{2}\ xz^2 - 6xz$ $= xz(2\sqrt{2}\ x + 3\sqrt{2}\ z - 6)$ التحقق: $xz(2\sqrt{2}\ x + 3\sqrt{2}\ z - 6)$ $= 2\sqrt{2}\ x^2z + 3\sqrt{2}\ xz^2 - 6xz$
[2- 3] تدريب:1	i) $4x^2 - 49 = (2x-7)(2x+7)$ ii) $3x^2 - y^2 = (\sqrt{3}\ x - y)(\sqrt{3}\ x + y)\backslash$
تدريب:2	$81z^2 - 18z + 1 = (9z-1)^2$
[2- 4] تدريب:1	i) $y^2 - y - 20 = (y-5)(y+4)$ $4y - 5y = -y$ الحد الأوسط ii) $x^2 - 17x + 30 = (x-15)(x-2)$ $-2x - 15x = -17x$ الحد الأوسط
تدريب:2	$7 - 23z + 6z^2 = (7-2z)(1-3z)$ $-21z - 2z = -23z$ الحد الأوسط
[2- 5] تدريب	i) $x^3 + 27 = (x+3)(x^2 - 3x + 9)$ ii) $8z^3 + 125 = (2z+5)(4z^2 - 10z + 125)$ iii) $x^3 - 64 = (x-4)(x^2 + 4x + 16)$ iv) $\frac{1}{z^3} - \frac{1}{27} = (\frac{1}{z} - \frac{1}{3})(\frac{1}{z^2} + \frac{1}{3z} + \frac{1}{9})$
[2- 6] تدريب	i) $\frac{z^2-4}{z+2} \times \frac{z^2+9z+20}{z^2+2z-8} =$ $\frac{(z-2)(z+2)}{(z+2)} \times \frac{(z+4)(z+5)}{(z+4)(z-2)} = z + 5$ ii) $\frac{27-x^3}{2x^2+6x+18} \div \frac{(3-x)^2}{x^2-x-6} =$ $\frac{(3-x)(9+3x+x^2)}{2(x^2+3x+9)} \times \frac{(x-3)(x+2)}{(3-x)^2}$ $\frac{(x-3)(x+2)}{-2(x-3)} = -\frac{x+2}{2}$ iii) $\frac{4z}{2z-5} - \frac{z}{z+3} = \frac{4z(z+3) - z(2z-5)}{(2z-5)(z+3)}$ $\frac{4z^2 + 12z - 2z^2 + 5z}{(2z-5)(z+3)} = \frac{2z^2 + 17z}{(2z-5)(z+3)}$

Scanned with CamScanner

	الإجابة
1	$(x+5)^2 = x^2 + 10x + 25$
2	$(v-\sqrt{2})(v+\sqrt{2}) = v^2 - 2$
3	$(2-x)(5-x) = 10 - 7x + x^2$
4	$(2y-3)(y+9) = 2y^2 + 15y - 27$
5	$(x+11)(x^2 - 11x + 121) = x^3 + 11^3 = x^3 + 1331$
6	$(\frac{1}{3} - y)(\frac{1}{9} + \frac{1}{3}y + y^2) = \frac{1}{27} - y^3$
7	$(y-1)^3 = y^3 - 3y^2 + 3y - 1$
8	$(z+\frac{1}{4})^3 = z^3 + \frac{3}{4}z^2 + \frac{3}{16}z + \frac{1}{64}$
9	$8x^2 - 12x = 4x(2x-3)$ التحقق: $4x(2x-3) = 8x^2 - 12x$
10	$7y^3 + 14y^2 - 21y = 7y(y^2 + 2y - 3) = 7y(y+3)(y-1)$ التحقق: $7y(y+3)(y-1) = 7y(y^2+2y-3)\ 7y^3 + 14y^2 - 21y$
11	$\sqrt{18}\ z^3r + \sqrt{2}\ (zr^2 - zr)$ $= 3\sqrt{2}\ z^3r + \sqrt{2}\ zr^2 - \sqrt{2}\ zr$ $= \sqrt{2}\ zr(3z^2 + r - 1)$ التحقق: $\sqrt{2}\ zr(3z^2 + r - 1) = 3\sqrt{2}\ z^3r + \sqrt{2}\ zr^2 - \sqrt{2}\ zr$
12	$\frac{2}{3}(y+5) + \frac{1}{3}y(y+5)$ $= (y+5)(\frac{2}{3} + \frac{1}{3}y)$
13	$\sqrt{5}\ z(z^2-1) - \sqrt{2}\ z^2(z^2-1)$ $= z(z^2-1)(\sqrt{5} - \sqrt{2}\ z) = (z-1)(z+1)(\sqrt{5} - \sqrt{2}z)$
14	$6x^4 - 18x^3 + 10x - 30 = 6x^3(x-3) + 10(x-3)$ $= (x-3)(6x^3 + 10)$
15	$56 - 8y + 14y^2 - 2y^3 = 8(7-y) + 2y^2(7-y)$ $= (7-y)(8+2y^2)$
16	$9x^3 - 6x^2 + 8 - 12x = 3x^2(3x-2) - 4(3x-2)$ $= (3x-2)(3x^2-4)$

Scanned with CamScanner

	الإجابة
17	$\sqrt{11}\,z^3 - \sqrt{44}\,z^2 + 5(2 - z) = \sqrt{11}\,z^2(z - 2) - 5(z - 2)$ $= (z - 2)(\sqrt{11}\,z^2 - 5)$
18	$16 - x^2 = (4 + x)(4 - x)$
19	$\frac{1}{3}z^2 - \frac{1}{27} = \frac{1}{27}(9z^2 - 1) = \frac{1}{27}(3z + 1)(3z - 1)$
20	$\frac{1}{16}v - \frac{1}{2}v^4 = \frac{1}{16}v(1 - 8v^3)$ $= \frac{1}{16}v(1 - 2v)(1 + 2v + 4v^2)$
21	$8x^3 - \frac{1}{125} = (2x + \frac{1}{5})(4x^2 + \frac{2}{5}x + \frac{1}{25})$
22	$81 - 18y + y^2 = (9 - y)^2$
23	$7z^2 - 36z + 5 = (7z - 1)(z - 5)$
24	$25x^2 + 30x + 9 = (5x + 3)^2$ $2(5x)(3) = 30x$ يمثل مربعاً كاملاً
25	$49 - 14y + y^2 = (7 - y)^2$ $2(7)(y) = 14y$ يمثل مربعاً كاملاً
26	$4v^2 + 4\sqrt{5}\,v + 5 = (2v + \sqrt{5})^2$ $2(2v)(\sqrt{5}) = 4\sqrt{5}\,v$ يمثل مربعاً كاملاً
27	$x^2 + \dots + 81 \Rightarrow x^2 + 18x + 81 = (x + 9)^2$ الحد الوسط $= 2\sqrt{81x^2} = 18x$ $2(x)(9) = 18x$
28	$36 - 12y + \dots \Rightarrow 36 - 12y + y^2 = (6 - y)^2$ الحد الأخير $= (\frac{12y}{2(6)})^2 = y^2$ $2(6)(y) = 12y$
29	$7 - \dots + 4z^2 \Rightarrow 7 - 4\sqrt{7}\,z + 4z^2 = (\sqrt{7} - 2z)^2$ الحد الوسط $= 2\sqrt{7(4z^2)} = 4\sqrt{7}\,z$ $2(\sqrt{7})(2z) = 4\sqrt{7}\,z$
30	$x^2 + 7x + 10 = (x + 5)(x + 2)$
31	$x^2 - 5\sqrt{3}\,x + 18 = x^2 - 5\sqrt{3}\,x + (2\sqrt{3})(3\sqrt{3})$ $= (x - 2\sqrt{3})(x - 3\sqrt{3})$

Scanned with CamScanner

	الإجابة
32	$2v^2 + 9v + 7 = (2v + 7)(v + 1)$
33	$32 - 16x + 2x^2 = 2(16 - 8x + x^2)$ $= 2(4 - x)^2$
34	$\frac{1}{4}y^2 - 2y + 3 = \frac{1}{4}(y^2 - 8y + 12)$ $= \frac{1}{4}(y - 6)(y - 2)$
35	$12 - 7\sqrt{2}\,v + 2v^2$ $= (4 - \sqrt{2}\,v)(3 - \sqrt{2}\,v)$
36	$8 + 27x^3 = (2 + 3x)(4 - 6x + 9x^2)$
37	$125y^3 - 1 = (5y - 1)(25y^2 + 5y + 1)$
38	$\frac{1}{v^3} - \frac{8}{27} = (\frac{1}{v} - \frac{2}{3})(\frac{1}{v^2} + \frac{2}{3v} + \frac{4}{9})$
39	$1 + 0.125y^3 = (1 + 0.5y)(1 - 0.5y + 0.25y^2)$
40	$z^3 - 0.027 = (z - 0.3)(z^2 + 0.3z + 0.09)$
41	$3 - \frac{1}{9}v^3 = \frac{1}{9}(27 - v^3) = \frac{1}{9}(3 - v)(9 + 3v + v^2)$
42	$\frac{27 - 8z^3}{-(9 - 4z^2)} \div \frac{9 + 6z + 4z^2}{9 + 6z}$ $= \frac{(3 - 2z)(9 + 6z + 4z^2)}{-(3 - 2z)(3 + 2z)} \times \frac{3(3 + 2z)}{9 + 6z + 4z^2} = -3$
43	$\frac{7}{x^2 - 25} - \frac{6}{x^2 + 10x + 25}$ $= \frac{7}{(x - 5)(x + 5)} - \frac{6}{(x + 5)^2} = \frac{7(x + 5) - 6(x - 5)}{(x + 5)^2(x - 5)}$ $= \frac{7x + 35 - 6x + 30}{(x + 5)^2(x - 5)} = \frac{x + 65}{(x + 5)^2(x - 5)}$

Scanned with CamScanner

	الإجابة
44	$\frac{-(1-y^2)}{1-y^3}+\frac{1+y}{1+2y+y^2}$ $=\frac{-(1-y)(1+y)}{(1-y)(1+y+y^2)}+\frac{1+y}{(1+y)^2}=\frac{-(1+y)}{1+y+y^2}+\frac{1}{1+y}$ $=\frac{-(1+y)^2+1+y+y^2}{(1+y+y^2)(1+y)}$ $=\frac{-1-2y-y^2+1+y+y^2}{-y}$ $=\frac{-y}{(1+y+y^2)(1+y)}$
45	$\frac{z+3}{z+5}-\frac{z-5}{z-3}+\frac{1}{z^2+2z-15}$ $=\frac{z+3}{z+5}-\frac{z-5}{z-3}+\frac{1}{(z+5)(z-3)}$ $=\frac{(z+3)(z-3)-(z-5)(z+5)+1}{(z+5)(z-3)}$ $=\frac{z^2-9-z^2+25+1}{(z+5)(z-3)}$ $=\frac{17}{(z+5)(z-3)}$

سلسلة الناجح في الرياضيات
موقع المناهج

Scanned with CamScanner

	الإجابة				
الدرس [2-1]	1 b	2 d	3 a	4 b	
	5 b	6 a	7 b	8 a	
	9 b	10 c			
الدرس [2-2]	1 b	2 d	3 c	4 a	
	5 b	6 c	7 c	8 a	
الدرس [2-3]	1 b	2 c	3 a	4 d	5 c
	6 b	7 c	8 a	9 c	10 b
الدرس [2-4]	1 b	2 c	3 b	4 d	5 a
	6 d	7 c	8 c	9 d	10 a
الدرس [2-5]	1 b	2 c	3 d	4 c	
	5 d	6 c	7 b	8 d	
الدرس [2-6]	1 d	2 b	3 c	4 d	5 b
	6 c	7 d	8 c	9 a	

Scanned with CamScanner

حلول تمرينات الفصل الثالث

المعادلات

Scanned with CamScanner

الأختبار القبلي

	الإجابة	
1	$(y-5)^2 = y^2 - 10y + 25$	
2	$(z+2)(z-2) = z^2 - 4$	
3	$(x-\sqrt{5})(x+\sqrt{5}) = x^2 - 5$	
4	$(4-y)(6-y) = 24 - 10y + y^2$	
5	$(3z-2)(z+8) = 3z^2 + 22z - 16$	
6	$(x+3)(x^2-3x+9) = x^3 + 27$	
7	$(\frac{1}{2} - y)(\frac{1}{4} + \frac{1}{2}y + y^2) = \frac{1}{8} - y^3$	
8	$5x^2 - 10x = 5x(x-2)$ $5x(x-2) = 5x^2 - 10x$	التحقق
9	$9y^3 + 6y^2 - 3y = 3y(3y^2 + 2y - 1)$ $3y(3y^2 + 2y - 1) = 9y^3 + 6y^2 - 3y$	التحقق
10	$\sqrt{12}z^2 + \sqrt{3}z = \sqrt{3}z(2z+1)$ $\sqrt{3}z(2z+1) = 2\sqrt{3}z^2 + \sqrt{3}z = \sqrt{12}z^2 + \sqrt{3}z$	التحقق
11	$x(5-x) - 3(5-x) = (5-x)(x-3)$	
12	$\frac{1}{2}(y+1) + \frac{1}{2}y(y+1) = \frac{1}{2}(y+1)(1+y) = \frac{1}{2}(y+1)^2$	
13	$\sqrt{3}z(z-1) - \sqrt{2}(z-1) = (z-1)(\sqrt{3}z - \sqrt{2})$	
14	$6x^3 - 12x^2 + 5x - 10 = 6x^2(x-2) + 5(x-2)$ $= (x-2)(6x^2+5)$	
15	$9 - 18y + 7y^2 - 14y^3 = 9(1-2y) + 7y^2(1-2y)$ $= (1-2y)(9+7y^2)$	
16	$\sqrt{2}z^4 - \sqrt{6}z^3 + z - \sqrt{3} = \sqrt{2}z^3(z-\sqrt{3}) + (z-\sqrt{3})$ $= (z-\sqrt{3})(\sqrt{2}z^3+1)$	
17	$4x^3 - 2x^2 + 3 - 6x = 2x^2(2x-1) - 3(2x-1)$ $= (2x-1)(2x^2-3)$	
18	$\frac{3}{4}y^3 - \frac{1}{4}y^2 + 4 - 12y = \frac{1}{4}y^2(3y-1) - 4(3y-1)$ $= (3y-1)(\frac{1}{4}y^2 - 4)$	
19	$\sqrt{4}z^3 - \sqrt{25}z^2 + 3(5-2z) = z^2(2z-5) - 3(2z-5) = (2z-5)(z^2-3)$	
20	$y^2 - 25 = (y-5)(y+5)$	

Scanned with CamScanner

	الإجابة
21	$\frac{1}{2}z^2 - \frac{1}{8} = \frac{1}{8}(4z^2 - 1) = \frac{1}{8}(2z - 1)(2z + 1)$
22	$36 - 12x + x^2 = (6 - x)^2$
23	$y^2 - 2y - 15 = (y - 5)((y + 3)$
24	$16x^2 + 40x + 25 = (4x + 5)^2$
25	$64 - 16y + y^2 = (8 - y)^2$
26	$z^2 - 6z - 9$ لاتمثل مربعاً كاملاً لأن اشارة الحد الأخير سالب
27	$x^2 + 16x + 64 = (x + 8)^2$
28	$9 - 24y + 16y^2 = (3 - 4y)^2$
29	$5 - 4\sqrt{5}z + 4z^2 = (\sqrt{5} - 2z)^2$
30	$18 - 3y - y^2 = (6 + y)(3 - y)$
31	$z^2 - 2\sqrt{3}z + 3 = (z - \sqrt{3})^2$
32	$4 - 21x + 5x^2 = (4 - x)(1 - 5x)$
33	$1 + 27z^3 = (1 + 3z)(1 - 3z + 9z^2)$
34	$y^3 - 125 = (y - 5)(y^2 + 5y + 25)$
35	$y^3 - \frac{1}{8} = (y - \frac{1}{2})(y^2 + \frac{1}{2}y + \frac{1}{4})$
36	$(\frac{1}{x^3} - \frac{1}{64}) = (\frac{1}{x} - \frac{1}{4})(\frac{1}{x^2} + \frac{1}{4x} + \frac{1}{16})$
37	$1 - 0.125z^3 = (1 - 0.5z)(1 + 0.5z + 0.25z^2)$

Scanned with CamScanner

الإجابة

تأكد من فهمك

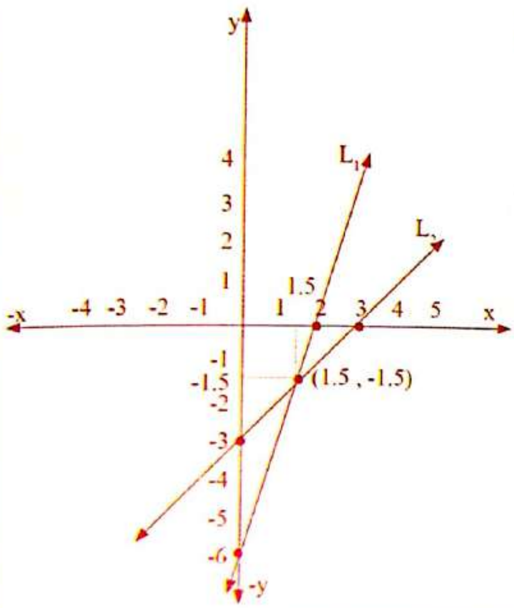
1

$$\left.\begin{array}{l} 3x - y = 6 \\ x - y = 3 \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{ll} y = 3x - 6 & \text{..........} ❶ \\ y = x - 3 & \text{..........} ❷ \end{array}$$

تمثل المعادلتين في المستوى الإحداثي

x	y = x - 3
0	-3
3	0

x	y = 3x - 6
0	-6
2	0



نمثل المعادلة الخطية في المستوى :

هو رسم المستقيم الذي يمثل المعادلة وذلك بتعيين نقطتين أو أكثر ثم نصل بينهما .

نقطة تقاطع المستقيمين L_1 , L_2 هي (1.5 , - 1.5)

لذا مجموعة الحل للنظام هي :

$$S = \{ (1.5 , -1.5) \}$$

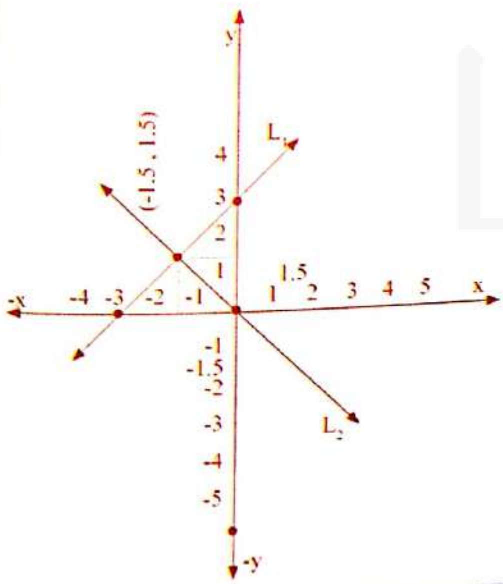
2

$$\left.\begin{array}{l} y - x = 3 \\ y + x = 0 \end{array}\right\} \Rightarrow \begin{array}{ll} y = x + 3 & \text{..........} ❶ \\ y = -x & \text{..........} ❷ \end{array}$$

نمثل المعادلتين في المستوى الإحداثي

x	y = -x
0	0
2	-2

x	y = x + 3
0	3
-3	0



نقطة تقاطع المستقيمين L_1 , L_2 هي (-1.5 , 1.5)

لذا مجموعة الحل للنظام هي :

$$s = \{ (-1.5 , 1.5) \}$$

Scanned with CamScanner

تأكد من فهمك

الإجابة

3

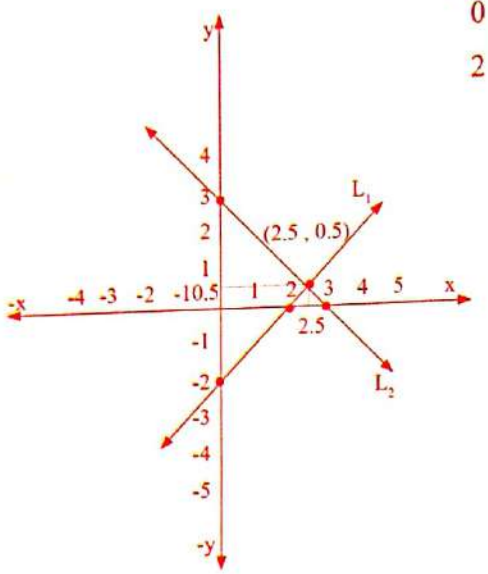
$y = x - 2$ .... ❶

$y = 3 - x$ .... ❷

تمثل المعادلتين في المستوى الإحداثي

x	$y = x - 2$
0	-2
2	0

x	$y = 3 - x$
0	3
3	0



نقطة تقاطع المستقيمين L_1 , L_2 هي $(2.5 , 0.5)$

لذا مجموعة الحل للنظام هي :

$S = \{ (2.5 , 0.5) \}$

4

$2x + 3y = 1$ .... ❶

$3x - 2y = 0$ .... ❷

نجد قيمة x من المعادلة

$3x - 2y = 0 \Rightarrow 3x = 2y \Rightarrow x = \frac{2}{3} y$ .... ❸

نعوض عن قيمة x في المعادلة .....(1)

$2(\frac{2}{3} y) + 3y = 1 \Rightarrow \frac{4}{3} y + 3y = 1$

تبسيط المعادلة لإيجاد قيمة y

$\Rightarrow 4y + 9y = 3 \Rightarrow 13y = 3 \Rightarrow y = \frac{3}{13}$

نعوض بالمعادلة (3) لإيجاد قيمة

$x = \frac{2}{3} \times \frac{3}{13} = \frac{2}{13}$

اذن مجموعة الحل للنظام

$S = \{ (\frac{2}{13} , \frac{3}{13}) \}$

Scanned with CamScanner

		الإجابة
	5	$x - 2y = 11$ .... ❶ $2x - 3y = 18$ .... ❷ نجد قيمة x من المعادلة .....(1) $x = 2y + 11$ .... ❸ نعوض عن قيمة x في المعادلة .....(2) $2(2y + 11) - 3y = 18 \Rightarrow 4y + 22 - 3y = 18$ $\Rightarrow y = 18 - 22 \Rightarrow y = -4$ نعوض قيمة y بالمعادلة (3) لإيجاد قيمة x $x = 2(-4) + 11 = -8 + 11 = 3$ اذن مجموعة الحل لنظام $s = \{(3, -4)\}$
تأكد من فهمك	6	$y - 5x = 10$ .... ❶ $y - 3x = 8$ .... ❷ نجد قيمة y في المعادلة .....(1) $y = 5x + 10$ .... ❸ نعوض عن قيمة y في المعادلة .....(2) $5x + 10 - 3x = 8 \Rightarrow 2x = -2 \Rightarrow x = -1$ نعوض قيمة x بالمعادلة 3 لإيجاد قيمة y $y = 5(-1) + 10 = -5 + 10 = 5$ لذا مجموعة الحل للنظام $s = \{(-1, 5)\}$
	7	$3x - 4y = 12$ .... ❶ $5x + 2y = -6$ .... ❷ نضرب المعادلة (2) في 2 $3x - 4y = 12$ .... ❶ $10x + 4y = -12$ .... ❷ بالجمع $13x = 0 \Rightarrow x = 0$ نعوض بالمعادلة (2) لإيجاد قيمة y $5(0) + 2y = -6 \Rightarrow 2y = -6 \Rightarrow y = -3$ لذا مجموعة الحل للنظام $s = \{(0, -3)\}$

Scanned with CamScanner

		الإجابة
تأكد من فهمك		

8

$x - 3y = 6$ .... ❶

$2x - 4y = 24$ .... ❷

نضرب المعادلة (1) في 2

$2x - 6y = 12$ .... ❶

$\mp 2x \pm 4y = \mp 24$ .... ❷

بالطرح

$-2y = -12 \Rightarrow y = 6$

نعوض عن قيمة y بالمعادلة (1) لإيجاد قيمة x

$x - 3(6) = 6 \Rightarrow x - 18 = 6 \Rightarrow x = 24$

لذا مجموعة الحل للنظام $s = \{(24, 6)\}$

9

$3y - 2x - 7 = 0$ .... ❶

$y + 3x + 5 = 0$ .... ❷

نقرب المعادلة (2) في 3

$3y - 2x - 7 = 0$ .... ❶

$\mp 3y \mp 9x \mp 15 = 0$ .... ❷

بالطرح

$-11x - 22 = 0 \Rightarrow -11x = 22 \Rightarrow x = -2$

نعوض عن قيمة x بالمعادلة 2 لإيجاد قيمة y

$y + 3(-2) + 5 = 0 \Rightarrow y - 6 + 5 = 0 \Rightarrow y = 1$

لذا مجموعة الحل للنظام $S = \{(-2, 1)\}$

10

$\frac{2x}{3} - \frac{y}{2} = 1 \Rightarrow \frac{4x - 3y}{6} = 1 \Rightarrow 4x - 3y = 6$ .... ❶

$y - \frac{x}{3} = 4 \Rightarrow 3y - x = 12$ .... ❷

$4x - 3y = 6$ .... ❶

$-x + 3y = 12$ .... ❷

بالجمع

$3x = 18 \Rightarrow x = 6$

نعوض بالمعادلة 2 لإيجاد قيمة y

$y - \frac{6}{3} = 4 \Rightarrow y - 2 = 4 \Rightarrow y = 6$

لذا مجموعة الحل للنظام $S = \{(6, 6)\}$

التحقيق : نعوض عن قيمة x , y باحدى المعادلتين ولتكن المعادلة (2)

$3y - x = 12$

$L.S = 3(6) - 6 = 18 - 6 = 12 = R.S$

اذن الحل صحيح

Scanned with CamScanner

الإجابة

11

$0.2x - 6y = 4$ .... ❶

$0.1x - 7y = -2$ .... ❷

نضرب المعادلة (2) في 2

$0.2x - 6y = 4$ .... ❷

$\mp 0.2x \pm 14y = \pm 4$ .... ❶

بالطرح

$8y = 8 \Rightarrow y = 1$

نعوض بالمعادلة (1) لإيجاد قيمة x

$0.2x - 6(1) = 4 \Rightarrow 0.2x = 10$

$\Rightarrow x = \frac{10}{0.2} = 50$

لذا مجموعة الحل هي $S = \{(50, 1)\}$

التحقيق : نعوض عن قيمة x , y باحدى المعادلتين ولتكن المعادلة (1)

$L.S = 0.2(50) - 6(1) = 10 - 6 = 4 = R.S$

اذن الحل صحيح

تأكد من فهمك

12

$\frac{1}{2}x + \frac{2}{3}y = \frac{11}{4} \Rightarrow 6x + 8y = 33$ .... ❶

$\frac{1}{4}x - \frac{2}{3}y = \frac{25}{4} \Rightarrow 3x - 8y = 75$ .... ❷

بالجمع

$9x = 108 \Rightarrow x = 12$ .... ❶

نعوض عن قيمة x بالمعادلة (1) لإيجاد قيمة y

$6(12) + 8y = 33 \Rightarrow 72 + 8y = 33 \Rightarrow 8y = -39 \Rightarrow y = \frac{-39}{8}$

لذا مجموعة الحل للنظام $S = \{(12, \frac{-39}{8})\}$

التحقيق : نعوض عن قيمة x , y باحدى المعادلتين ولتكن المعادلة (1)

$L.S = 6(12) + 8(\frac{-39}{8}) = 72 - 39 = 33 = R.S$

اذن الحل صحيح

تدرب وحل مسائل

13

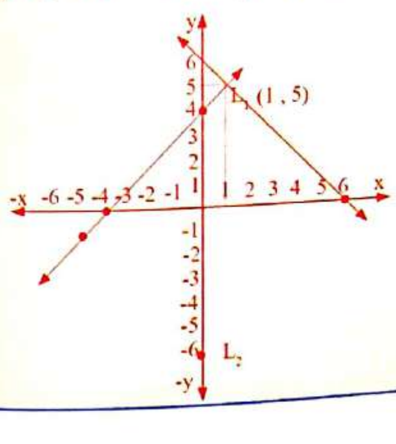
$x - y = -4 \Rightarrow y = x + 4$ .... ❶

$y + x = 6 \Rightarrow y = 6 - x$ .... ❷

نمثل المعادلتين في المستوى الإحداثي

x	y = 6 - x
0	6
6	0

x	y = x + 4
0	4
-4	0



نقطة تقاطع المستقيمين L_2 , L_1 هي (1 , 5)

لذا مجموعة الحل للنظام هي : $s = \{(1, 5)\}$

Scanned with CamScanner

الإجابة

تدرب وحل تمرينات

14

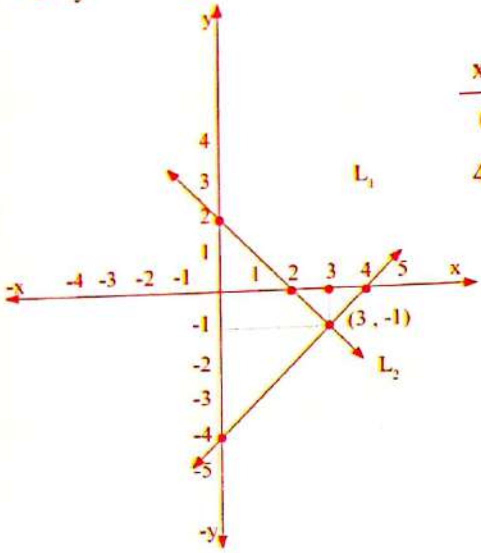
$y = x - 4$ .... ❶

$x = 2 - y \Rightarrow y = 2 - x$ .... ❷

نمثل المعادلتين في المستوى الإحداثي

x	y = 2 - x
0	2
2	0

x	y = x - 4
0	-4
4	0



نقطة تقاطع المستقيمين L_1 , L_2 هي $(3 , -1)$

لذا مجموعة الحل للنظام هي : $S = \{(3 , -1)\}$

15

$3x + 2y = 2$ .... ❶

$x - y = 8$ .... ❷

من المعادلة (2)

$x = y + 8$

نعوض عن قيمة x بالمعادلة (1)

$3(y + 8) + 2y = 2 \Rightarrow 3y + 24 + 2y = 2 \Rightarrow 5y = -22 \Rightarrow y = \frac{-22}{5}$

نعوض عن قيمة y بالمعادلة (2) لإيجاد قيمة x

$x + \frac{22}{5} = 8 \Rightarrow x = 8 - \frac{22}{5} = \frac{18}{5}$

لذا مجموعة الحل للنظام $S = \{(\frac{18}{5} , \frac{-22}{5})\}$

16

$2x - y = -4$ .... ❶

$3x - y = 3$ .... ❷

من المعادلة (1)

$y = 2x + 4$

نعوض بالمعادلة (2)

$3x - 2x - 4 = 3 \Rightarrow x = 7$

نعوض عن قيمة x بالمعادلة (1) لإيجاد قيمة y

$y = 2x + 4 = 2(7) + 4 = 18$

لذا مجموعة الحل للنظام $S = \{(7 , 18)\}$

Scanned with CamScanner

		الإجابة
	17	$3x = 22 - 4y \Rightarrow 3x + 4y - 22 = 0$ .... ❶ $4y = 3x - 14 \Rightarrow 3x - 4y - 14 = 0$ .... ❷ بالجمع $6x - 36 = 0 \Rightarrow x = 6$ نعوض بالمعادلة (2) $4y = 3(6) - 14 \Rightarrow 4y = 4 \Rightarrow y = 1$ لذا مجموعة الحل للنظام $S = \{(6, 1)\}$
	18	$5x - 3y = 6$ .... ❶ $2x + 5y = -10$ .... ❷ نضرب المعادلة (1) في (5) $25x - 15y = 30$ .... ❶ نضرب المعادلة (2) في (3) $6x + 15y = -30$ .... ❷ بالجمع $31x = 0 \Rightarrow x = 0$ نعوض عن قيمة x بالمعادلة (2) $2(0) + 5y = -10 \Rightarrow 5y = -10 \Rightarrow y = -2$ لذا مجموعة الحل للنظام $S = \{(0, -2)\}$
تدرب وحل تمرينات	19	$\frac{x}{3} - \frac{y}{3} = 2 \Rightarrow x - y - 6 = 0$ .... ❶ $2x + 3y = 6 \Rightarrow 2x + 3y - 6 = 0$ .... ❷ نضرب المعادلة (1) في (3) $3x - 3y - 18 = 0$ .... ❶ $2x + 3y - 6 = 0$ .... ❷ بالجمع $5x - 24 = 0 \Rightarrow 5x = 24 \Rightarrow x = \frac{24}{5}$ نعوض عن قيمة x بالمعادلة (2) لإيجاد قيمة y $2(\frac{24}{5}) + 3y = 6 \Rightarrow \frac{48}{5} + 3y = 6 \Rightarrow 48 + 15y = 30 \Rightarrow 15y = -18 \Rightarrow y = \frac{18}{15} \Rightarrow y = \frac{-6}{5}$ لذا مجموعة الحل للنظام $S = \{(\frac{24}{5}, \frac{-6}{5})\}$ التحقيق : نعوض عن قيمة x , y باحدى المعادلتين ولتكن المعادلة (2) $L.S = 2(\frac{24}{5}) + 3(\frac{-6}{5}) = \frac{48}{5} - \frac{18}{5} = \frac{30}{5} = 6 = R.S$ اذن الحل صحيح

Scanned with CamScanner

		الإجابة
تدرب وحل تمرينات	20	$0.2x - 3y = 3$ .... ❶ $0.1x - 6y = -3$ .... ❷ نضرب المعادلة (2) في (2) $0.2x - 12y = -6$ .... ❷ $\mp 0.2x \pm 3y = \mp 3$ .... ❶ بالطرح $-9y = -9 \Rightarrow y = 1$ نعوض عن قيمة y بالمعادلة (1) $0.1x - 6(1) = -3 \Rightarrow 0.1x = 3 \Rightarrow x = 30$ لذا مجموعة الحل للنظام $S = \{(30, 1)\}$ التحقيق : نعوض عن قيمة x , y باحدى المعادلتين ولتكن المعادلة (1) $L.S = 0.2(30) - 3(1) = 6 - 3 = R.S$ اذن الحل صحيح
تدرب وحل مسائل حياتية	21	عدد أيام شهر كانون الثاني هو 31 يوماً $y + x = 31$ .... ❶ $y - x = 9$ .... ❷ بالجمع $2y = 40 \Rightarrow y = 20$ تمثل عدد الأيام التي فيها درجة الحرارة أكبر من 10 درجات سليزية نعوض عن قيمة y في المعادلة (1) لايجاد قيمة x $20 + x = 31 \Rightarrow x = 11$ تمثل عدد الأيام التي فيها درجة الحرارة أقل من 10 درجات سليزية

Scanned with CamScanner

تدرب وحل مسائل حياتية

الإجابة

22

x تمثل عدد الثلجات

y تمثل عدد الغسالات

$x + y = 25$ .... ❶

$1000000x + 500000y = 20000000$ .... ❷

بقسمة حدود المعادلة (2) على 100000

$10x + 5y = 200$ .... ❷

نجد قيمة y بدلالة x من المعادلة (1)

$y = 25 - x$

نعوض عن قيمة y بالمعادلة (2) لإيجاد قيمة x

$10x + 5(25 - x) = 200 \Rightarrow 10x + 125 - 5x = 200 \Rightarrow 5x = 75 \Rightarrow x = 15$

نعوض عن قيمة x لإيجاد قيمة y

$y = 25 - x \Rightarrow y = 25 - 15 = 10$

عدد الثلاجات هو 15 وعدد الغسالات هو 10

23

نفرض أن عدد المدعوين لدى سجاد هو x

وأن عدد المدعوين لدى أنور هو y

$x + y = 23$ .... ❷

$x - y = 3$ .... ❶

بالجمع

$2x = 26 \Rightarrow x = 13$

نمثل عدد المدعوين لدى سجاد

نعوض من قيمة x في المعادلة (1) لإيجاد قيمة y

$13 + y = 23 \Rightarrow y = 10$

عدد المدعوين لدى أنور هو 10

Scanned with CamScanner

<table>
<tr><th></th><th></th><th>الإجابة</th></tr>
<tr><td rowspan="2">فكر</td><td>24</td><td>

① $\frac{2}{6}x - \frac{1}{3}y = 1 \Rightarrow 2x - 2y = 6$ ....

② $\frac{1}{2}x + \frac{1}{2}y = 3 \Rightarrow x + y = 6$ ....

نضرب المعادلة (2) في (2)

② $2x + 2y = 12$ ....

① $2x - 2y = 6$ ....

بالجمع

$4x = 18 \Rightarrow x = \frac{18}{4} = \frac{9}{2}$

نعوض عن قيمة x بالمعادلة (2) لإيجاد قيمة y

$\frac{1}{2}(\frac{9}{2}) + \frac{1}{2}y = 3 \Rightarrow 9 + 2y = 12 \Rightarrow y = \frac{3}{2}$

لذا مجموعة الحل للنظام $S = \{(\frac{9}{2}, \frac{3}{2})\}$

</td></tr>
<tr><td>25</td><td>

① $2x + 3y = 6$ ....

② $3x + 2y = 1$ ....

نضرب المعادلة (2) في (3)
والمعادلة (2) في (2)

① $6x + 9y = 18$ ....

② $\mp 6x \mp 4y = \mp 2$ ....

بالطرح

$5y = 16 \Rightarrow y = \frac{16}{5}$

نعوض عن قيمة y بالمعادلة (1) لإيجاد قيمة x

$2x + 3(\frac{16}{5}) = 6 \Rightarrow 2x = 3 \Rightarrow -\frac{48}{5} + 6 \Rightarrow 2x = -\frac{18}{5} \Rightarrow x = -\frac{18}{10} = -\frac{9}{5}$

لذا مجموعة الحل للنظام $S = \{(-\frac{9}{5}, \frac{16}{5})\}$

</td></tr>
<tr><td>أكتب</td><td></td><td>

① $5x - 6y = 0$ ....

② $x + 2y = 4$ ....

نضرب المعادلة (2) في (3)

② $3x + 6y = 12$ ....

① $5x - 6y = 0$ ....

بالجمع

$8x = 12 \Rightarrow x = \frac{12}{8} = \frac{3}{2}$

نعوض عن قيمة x بالمعادلة (2) لإيجاد قيمة y

$\frac{3}{2} + 2y = 4 \Rightarrow 2y = 4 - \frac{3}{2} \Rightarrow 2y = \frac{5}{2} \Rightarrow y = \frac{5}{4}$

لذا مجموعة الحل للنظام $S = \{(\frac{3}{2}, \frac{5}{4})\}$

</td></tr>
</table>

Scanned with CamScanner

إجابات تمرينات الدرس [2-3]

		الإجابة
تأكد من فهمك	1	$x^2 - 16 = 0 \Rightarrow (x-4)(x+4) = 0 \Rightarrow x - 4 = 0$ or $x + 4 = 0$ $\Rightarrow x = 4$ or $x = -4 \Rightarrow S = \{4, -4\}$ التحقق : عندما $x = 4$ فان $L.S = 16 - 16 = 0 = R.S$ عندما $x = -4$ فان $L.S = (-4)^2 - 16 = 16 - 16 = 0 = R.S$
	2	$81 - y^2 = 0 \Rightarrow (9-y)(9+y) = 0 \Rightarrow 9 - y = 0$ or $9 + y = 0$ $\Rightarrow y = 9$ or $y = -9 \Rightarrow S = \{9, -9\}$ التحقق : i) عندما $y = 9$ فان $L.S = 81 - 81 = 0 = R.S$ ii) عندما $y = -9$ فان $L.S = 81 - (-9)^2 = 81 - 81 = 0 = R.S$
	3	$2z^2 - 8 = 0 \Rightarrow 2(z^2 - 4) = 0 \Rightarrow z^2 - 4 = 0 \Rightarrow (z-2)(z+2) = 0$ $\Rightarrow z - 2 = 0$ or $z + 2 = 0 \Rightarrow z = 2$ or $z = -2 \Rightarrow S = \{2, -2\}$ التحقق : i) عندما $z = 2$ فان $L.S = 2(4) - 8 = 8 - 8 = 0 = R.S$ ii) عندما $y = -9$ فان $L.S = 2(-2)^2 - 8 = 8 - 8 = 0 = R.S$
	4	$4x^2 - 9 = 0 \Rightarrow (2x-3)(2x+3) = 0 \Rightarrow 2x - 3 = 0$ or $2x + 3 = 0$ $\Rightarrow x = \frac{3}{2}$ or $x = \frac{-3}{2}$ مجموعة الحل $S = \{\frac{3}{2}, \frac{-3}{2}\}$
	5	$5y^2 - 20 = 0 \Rightarrow 5(y^2 - 4) = 0 \Rightarrow y^2 - 4 = 0 \Rightarrow (y-2)(y+2) = 0$ $\Rightarrow y - 2 = 0$ or $y + 2 = 0 \Rightarrow y = 2$ or $y = -2$ مجموعة الحل $S = \{2, -2\}$
	6	$(y+2)^2 - 49 = 0 \Rightarrow ((y+2) - 7)((y+2) + 7) = 0$ $\Rightarrow ((y+2) - 7) = 0$ or $((y+2) + 7) = 0 \Rightarrow y = 5$ or $y = -9$ مجموعة الحل $S = \{5, -9\}$
	7	$(3-z)^2 - 1 = 0 \Rightarrow ((3-z) - 1)((3-z) + 1) = 0$ $\Rightarrow ((3-z) - 1) = 0$ or $((3-z) + 1) = 0$ $\Rightarrow 2 - z = 0$ or $4 - z = 0 \Rightarrow z = 2$ or $z = 4$ مجموعة الحل $S = \{2, 4\}$
	8	$x^2 - 3 = 0 \Rightarrow (x - \sqrt{3})(x + \sqrt{3}) = 0 \Rightarrow x - \sqrt{3} = 0$ or $x + \sqrt{3} = 0$ $\Rightarrow x = \sqrt{3}$ or $x = -\sqrt{3} \Rightarrow$ مجموعة الحل $S = \{\sqrt{3}, -\sqrt{3}\}$

Scanned with CamScanner

		الإجابة
تأكد من فهمك	9	$y^2 - \frac{1}{9} = 0 \Rightarrow (y - \frac{1}{3})(y + \frac{1}{3}) = 0$ $\Rightarrow y - \frac{1}{3} = 0$ or $y + \frac{1}{3} = 0 \Rightarrow y = \frac{1}{3}$ or $y = -\frac{1}{3}$ $S = \{\frac{1}{3}, -\frac{1}{3}\}$ مجموعة الحل
	10	$x^2 = 64 \Rightarrow x = \pm\sqrt{64} \Rightarrow x \pm 8 \Rightarrow S = \{8, -8\}$
	11	$z^2 = 7 \Rightarrow z = \pm\sqrt{7} \Rightarrow S = \{\sqrt{7}, -\sqrt{7}\}$
	12	$2y^2 = \frac{49}{8} \Rightarrow y^2 = \frac{49}{16} \Rightarrow y = \pm\sqrt{\frac{49}{16}} \Rightarrow y = \pm\frac{7}{4} \Rightarrow S = \{\frac{7}{4}, \frac{-7}{4}\}$
	13	$6z^2 - 5 = 0 \Rightarrow z^2 = \frac{5}{6} \Rightarrow z = \pm\sqrt{\frac{5}{6}} \Rightarrow S = \{\sqrt{\frac{5}{6}}, -\sqrt{\frac{5}{6}}\}$
	14	$4(x^2 - 12) = 33 \Rightarrow x^2 - 12 = \frac{33}{4} = x^2 = \frac{33}{4} + 12$ $\Rightarrow x^2 = \frac{81}{4} \Rightarrow x = \pm\frac{9}{2} \Rightarrow S = \{\frac{9}{2}, \frac{-9}{2}\}$
	15	$z^2 + \frac{2}{3} = \frac{5}{6} \Rightarrow z^2 = \frac{5}{6} - \frac{2}{3} \Rightarrow z^2 = \frac{1}{6} \Rightarrow z = \pm\sqrt{\frac{1}{6}} \Rightarrow S = \{\frac{1}{\sqrt{6}}, \frac{-1}{\sqrt{6}}\}$
	16	$3\sqrt{x} = 15 \Rightarrow \sqrt{x} = 5 \Rightarrow (\sqrt{x})^2 = 5^2 \Rightarrow x = 25 \Rightarrow S = \{25\}$
	17	$\sqrt{y - 5} = 2 \Rightarrow y - 5 = 4 \Rightarrow y = 9 \Rightarrow S = \{9\}$
	18	$\sqrt{2z} = 6 \Rightarrow 2z = 36 \Rightarrow z = 18 \Rightarrow S = \{18\}$
تدرب وحل تمرينات	19	$x^2 = 49 \Rightarrow x = \pm 7 \Rightarrow S = \{7, -7\}$ التحقيق : i) عندما $x = 7$ فان $L.S = 7^2 = 49 = R.S$ ii) عندما $x = -7$ فان $L.S = (-7)^2 = 49 = R.S$
	20	$5y^2 - 10 = 0 \Rightarrow 5(y^2 - 2) = 0 \Rightarrow y^2 - 2 = 0 \Rightarrow (y - \sqrt{2})(y + \sqrt{2}) = 0$ $\Rightarrow y - \sqrt{2} = 0$ or $\Rightarrow y + \sqrt{2} = 0$ $\Rightarrow y = \sqrt{2}$ or $y = -\sqrt{2} \Rightarrow S = \{\sqrt{2}, -\sqrt{2}\}$ التحقيق : i) عندما $y = \sqrt{2}$ فان $L.S = 5(\sqrt{2})^2 - 10 = 10 - 10 = 0 = R.S$ ii) عندما $y = -\sqrt{2}$ فان $L.S = 5(-\sqrt{2})^2 - 10 = 5(2) - 10 = 10 - 10 = 0 = R.S$

Scanned with CamScanner

		الإجابة
تدرب وحل تمرينات	21	$3z^2 - 27 = 0 \Rightarrow 3(z^2 - 9) = 0 \Rightarrow z^2 - 9 = 0 \Rightarrow (z-3)(z+3) = 0$ $\Rightarrow z - 3 = 0$ or $\Rightarrow z + 3 = 0$ $\Rightarrow z = 3$ or $z = -3 \Rightarrow S = \{3, -3\}$ التحقيق : لتحقيق : i) عندما z = 3 فأن $L.S = 3(9) - 27 = 0 = 27 - 27 = 0 = R.S$ ii) عندما z = -3 فأن $L.S = 3(-3)^2 - 27 = 3(9) - 27 = 27 - 27 = 0 = R.S$
	22	$9x^2 - 36 = 0 \Rightarrow 9(x^2 - 4) = 0 \Rightarrow x^2 - 4 = 0 \Rightarrow (x-2)(x+2) = 0$ $\Rightarrow x - 2 = 0$ or $x + 2 = 0$ $\Rightarrow x = 2$ or $x = -2 \Rightarrow S = \{2, -2\}$
	23	$7y^2 - 28 = 0 \Rightarrow 7(y^2 - 4) = 0 \Rightarrow y^2 - 4 = 0 \Rightarrow (y-2)(y+2) = 0$ $\Rightarrow y - 2 = 0$ or $y + 2 = 0$ $\Rightarrow y = 2$ or $y = -2 \Rightarrow S = \{2, -2\}$
	24	$9(x^2 - 1) - 7 = 0 \Rightarrow 9x^2 - 9 - 7 = 0 \Rightarrow 9x^2 - 16 = 0 \Rightarrow (3x-4)(3x+4) = 0$ $\Rightarrow 3x - 4 = 0$ or $\Rightarrow 3x + 4 = 0$ $\Rightarrow x = \frac{4}{3}$ or $x = \frac{-4}{3} \Rightarrow S = \{\frac{4}{3}, \frac{-4}{3}\}$
	25	$(y+5)^2 - 64 = 0 \Rightarrow ((y+5) - 8)((y+5) + 8) = 0$ $\Rightarrow y - 3 = 0$ or $\Rightarrow y + 13 = 0$ $\Rightarrow y = 3$ or $y = -13 \Rightarrow S = \{3, -13\}$
	26	$x^2 - 2 = 0 \Rightarrow (x - \sqrt{2})(x + \sqrt{2}) = 0$ $\Rightarrow x - \sqrt{2} = 0$ or $x + \sqrt{2} = 0$ $\Rightarrow x = \sqrt{2}$ or $x = -\sqrt{2} \Rightarrow S = \{\sqrt{2}, -\sqrt{2}\}$
	27	$y^2 - \frac{1}{36} = 0 \Rightarrow (y - \frac{1}{6})(y + \frac{1}{6}) = 0 \Rightarrow$ $\Rightarrow y - \frac{1}{6} = 0$ or $y + \frac{1}{6} = 0$ $\Rightarrow y = \frac{1}{6}$ or $y = \frac{-1}{6} \Rightarrow S = \{\frac{1}{6}, \frac{-1}{6}\}$

Scanned with CamScanner

		الإجابة
تدرب وحل تمرينات	28	$x^2 = 121 \Rightarrow x = \pm 11 \Rightarrow \quad S = \{11, -11\}$
	29	$50 - 2y^2 = 0 \Rightarrow 2(25 - y^2) = 0 \Rightarrow 25 - y^2 = 0$ $\Rightarrow y^2 = 25 \Rightarrow y = \pm 5 \Rightarrow S = \{5, -5\}$
	30	$x^2 = \frac{1}{64} \Rightarrow x = \pm \frac{1}{8} \Rightarrow \quad S = \{\frac{1}{8}, \frac{-1}{8}\}$
	31	$3y^2 = \frac{25}{3} \Rightarrow y^2 = \frac{25}{9} \Rightarrow y = \pm \frac{5}{3} \Rightarrow \quad S = \{\frac{5}{3}, \frac{-5}{3}\}$
	32	$7(x^2 - 2) = 50 \Rightarrow 7x^2 - 14 = 50 \Rightarrow 7x^2 = 64$ $\Rightarrow x^2 = \frac{64}{7} \Rightarrow x = \pm\sqrt{\frac{8}{\sqrt{7}}} \Rightarrow S = \{\sqrt{\frac{8}{\sqrt{7}}}, \sqrt{\frac{-8}{\sqrt{7}}}\}$
	33	$\frac{1}{5}y^2 = \frac{1}{3} \Rightarrow y^2 = \frac{5}{3} \Rightarrow y = \pm \frac{5}{3} \Rightarrow \quad S = \{\frac{5}{3}, -\frac{5}{3}\}$
	34	$6\sqrt{x} = 30 \Rightarrow \sqrt{x} = 5 \Rightarrow x = 25 \Rightarrow S = \{25\}$
	35	$\sqrt{y - 9} = 4 \Rightarrow y - 9 = 16 \Rightarrow y = 25 \Rightarrow S = \{25\}$
	36	$\sqrt{4z} = 8 \Rightarrow \quad 4z = 64 \Rightarrow z = 16 \Rightarrow S = \{16\}$
تدرب وحل مسائل حياتية	37	نفرض أن طول ضلع الغرفة هو x مساحة السجادة = مساحة الغرفة $x^2 = 12 \times 3 \Rightarrow x^2 = 36 \Rightarrow x = \pm 6 \Rightarrow x = 6$ or $x = -6$ يهمل اذن طول ضلع الغرفة هو 6m
	38	طول ضلع قطعة الكارتون هو x طول ضلع قاعدة الصندوق هي x - 4 cm ارتفاع الصندوق هو 2 cm حجم متوازي السطوح المستطيلة = الطول × العرض × الأرتفاع $(x - 4)(x - 4)(2) = v$ $\Rightarrow (x - 4)^2 = \frac{32}{2} \Rightarrow (x - 4)^2 = 16$ يأخذ الموجب فقط لأنه طول $\Rightarrow x - 4 = 4 \Rightarrow x = 8$ اذن طول ضلع قطعة الكارتون
	39	نفرض أن طول ضلع الحديقة هو x متر المساحة المتبقية من الحديقة = مساحة الحديقة - مساحة الحوض $x^2 - 9 = 40 \Rightarrow x^2 = 49 \Rightarrow x = 7$ يأخذ الموجب فقط لأنه طول اذن طول ضلع الحديقة هو 7m

Scanned with CamScanner

		الإجابة
فكر	40	i) $9(x^2+1)=34 \Rightarrow 9x^2+9=34$ $\Rightarrow 9x^2=25 \Rightarrow x^2=\frac{25}{9}$ $\Rightarrow x=\pm\frac{5}{3} \Rightarrow s=\{\frac{5}{3}, -\frac{5}{3}\}$ ii) $4x^2-3=0 \Rightarrow 4x^2=3 \Rightarrow x^2=\frac{3}{4}$ $\Rightarrow x=\pm\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow s=\{\frac{\sqrt{3}}{2}, -\frac{\sqrt{3}}{2}\}$
	41	i) $(2y+1)^2=16 \Rightarrow 2y+1=\pm 4$ $\Rightarrow 2y+1=4$ or $2y+1=-4$ $\Rightarrow y=\frac{3}{2}$ or $y=-\frac{5}{2}$ $\Rightarrow s=\{\frac{3}{2}, -\frac{5}{2}\}$ لذا مجموعة الحل المعطاة في السؤال لاتمثل الحل . ii) $3x^2-7=0 \Rightarrow 3x^2=7 \Rightarrow x^2=\frac{7}{3}$ $\Rightarrow x=\pm\sqrt{\frac{7}{3}} \Rightarrow s=\{\sqrt{\frac{7}{3}}, -\sqrt{\frac{7}{3}}\}$ لذا مجموعة الحل المعطاة في السؤال لاتمثل الحل .
	42	$5x^2=4 \Rightarrow x^2=\frac{4}{5} \Rightarrow x=\pm\sqrt{\frac{4}{5}}=\pm\frac{2}{\sqrt{5}}$ $\Rightarrow s=\{\frac{2}{\sqrt{5}}, \frac{-2}{\sqrt{5}}\}$ مجموعة الحل الصحيحة
	43	مربع العدد - 1 = مضاعفات العشرة لذا نبحث عن العدد (من رقم واحد) أحاده مربعه واحد ، وهو العدد ، 9 وللتحقق من أنه العدد المطلوب $9^2-1=81-1=80=8\times 10$
أكتب		$(8-3y)^2-1 \Rightarrow (8-3y)^2=1 \Rightarrow 8-3y=\pm 1$ $\Rightarrow 8-3y=1$ or $8-3y=-1$ $\Rightarrow 3y=7$ or $3y=9 \Rightarrow y=\frac{7}{3}$ or $y=3$ $\Rightarrow s=\{\frac{7}{3}, 3\}$

Scanned with CamScanner

		الإجابة
تأكد من فهمك	1	$x^2-9x+18=0 \Rightarrow (x-3)(x-6)=0 \Rightarrow x-7=0 \text{ or } x-6=0$ $\Rightarrow x=3 \text{ or } x=6 \Rightarrow s=\{3,6\}$
	2	$x^2-4x+32=0 \Rightarrow (x-8)(x+4)=0 \Rightarrow x-8=0 \text{ or } x+4=0$ $\Rightarrow x=8 \text{ or } x=-4 \Rightarrow s=\{8,-4\}$
	3	$y^2+48y-49=0 \Rightarrow (y+49)(y-1)=0 \Rightarrow y+49=0 \text{ or } y-1=0$ $\Rightarrow y=-49 \text{ or } y=1 \Rightarrow s=\{-49,1\}$
	4	$y^2+9y-36=0 \Rightarrow (y-3)(y+12)=0 \Rightarrow y-3=0 \text{ or } y+12=0$ $\Rightarrow y=3 \text{ or } y=-12 \Rightarrow s=\{3,-12\}$
	5	$x^2-3x+2=0 \Rightarrow (x-2)(x-1)=0 \Rightarrow x-2=0 \text{ or } x-1=0$ $\Rightarrow x=2 \text{ or } x=1 \Rightarrow s=\{2,1\}$
	6	$y^2-8y-33=0 \Rightarrow (y-11)(y+3)=0 \Rightarrow (y-11)(y+3)=0$ $\Rightarrow y-11=0 \text{ or } y+3=0 \Rightarrow y=11 \text{ or } y=-3 \Rightarrow s=\{11,-3\}$
	7	نفرض أن العدد هو x , $x^2-2x=35 \Rightarrow x^2-2x-35=0 \Rightarrow (x-7)(x+5)=0$ $\Rightarrow x-7=0 \text{ or } x+5=0 \Rightarrow x=7 \text{ or } x=-5$ لذا العدد هو 7 أو 5-
	8	نفرض أن العدد هو y $y^2+4y=45 \Rightarrow y^2+4y-45=0 \Rightarrow (y+9)(y-5)=0 \Rightarrow y+9=0 \text{ or } y-5=0$ $\Rightarrow y=-9 \text{ or } y=5$ لذا العدد هو 9- أو 5
	9	نفرض عرض السجادة هو x لذا طول السجادة هو x + 2 $x(x+2)=48 \Rightarrow x^2+2x-48=0 \Rightarrow (x+8)(x-6)=0$ $\Rightarrow x+8=0 \text{ or } x-6=0$ $\Rightarrow x=-8$ يهمل or $x=6$ لذا عرض السجادة هو 6m وطول السجادة هو 8m
	10	$15x^2-11x-14=0 \Rightarrow (3x+2)(5x-7)=0 \Rightarrow 3x+2=0 \text{ or } 5x-7=0$ $\Rightarrow x=\frac{-2}{3} \text{ or } x=\frac{7}{5}$ $\Rightarrow s=\{\frac{-2}{3},\frac{7}{5}\}$
	11	$6+7x-5x^2=0 \Rightarrow (2-x)(3+5x)=0 \Rightarrow 2-x=0 \text{ or } 3+5x=0$ $\Rightarrow x=2 \text{ or } x=-\frac{3}{5} \Rightarrow s=\{2,-\frac{3}{5}\}$
	12	$42+64y+24y^2=0 \Rightarrow 21+32y+12y^2=0$ بالقسمة على 2 $\Rightarrow (7+6y)(3+2y)=0$ $\Rightarrow 7+6y=0 \text{ or } 3+2y=0$ $\Rightarrow y=-\frac{7}{6} \text{ or } y=-\frac{3}{2} \Rightarrow s=\{-\frac{7}{6},-\frac{3}{2}\}$

Scanned with CamScanner

	الإجابة
13	$36 - 75x + 6x^2 = 0 \Rightarrow (1 - 2x)(36 - 3x) = 0 \Rightarrow 1 - 2x = 0$ or $36 - 3x = 0$ $\Rightarrow x = \frac{1}{2}$ or $x = 12$ $\Rightarrow s = \{\frac{1}{2}, 12)\}$
14	$70 - 33y + 2y^2 = 0 \Rightarrow (5 - 2y)(14 - y) = 0 \Rightarrow 5 - 2y = 0$ or $14 - y = 0$ $\Rightarrow y = \frac{5}{2}$ or $y = 14 \Rightarrow s = \{\frac{5}{2}, 14\}$
15	نفرض عرض الأرض هو x لذا طوالها هو x + 4 $x(x + 4) = 60 \Rightarrow x^2 + 4x - 60 = 0 \Rightarrow (x + 10)(x - 6) = 0$ $\Rightarrow x + 10 = 0$ or $x - 6 = 0$ $\Rightarrow x = -10$ يهمل or $x = 6$ عرض الأرض هو 6m وطولها 10 m
16	$x^2 - 15x + 56 = 0 \Rightarrow (x - 8)(x - 7) = 0 \Rightarrow$ $\Rightarrow x - 8 = 0$ or $x - 7 = 0$ $\Rightarrow x = 8$ or $x = 7 \Rightarrow s = \{8, 7\}$
17	$y^2 + 16y + 63 = 0 \Rightarrow (y + 9)(y + 7) = 0$ $\Rightarrow y + 9 = 0$ or $y + 7 = 0$ $\Rightarrow y = -9$ or $y = -7 \Rightarrow s = \{-9, -7\}$
18	$x^2 + 15x - 16 = 0 \Rightarrow (x - 1)(x + 16) = 0 \Rightarrow x - 1 = 0$ or $x + 16 = 0$ $\Rightarrow x = 1$ or $x = -16 \Rightarrow s = \{1, -16\}$
19	$y^2 - y - 42 = 0 \Rightarrow (y - 7)(y + 6) = 0 \Rightarrow y - 7 = 0$ or $y + 6 = 0$ $\Rightarrow y = 7$ or $y = -6 \Rightarrow s = \{7, -6\}$
20	$x^2 - 4x + 3 = 0 \Rightarrow (x - 3)(x - 1) = 0 \Rightarrow x - 3 = 0$ or $x - 1 = 0$ $\Rightarrow x = 3$ or $x = 1 \Rightarrow s = \{3, 1\}$
21	$y^2 - 6y - 55 = 0 \Rightarrow (y - 11)(y + 5) = 0 \Rightarrow y - 11 = 0$ or $y + 5 = 0$ $\Rightarrow y = 11$ or $y = -5 \Rightarrow s = \{11, -5\}$
22	نفرض طول القطعة x لذا عرض القطعة x-2 $x(x - 2) = 24 \Rightarrow x^2 - 2x - 24 = 0 \Rightarrow (x - 6)(x + 4) = 0 \Rightarrow x - 6 = 0$ or $x + 4 = 0$ $\Rightarrow x = 6$ or $x = -4$ يهمل إذن طول القطعة 6m وعرضها 4m
23	$12x^2 - 20x + 7 = 0 \Rightarrow (2x - 1)(6x - 7) = 0 \Rightarrow 2x - 1 = 0$ or $6x - 7 = 0$ $\Rightarrow x = \frac{1}{2}$ or $x = \frac{7}{6} \Rightarrow s = \{\frac{1}{2}, \frac{7}{6}\}$
24	$28 + 2z - 8z^2 = 0 \Rightarrow 14 + z - 4z^2 = 0$ $\Rightarrow (2 - z)(7 + 4z) = 0 \Rightarrow 2 - z = 0$ or $7 + 4z = 0$ $\Rightarrow z = 2$ or $z = \frac{-7}{4} \Rightarrow s = \{2, \frac{-7}{4}\}$
25	$81 + 9x - 12x^2 = 0 \Rightarrow 27 - 3x - 4x^2 = 0 \Rightarrow (3 + x)(9 - 4x) = 0$ $\Rightarrow 3 + x = 0$ or $9 - 4x = 0 \Rightarrow x = -3$ or $x = \frac{9}{4} \Rightarrow s = \{-3, \frac{9}{4}\}$

Scanned with CamScanner

		الإجابة
تدرب وحل تمرينات	26	$50z^2-10z-4=0 \Rightarrow 25z^2-5z-2=0 \Rightarrow (5z-1)(5z+2)=0$ $\Rightarrow 5z-1=0$ or $5z+2=0$ $\Rightarrow z=\frac{1}{5}$ or $z=\frac{-2}{5} \Rightarrow s=\{\frac{1}{5}, \frac{-2}{5}\}$
	27	نفرض عرض الصالة هو x لذا طول الصالة هو $2x-3$ $x(2x-3)=54 \Rightarrow 2x^2-3x=54 \Rightarrow 2x^2-3x-54=0 \Rightarrow (2x+9)(x-6)=0$ $\Rightarrow 2x+9=0$ or $x-6=0$ $\Rightarrow x=\frac{-9}{5}$ يهمل or $x=6$ إذن عرض الصالة هو 6m وطولها 9m
	28	$x^2-4x+3=0 \Rightarrow (x-3)(x-1)=0 \Rightarrow x-3=0$ or $x-1=0$ $\Rightarrow x=3$ or $x=1 \Rightarrow s=\{3, 1\}$ التحقق : عندما $x=3$ فإذن $L.S=3^2-4(3)+3=9-12+3=0=R.S$ عندما $x=1$ فإذن $L.S=1^2-4(1)+3=1-4+3=0=R.S$
	29	$y^2-9y-36=0 \Rightarrow (y-12)(y+3)=0 \Rightarrow y-12=0$ or $y+3=0$ $\Rightarrow y=12$ or $y=-3 \Rightarrow s=\{12, -3\}$ التحقق : عندما $y=12$ فإذن $L.S=(12)^2-9(12)-36=144-108-36=0=R.S$ عندما $y=-3$ فإذن $L.S=(-3)^2-9(-3)-36=9+27-36=0=R.S$
	30	$4-26x+12x^2=0 \Rightarrow 2-13x+6x^2=0 \Rightarrow (2-x)(1-6x)=0$ $\Rightarrow 2-x=0$ or $1-6x=0$ $\Rightarrow x=2$ or $x=\frac{1}{6} \Rightarrow s=\{2, \frac{1}{6}\}$ التحقق : عندما $x=2$ فإذن $L.S=4-26(2)+12(2^2)=4-52+48=0=R.S$ عندما $x=\frac{1}{6}$ فإذن $L.S=4-26(\frac{1}{6})+12(\frac{1}{6})^2=4-\frac{13}{3}+\frac{1}{3}=\frac{12-13+1}{3}=0=R.S$
	31	$80-38y+3y^2=0 \Rightarrow (10-y)(8-3y)=0$ $\Rightarrow 10-y=0$ or $8-3y=0$ $\Rightarrow y=10$ or $y=\frac{8}{3} \Rightarrow s=\{10, \frac{8}{3}\}$ التحقق : عندما $y=10$ فإذن $L.S=80-38(10)+3(10)^2=80-380+300=0=R.S$ $y=\frac{8}{3}$ فإذن $L.S=80-38(\frac{8}{3})+3(\frac{8}{3})^2=0=R.S$
تدرب وحل مسائل حياتية	32	نفرض أن عرض الصورة هو x لذا طول الصورة هو $2x+4$ $x(2x+4)=160 \Rightarrow 2x^2+4x-160=0$ $\Rightarrow x^2+2x-80=0 \Rightarrow (x+10)(x-8)=0$ $\Rightarrow x=-10$ يهمل or $x=8$ لذا عرض الصورة هو 8m وطولها 20m

Scanned with CamScanner

		الإجابة
تدرب وحل مسائل حياتية	33	نفرض عرض الحقل هو y لذا طوله $2y - 4$ $y(2y-4) = 96 \Rightarrow 2y^2 - 4y - 96 = 0$ $\Rightarrow y^2 - 2y - 48 = 0 \Rightarrow (y-8)(y+6) = 0$ $\Rightarrow y - 8 = 0 \quad or \quad y + 6 = 0$ $\Rightarrow y = 8 \quad or \quad y = -6$ يهمل لذا عرض الحقل هو 8m وطوله 12m $2(12+8) = 40m$ محيط الحقل لذا السياج الذي طوله 44m يكفي لتحويط الحقل لأنه أكبر من محيط الحقل
	34	نفرض عرض الأطار هو x لذا طوله 2x عرض الأطار بعد التصغير $x - 2$ طول الأطار بعد التصغير $2x - 2$ $(x-2)(2x-2) = 40 \Rightarrow 2x^2 - 6x + 4 - 40 = 0 \Rightarrow 2x^2 - 6x - 36 = 0 \Rightarrow x^2 - 3x - 18 = 0$ $\Rightarrow (x-6)(x+3) = 0 \Rightarrow x - 6 = 0 \quad or \quad x + 3 = 0$ $\Rightarrow x = 6 \quad or \quad x = -3$ يهمل عرض الأطار هو 6cm وطوله 12cm
فكر	35	i) $(x-3)(x+2) = 14 \Rightarrow x^2 - x - 6 - 14 = 0 \Rightarrow x^2 - x - 20 = 0 \Rightarrow (x-5)(x+4) = 0$ $\Rightarrow x - 5 = 0 \quad or \quad x + 4 = 0$ $\Rightarrow x = 5 \quad or \quad x = -4 \Rightarrow s = \{5, -4\}$ ii) $3y^2 - 11y + 10 = 80 \Rightarrow 3y^2 - 11y - 70 = 0 \Rightarrow (3y+10)(y-7) = 0$ $\Rightarrow 3y + 10 = 0 \quad or \quad y - 7 = 0$ $\Rightarrow y = \frac{-10}{3} \quad or \quad y = 7 \Rightarrow s = \{\frac{-10}{3}, 7\}$
	36	i) $4x^2 + 2x - 30 = 0 \Rightarrow 2x^2 + x - 15 = 0 \Rightarrow (2x+5)(x-3) = 0$ $\Rightarrow 2x + 5 = 0 \quad or \quad x - 3 = 0$ $\Rightarrow x = \frac{-5}{2} \quad or \quad x = 3 \Rightarrow s = \{\frac{-5}{2}, 3\}$ الحل المعطى لايمثل مجموعة الحل ii) $42 - 33y + 6y^2 = 0 \Rightarrow 14 - 11y + 2y^2 = 0 \Rightarrow (2-y)(7-2y) = 0$ $\Rightarrow 2 - y = 0 \quad or \quad 7 - 2y = 0$ $\Rightarrow y = 2 \quad or \quad y = \frac{7}{2} \Rightarrow s = \{2, \frac{7}{2}\}$ لذا مجموعة الحل المعطاة تمثل حل للمعادلة
	37	$2x^2 - 34 + 60 = 0 \Rightarrow x^2 - 17x + 30 = 0 \Rightarrow (x-15)(x-2) = 0$ $\Rightarrow x - 15 = 0 \quad or \quad x - 2 = 0$ $\Rightarrow x = 15 \quad or \quad x = 2 \Rightarrow s = \{2, 15\}$ لذا مجموعة الحل { 3 , 15 } خطأ والصحيح هي { 2 , 15 }

Scanned with CamScanner

		الإجابة
أكتب		نفرض أن العدد هو x $x^2 - 2x = 35 \Rightarrow x^2 - 2x - 35 \Rightarrow (x - 7)(x + 5) = 0$ $\Rightarrow x - 7 = 0 \quad \text{or} \quad x + 5 = 0$ $\Rightarrow x = 7 \quad \text{or} \quad x = -5$ إذا العدد هو 7 أو -5

سلسلة الناجح في الرياضيات
موقع المناهج

Scanned with CamScanner

تأكد من فهمك

	الإجابة
1	$x^2+12x+36=0 \Rightarrow (x+6)^2=0 \Rightarrow x+6=0 \Rightarrow x=-6$
2	$y^2-10y+25=0 \Rightarrow (y-5)^2=0 \Rightarrow y-5=0 \Rightarrow y=5$
3	$4x^2-4x+1=0 \Rightarrow (2x-1)^2=0 \Rightarrow 2x-1=0 \Rightarrow x=\frac{1}{2}$
4	$y^2+2\sqrt{7}\,y+7=0 \Rightarrow (y+\sqrt{7})^2=0 \Rightarrow y+\sqrt{7}=0 \Rightarrow y=-\sqrt{7}$
5	$x^2-16x+64=0 \Rightarrow (x+8)^2=0 \Rightarrow x+8=0 \Rightarrow x=-8$
6	$\frac{1}{16}-\frac{1}{2}x+x^2=0 \Rightarrow (\frac{1}{4}-x)^2=0 \Rightarrow \frac{1}{4}-x=0 \Rightarrow x=\frac{1}{4}$
7	$x^2-10x-24=0 \Rightarrow x^2-10x+25=24+25 \Rightarrow (x-5)^2=49 \Rightarrow x-5=\pm 7$ $\Rightarrow \begin{cases} x-5=7 \Rightarrow x=12 \\ \text{or } x-5=-7 \Rightarrow x=-2 \end{cases} \Rightarrow s=\{12,-2\}$
8	$y^2-3=2y \Rightarrow y^2-2y=3 \Rightarrow y^2-2y+1=3+1 \Rightarrow (y-1)^2=4 \Rightarrow y-1=\pm 2$ $\Rightarrow \begin{cases} y-1=2 \Rightarrow y=3 \\ \text{or } y-1=-2 \Rightarrow y=-1 \end{cases} \Rightarrow s=\{3,-1\}$
9	$4x^2-3x-16=0 \Rightarrow 4x^2-3x=16 \Rightarrow x^2-\frac{3}{4}x=4 \Rightarrow x^2-\frac{3}{4}x+\frac{9}{64}=4+\frac{9}{64}$ $\Rightarrow (x-\frac{3}{8})^2=\frac{265}{64} \Rightarrow x-\frac{3}{8}=\pm\frac{\sqrt{265}}{8} \Rightarrow \begin{cases} x-\frac{3}{8}=\frac{\sqrt{265}}{8} \Rightarrow x=\frac{3+\sqrt{265}}{8} \\ \text{or } x-\frac{3}{8}=\frac{-\sqrt{265}}{8} \Rightarrow x=\frac{3-\sqrt{265}}{8} \end{cases}$ $\Rightarrow s=\{\frac{3+\sqrt{265}}{8}, \frac{3-\sqrt{265}}{8}\}$ مجموعة الحل
10	$3y^2+2y=1 \Rightarrow y^2+\frac{2}{3}y=\frac{1}{3} \Rightarrow y^2+\frac{2}{3}y+\frac{4}{36}=\frac{1}{3}+\frac{4}{36} \Rightarrow (y+\frac{2}{6})^2=\frac{16}{36}$ $\Rightarrow y+\frac{2}{6}=\pm\frac{4}{6}$ $\Rightarrow \begin{cases} y+\frac{2}{6}=\frac{4}{6} \Rightarrow y=\frac{1}{3} \\ \text{or } y+\frac{2}{6}=-\frac{4}{6} \Rightarrow y=-1 \end{cases}$ $\Rightarrow s=\{\frac{1}{3},-1\}$
11	$x^2-\frac{6}{5}x=\frac{1}{5} \Rightarrow x^2-\frac{6}{5}x+\frac{9}{25}=\frac{1}{5}+\frac{9}{25} \Rightarrow (x-\frac{3}{5})^2=\frac{14}{25}$ $\Rightarrow x-\frac{3}{5}=\pm\frac{\sqrt{14}}{5}$ $\Rightarrow \begin{cases} x+\frac{3}{5}=\frac{\sqrt{14}}{5} \Rightarrow x=\frac{3+\sqrt{14}}{5} \\ \text{or } x+\frac{3}{5}=\frac{-\sqrt{14}}{5} \Rightarrow x=\frac{3-\sqrt{14}}{5} \end{cases}$ $\Rightarrow s=\{\frac{3+\sqrt{14}}{5}, \frac{3-\sqrt{14}}{5}\}$

Scanned with CamScanner

		الإجابة
	12	$5y^2+15y-30=0 \Rightarrow y^2+3y=6 \Rightarrow y^2+3y+\frac{9}{4}=6+\frac{9}{4} \Rightarrow (y+\frac{3}{2})^2=\frac{33}{4}$ $\Rightarrow y+\frac{3}{2}=\pm\frac{\sqrt{33}}{2}$ $\Rightarrow \begin{cases} y+\frac{3}{2}=\frac{\sqrt{33}}{2} \Rightarrow y=\frac{\sqrt{33}-3}{2} \\ \text{or } y+\frac{3}{2}=\frac{-\sqrt{33}}{2} \Rightarrow y=\frac{-\sqrt{33}-3}{2} \end{cases}$ $\Rightarrow s=\{\frac{\sqrt{33}-3}{2}, \frac{-\sqrt{33}-3}{2}\}$
تدرب وحل التمرينات	13	$x^2+24x+144=0 \Rightarrow (x)^2+24x+(12)^2=0 \Rightarrow (x+12)^2=0$ $\Rightarrow x+12=0 \Rightarrow x=-12$
	14	$y^2-20y+100=0 \Rightarrow (x-10)^2=0$ $\Rightarrow y-10=0 \Rightarrow y=10$
	15	$y^2+4\sqrt{2}\,y+8=0 \Rightarrow (y+2\sqrt{2})^2=0$ $\Rightarrow y+2\sqrt{2}=0 \Rightarrow y=-2\sqrt{2}$
	16	$7-2\sqrt{7}\,z+z^2=0 \Rightarrow (\sqrt{7}-z)^2=0$ $\Rightarrow \sqrt{7}-z=0 \Rightarrow z=\sqrt{7}$
	17	$3y^2+36-12\sqrt{3}\,y=0 \Rightarrow 3y^2-12\sqrt{3}\,y+36=0 \Rightarrow (\sqrt{3}\,y-6)^2=0$ $\Rightarrow \sqrt{3}\,y-6=0 \Rightarrow y=\frac{6}{\sqrt{3}}=2\sqrt{3}$
	18	$9z^2-10z+\frac{25}{9}=0 \Rightarrow (3z-\frac{5}{3})^2=0$ $\Rightarrow 3z-\frac{5}{3}=0 \Rightarrow z=\frac{5}{9}$
	19	$y^2+2\sqrt{3}\,y=3 \Rightarrow y^2+2\sqrt{3}\,y+3=3+3 \Rightarrow (y+\sqrt{3})^2=6 \Rightarrow y+\sqrt{3}=\pm\sqrt{6}$ $\Rightarrow \begin{cases} y+\sqrt{3}=\sqrt{6} \Rightarrow y=\sqrt{6}-\sqrt{3} \\ \text{or } y+\sqrt{3}=-\sqrt{6} \Rightarrow y=-\sqrt{6}-\sqrt{3} \end{cases} \Rightarrow s=\{\sqrt{6}-\sqrt{3}, -\sqrt{6}-\sqrt{3}\}$
	20	$4z^2-12z-27=0 \Rightarrow 4z^2-12z=27 \Rightarrow z^2-3z=\frac{27}{4} \Rightarrow z^2-3z+\frac{9}{4}=\frac{27}{4}+\frac{9}{4}$ $\Rightarrow (z-\frac{3}{2})^2=\frac{36}{4} \Rightarrow z-\frac{3}{2}=\pm\frac{6}{2}$ $\Rightarrow \begin{cases} z-\frac{3}{2}=\frac{6}{2} \Rightarrow z=\frac{9}{2} \\ \text{or } z-\frac{3}{2}=\frac{-6}{2} \Rightarrow z=\frac{-3}{2} \end{cases}$ $\Rightarrow s=\{\frac{9}{2}, \frac{-3}{2}\}$

Scanned with CamScanner

تدرب وحل تمرينات

	الإجابة
21	$x^2 - 2x = 0 \Rightarrow x^2 - 2x + 1 = 1 \Rightarrow (x-1)^2 = 1 \Rightarrow x - 1 = \pm 1$ $\Rightarrow \begin{cases} x - 1 = 1 \Rightarrow x = 2 \\ \text{or } x - 1 = -1 \Rightarrow x = 0 \Rightarrow s = \{2, 0\} \end{cases}$
22	$y^2 - 8y = 24 \Rightarrow y^2 - 8y + 16 = 24 + 16 \Rightarrow (y-4)^2 = 40 \Rightarrow y - 4 = \pm 2\sqrt{10}$ $\Rightarrow \begin{cases} y - 4 = 2\sqrt{10} \Rightarrow y = 4 + 2\sqrt{10} \\ \text{or } y - 4 = -2\sqrt{10} \Rightarrow y = 4 - 2\sqrt{10} \Rightarrow s = \{4 + 2\sqrt{10}, 4 - 2\sqrt{10}\} \end{cases}$
23	$x^2 - \frac{2}{3}x = 4 \Rightarrow x^2 - \frac{2}{3}x + \frac{1}{9} = 4 + \frac{1}{9} \Rightarrow (x - \frac{1}{3})^2 = \frac{37}{9}$ $\Rightarrow x - \frac{1}{3} = \pm \frac{\sqrt{37}}{3}$ $\Rightarrow \begin{cases} x - \frac{1}{3} = \frac{\sqrt{37}}{3} \Rightarrow x = \frac{1+\sqrt{37}}{3} \\ \text{or } x - \frac{1}{3} = \frac{-\sqrt{37}}{3} \Rightarrow x = \frac{1-\sqrt{37}}{3} \end{cases}$ $\Rightarrow s = \{\frac{1+\sqrt{37}}{3}, \frac{1-\sqrt{37}}{3}\}$
24	$8y^2 + 16y - 64 = 0 \Rightarrow y^2 + 2y = 8 \Rightarrow y^2 + 2y + 1 = 9 \Rightarrow (y+1)^2 = 9 \Rightarrow y + 1 = \pm 3$ $\Rightarrow \begin{cases} y + 1 = 3 \Rightarrow y = 2 \\ \text{or } y + 1 = -3 \Rightarrow y = -4 \Rightarrow s = \{2, -4\} \end{cases}$
25	$x^2 - 6x = 15 \Rightarrow x^2 - 6x + 9 = 15 + 9 \Rightarrow (x-3)^2 = 24 \Rightarrow x - 3 \approx \pm 5$ $\boxed{\sqrt{24} \approx \sqrt{25} = 5}$ $\Rightarrow \begin{cases} x - 3 \approx 5 \Rightarrow x \approx 8 \\ \text{or } x - 3 \approx -5 \Rightarrow x \approx -2 \Rightarrow s = \{8, -2\} \end{cases}$
26	$y(2y + 28) = 28 \Rightarrow 2y^2 - 28y = 28 \Rightarrow y^2 - 14y = 14$ $\boxed{\sqrt{63} \approx \sqrt{64} = 8}$ $\Rightarrow y^2 - 14y + 49 = 14 + 49 \Rightarrow (y+7)^2 = 63 \Rightarrow y + 7 \approx \pm 8$ $\Rightarrow \begin{cases} y + 7 \approx 8 \Rightarrow y \approx 1 \\ \text{or } y + 7 \approx -8 \Rightarrow y \approx -15 \Rightarrow s = \{1, -15\} \end{cases}$
27	$z^2 - 10z = -10 \Rightarrow z^2 - 10z + 25 = -10 + 25$ $\boxed{\sqrt{15} \approx \sqrt{16} = 4}$ $\Rightarrow (z-5)^2 = 15 \Rightarrow z - 5 \approx \pm 4$ $\Rightarrow \begin{cases} z - 5 \approx 4 \Rightarrow z \approx 9 \\ \text{or } z - 5 \approx -4 \Rightarrow z \approx 1 \Rightarrow s = \{9, 1\} \end{cases}$
28	$x^2 - 28x + 196 = 0 \Rightarrow (x - 14)^2 = 0$ $\Rightarrow x - 14 = 0$ $\Rightarrow x = 14$ طول ضلع القاعة =14 m

Scanned with CamScanner

<table>
<tr><th></th><th></th><th>الإجابة</th></tr>
<tr><td rowspan="2">تدرب وحل مسائل حياتية</td><td>29</td><td>نفرض أن طول المنطقة هو x
اذا عرض المنطقة هو x -8
$x(x-8)=126 \Rightarrow x^2-8x=126$
$\Rightarrow x^2-8x+16=126+16 \Rightarrow (x-4)^2=142$
$\sqrt{142} \approx \sqrt{144} = 12$
$\Rightarrow (x-4)=\pm 12$
$\Rightarrow \begin{cases} x-4 \approx 12 \Rightarrow x \approx 16 \\ \text{or } x-4 \approx -12 \Rightarrow x \approx -8 \end{cases}$ يهمل
اذا طول المنطقة هو 16m تقريباً وعرضها 8m تقريباً</td></tr>
<tr><td>30</td><td>$x^2+20x=525 \Rightarrow x^2+20x+100=525+100 \Rightarrow (x+10)^2=625$
$\Rightarrow x+10=\pm 25$
$\Rightarrow \begin{cases} x+10=25 \Rightarrow x=15 \\ \text{or } x+10=-25 \Rightarrow x=-35 \end{cases}$ يهمل
اذن عدد الحيتان هو 15 حوتاً</td></tr>
<tr><td rowspan="2">فكر</td><td>31</td><td>$\frac{27}{4} \approx \frac{28}{4} = 7$
i) $4x(x-6)=27 \Rightarrow 4x^2-24x=27 \Rightarrow x^2-6x=\frac{27}{4}$
$\Rightarrow x^2-6x+9 \approx 7+9 \Rightarrow (x-3)^2 \approx 16$
$\Rightarrow x-3 \approx \pm 4$
$\Rightarrow \begin{cases} x-3 \approx 4 \Rightarrow x \approx 7 \\ \text{or } x-3 \approx -4 \Rightarrow x \approx -1 \Rightarrow s=\{7,-1\} \end{cases}$
ii) $6y^2-48y=6 \Rightarrow y^2-8y=1 \Rightarrow y^2-8y+16=1+16 \Rightarrow (y-4)^2=17$
$\Rightarrow y-4 \approx \pm 4$ $\sqrt{17} \approx \sqrt{16} = 4$
$\Rightarrow \begin{cases} y-4 \approx 4 \Rightarrow y \approx 8 \\ \text{or } y-4 \approx -4 \Rightarrow y \approx 0 \Rightarrow s=\{8,0\} \end{cases}$</td></tr>
<tr><td>32</td><td>$4x^2-4\sqrt{3}x+3=0 \Rightarrow x^2-\sqrt{3}x=\frac{-3}{4}$
$\Rightarrow x^2-\sqrt{3}x+\frac{3}{4}=\frac{-3}{4}+\frac{3}{4}$
$\Rightarrow (x-\frac{\sqrt{3}}{2})^2=0 \Rightarrow x-\frac{\sqrt{3}}{2}=0$
$\Rightarrow x=\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow s=\{\frac{\sqrt{3}}{2}\}$
اذا الحل المعطى لايمثل الحل الصحيح</td></tr>
</table>

Scanned with CamScanner

		الإجابة
	33	$y^2 - 4y + 4 = 0 \Rightarrow (y-2)^2 = 0$ $\Rightarrow y - 2 = 0 \Rightarrow y = 2$ كلا لأنه يتحلل إلى مربع كامل لذا القيمتان متساويتان وبالأشارة نفسها .
اكتب		نفرض أن العدد هو x $\frac{1}{81} - \frac{2}{9}z + z^2 = 0 \Rightarrow$ $(\frac{1}{9} - z)^2 = 0 \Rightarrow \frac{1}{9} - z = 0$ $\Rightarrow z = \frac{1}{9} \Rightarrow s = \{\frac{1}{9}\}$

سلسلة الناجح في الرياضيات
موقع الانهنا

Scanned with CamScanner

		الإجابة
تأكد من فهمك	1	$x^2 - 4x - 5 = 0 \quad , a = 1 \quad , \quad b = -4 \quad , \; c = -5$ المعادلة بالصورة القياسية $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ $\Rightarrow x = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 4(1)(-5)}}{2(1)} \quad \Rightarrow x = \frac{4 \pm \sqrt{16 + 20}}{2}$ $\Rightarrow x = \frac{4 \pm 6}{2} \Rightarrow \Rightarrow \begin{cases} x = \frac{4+6}{2} = 5 \\ \text{or} \quad x = \frac{4-6}{2} = -1 \end{cases}$ $\Rightarrow s = \{5, -1\}$
	2	$y^2 + 5y - 1 = 0 \quad , a = 1 \quad , \quad b = 5 \quad , \; c = -1$ $y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \Rightarrow y = \frac{-5 \pm \sqrt{25 - 4(1)(-1)}}{2(1)}$ $\Rightarrow y = \frac{-5 \pm \sqrt{25 + 4}}{2} \quad \Rightarrow y = \frac{-5 \pm \sqrt{29}}{2}$ $\Rightarrow \begin{cases} y = \frac{-5 + \sqrt{29}}{2} \\ \text{or} \quad y = \frac{-5 - \sqrt{29}}{2} \end{cases} \Rightarrow s = \{ \frac{-5 + \sqrt{29}}{2}, \frac{-5 - \sqrt{29}}{2} \}$
	3	$3x^2 - 9x = -2 \Rightarrow 3x^2 - 9x + 2 = 0 \quad , a = 3 \quad , \quad b = -9 \quad , \; c = 2$ $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \Rightarrow x = \frac{9 \pm \sqrt{81 - 4(3)(2)}}{2(3)}$ $\Rightarrow x = \frac{9 \pm \sqrt{81 - 24}}{6} \quad \Rightarrow x = \frac{9 \pm \sqrt{57}}{6}$ $\Rightarrow \begin{cases} x = \frac{9 + \sqrt{57}}{6} \\ \text{or} \quad x = \frac{9 - \sqrt{57}}{6} \end{cases} \Rightarrow s = \{ \frac{9 + \sqrt{57}}{6}, \frac{9 - \sqrt{57}}{6} \}$
	4	$4y^2 + 8y = 6 \Rightarrow 4y^2 + 8y - 6 = 0 \quad , a = 4 \quad , \quad b = 8 \quad , \; c = -6$ $y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \Rightarrow y = \frac{-8 \pm \sqrt{64 - 4(4)(-6)}}{2(4)}$ $\Rightarrow y = \frac{-8 \pm \sqrt{64 + 96}}{8} \quad \Rightarrow y = \frac{-8 \pm \sqrt{160}}{8}$ $\Rightarrow y = \frac{-8 \pm 4\sqrt{10}}{8} \Rightarrow y = \frac{-2 \pm \sqrt{10}}{2}$ $\Rightarrow \begin{cases} y = \frac{-2 + \sqrt{10}}{2} \\ \text{or} \quad y = \frac{-2 - \sqrt{10}}{2} \end{cases} \Rightarrow s = \{ \frac{-2 + \sqrt{10}}{2}, \frac{-2 - \sqrt{10}}{2} \}$

Scanned with CamScanner

		الإجابة
تأكد من فهمك	5	$4x^2 - 12x + 9 = 0$, $a = 4$, $b = -12$, $c = 9$ $x = \frac{12 \pm \sqrt{144 - 4(4)(9)}}{2(4)} \Rightarrow \frac{12 \pm \sqrt{144 - 144}}{8}$ $\Rightarrow x = \frac{12}{8} \Rightarrow x = \frac{3}{2}$ للمعادلة جذران حقيقيان متساويان
	6	$2y^2 - 3 = -5y \Rightarrow 2y^2 + 5y - 3 = 0$, $a = 2$, $b = 5$, $c = -3$ $y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \Rightarrow y = \frac{-5 \pm \sqrt{25 - 4(2)(-3)}}{2(2)}$ $\Rightarrow y = \frac{-5 \pm \sqrt{25 + 24}}{4} \Rightarrow y = \frac{-5 \pm \sqrt{49}}{4} \Rightarrow y = \frac{-5 \pm 7}{4}$ $\Rightarrow \begin{cases} y = \frac{-5+7}{4} = \frac{1}{2} \\ \text{or } y = \frac{-5-7}{4} = -3 \end{cases} \Rightarrow s = \{\frac{1}{2}, -3\}$
	7	$2x^2 + 3x = 5 \Rightarrow 2x^2 + 3x - 5 = 0$, $a = 2$, $b = 3$, $c = -5$ $\Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow \Delta = 9 - 4(2)(-5)$ $\Rightarrow \Delta = 9 + 40 \Rightarrow \Delta = 49$ يوجد للمعادلة جذران حقيقيان نسبيان $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \Rightarrow x = \frac{-3 \pm \sqrt{49}}{4} \Rightarrow x = \frac{-3 \pm 7}{4}$ $\Rightarrow \begin{cases} x = \frac{-3+7}{4} = 1 \\ \text{or } x = \frac{-3-7}{4} = \frac{-5}{2} \end{cases} \Rightarrow s = \{1, \frac{-5}{2}\}$
	8	$3x^2 - 7x + 6 = 0$, $a = 3$, $b = -7$, $c = 6$ $\Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow \Delta = 49 - 4(3)(6)$ $\Delta = 49 - 72 \Rightarrow \Delta = -23$ لاتوجد للمعادلة جذور حقيقية (مجموعة الحل للمعادلة في R هو $\emptyset$)
	9	$y^2 - 2y + 1 = 0$, $a = 1$, $b = -2$, $c = 1$ $\Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow \Delta = 4 - 4(1)(1) = 0$ للمعادلة جذران حقيقيان متساويان $y = \frac{-b}{2a} \Rightarrow y = \frac{2}{2(1)} = 1$

Scanned with CamScanner

		الإجابة
تأكد من فهمك	10	$y^2 + 12 = -9y \Rightarrow y^2 + 9y + 12 = 0$, $a = 1$, $b = 9$, $c = 12$ $\Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow \Delta = 81 - 4(1)(12)$ $\Rightarrow \Delta = 81 - 48 \Rightarrow \Delta = 33$ يوجد للمعادلة جذران حقيقيان غيرنسبيين $y = \frac{b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \Rightarrow y = \frac{-9 \pm \sqrt{33}}{2}$ $\Rightarrow \begin{cases} y = \frac{-9 + \sqrt{33}}{2} = 1 \\ \text{or } y = \frac{-9 - \sqrt{33}}{2} \end{cases} \Rightarrow s = \{\frac{-9 + \sqrt{33}}{2}, \frac{-9 - \sqrt{33}}{2}\}$
	11	$a = 1$, $b = -(k + 2)$, $c = 36$ يكون جذرا المعادلة متساويين عندما $\Delta = 0$, لذا $\Delta = 0 \Rightarrow b^2 - 4ac = 0 \Rightarrow (k + 2)^2 - 4(1)(36) = 0$ $\Rightarrow (k + 2)^2 = 144 \Rightarrow k + 2 = \pm 12$ $\Rightarrow \begin{cases} k + 2 = 12 \Rightarrow k = 10 \\ \text{or } k + 2 = -12 \Rightarrow k = -14 \end{cases}$ التحقق : i) عندما $k = 10$ فان $x^2 - (k + 2)x + 36 = 0 \Rightarrow x^2 - 12x + 36 = 0$ $\Rightarrow (x - 6)^2 = 0 \Rightarrow x - 6 = 0 \Rightarrow x = 6$ ii) عندما $k = -14$ فان $x^2 - (k + 2)x + 36 = 0 \Rightarrow x^2 + 12x + 36 = 0$ $\Rightarrow (x + 6)^2 = 0 \Rightarrow x + 6 = 0 \Rightarrow x = -6$
	12	$4y^2 + 25 = (k - 5)y \Rightarrow 4y^2 - (k - 5)y + 25 = 0$, $a = 4$, $b = -(k - 5)$, $c = 25$ يكون جذرا المعادلة متساويين عندما $\Delta = 0$ $\Delta = 0 \Rightarrow b^2 - 4ac = 0 \Rightarrow (k - 5)^2 - 4(4)(25) = 0$ $\Rightarrow (k - 5)^2 = 400 \Rightarrow k - 5 = \pm 20$ $\Rightarrow \begin{cases} k - 5 = 20 \Rightarrow k = 25 \\ \text{or } k - 5 = -20 \Rightarrow k = -15 \end{cases}$ التحقق : i) عندما $k = 25$ فان $4y^2 - (k - 5)y + 25 = 0 \Rightarrow 4y^2 - 20y + 25 = 0 \Rightarrow (2y - 5)^2 = 0$ $\Rightarrow 2y - 5 = 0 \Rightarrow y = \frac{5}{2}$ ii) عندما $k = -15$ فان $4y^2 - (k - 5)y + 25 = 0 \Rightarrow 4y^2 + 20y + 25 = 0$ $\Rightarrow (2y + 5)^2 = 0 \Rightarrow 2y + 5 = 0 \Rightarrow y = - -\frac{5}{2}$

Scanned with CamScanner

		الإجابة
تأكد من فهمك	13	$z^2+16=(k+4)z \Rightarrow z^2-(k+4)z+16=0$, $a=1$, $b=-(k+4)$, $c=16$ يكون جذرا المعادلة متساويين عندما $\Delta=0$ $\Delta=0 \Rightarrow b^2-4ac=0 \Rightarrow (k+5)^2-4(1)(16)=0$ $\Rightarrow (k+4)^2=64 \Rightarrow k+4=\pm 8$ $\Rightarrow \begin{cases} k+4=8 \Rightarrow k=4 \\ \text{or } k+4=-8 \Rightarrow k=-12 \end{cases}$ التحقق : i) عندما $k=4$ فان $z^2-(k+4)z+16=0 \Rightarrow z^2-8z+16=0$ $\Rightarrow (z-4)^2=0 \Rightarrow z-4=0 \Rightarrow z=4$ ii) عندما $k=-12$ فان $z^2-(k+4)z+16=0 \Rightarrow z^2+8z+16=0$ $\Rightarrow (z+4)^2=0 \Rightarrow z+4=0 \Rightarrow z=-4$
	14	$a=1$, $b=-6$, $c=28$ $\Delta=b^2-4ac \Rightarrow \Delta=36-4(1)(28)$ $\Rightarrow \Delta=36-112 \Rightarrow \Delta=-76$ بما أن المقدار المميز سالب فلذا المعادلة ليس لها حل في R
تدرب وحل تمرينات	15	$x^2-7x-14=0$, $a=1$, $b=-7$, $c=-14$ $x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a} \Rightarrow x=\frac{7\pm\sqrt{49-4(1)(-14)}}{2(1)}$ $\Rightarrow x=\frac{7\pm\sqrt{49+56}}{2} \Rightarrow x=\frac{7\pm\sqrt{105}}{2}$ $\Rightarrow \begin{cases} x=\frac{7+\sqrt{105}}{2} \\ \text{or } x=\frac{7-\sqrt{105}}{2} \end{cases} \Rightarrow s=\{\frac{7+\sqrt{105}}{2},\frac{7-\sqrt{105}}{2}\}$
	16	$y^2+3y-9=0$, $a=1$, $b=3$, $c=-9$ $y=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a} \Rightarrow y=\frac{3\pm\sqrt{9-4(1)(-9)}}{2(1)}$ $\Rightarrow y=\frac{-3\pm\sqrt{9+36}}{2} \Rightarrow y=\frac{-3\pm 3\sqrt{5}}{2}$ $\Rightarrow \begin{cases} y=\frac{-3+3\sqrt{5}}{2} \\ \text{or } y=\frac{-3-3\sqrt{5}}{2} \end{cases} \Rightarrow s=\{\frac{-3+3\sqrt{5}}{2},\frac{-3-3\sqrt{5}}{2}\}$

Scanned with CamScanner

		الإجابة
تدرب وحل تمرينات	17	$2x^2-8(3x+2)=0 \Rightarrow 2x^2-24x-16=0 \Rightarrow x^2-12x-8=0$, a = 1 , b = -12 , c = -8 $x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a} \Rightarrow x=\frac{12\pm\sqrt{144-4(1)(-8)}}{2(1)}$ $\Rightarrow x=\frac{12\pm\sqrt{144+32}}{2} \Rightarrow x=\frac{12\pm2\sqrt{44}}{2} \Rightarrow x=6\pm\sqrt{44}$ $\Rightarrow \begin{cases} x=6+\sqrt{44} \\ \text{or } x=6-\sqrt{44} \end{cases} \Rightarrow s=\{6+\sqrt{44}, 6-\sqrt{44}\}$
	18	$2y^2-2=-10y \Rightarrow 2y^2+10y-2=0 \Rightarrow y^2+5y-1=0$, a = 1 , b = 5 , c = -1 $y=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a} \Rightarrow y=\frac{-5\pm\sqrt{25-4(1)(-1)}}{2(1)}$ $\Rightarrow y=\frac{-5\pm\sqrt{25+4}}{2} \Rightarrow y=\frac{-5\pm\sqrt{29}}{2}$ $\Rightarrow \begin{cases} y=\frac{-5+\sqrt{29}}{2} \\ \text{or } y=\frac{-5-\sqrt{29}}{2} \end{cases} \Rightarrow s=\{\frac{-5+\sqrt{29}}{2}, \frac{-5-\sqrt{29}}{2}\}$
	19	$x^2+4x-5=0$, a = 1 , b = 4 , c = -5 $\Delta=b^2-4ac \Rightarrow \Delta=16-4(1)(-5)$ $\Rightarrow \Delta=16+20 \Rightarrow \Delta=36$ للمعادلة جذران حقيقيان نسبيين $x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a} \Rightarrow x=\frac{-4\pm\sqrt{36}}{2} \Rightarrow x=\frac{-4\pm6}{2}$ $\Rightarrow \begin{cases} x=\frac{-4+6}{2}=1 \\ \text{or } x=\frac{-4-6}{2}=-5 \end{cases} \Rightarrow s=\{1, -5\}$
	20	$y^2-2y-10=0$, a = 1 , b = -2 , c = -10 $\Delta=b^2-4ac \Rightarrow \Delta=4-4(1)(-10)$ $\Rightarrow \Delta=4+40 \Rightarrow \Delta=44$ للمعادلة جذران حقيقيان غير نسبيين $y=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a} \Rightarrow y=\frac{2\pm\sqrt{44}}{2} \Rightarrow y=1\pm\sqrt{11}$ $\Rightarrow y=1\pm\sqrt{11} \Rightarrow \begin{cases} y=1+\sqrt{11} \\ \text{or } y=1-\sqrt{11} \end{cases} \Rightarrow s=\{1+\sqrt{11}, 1-\sqrt{11}\}$
	21	$2x^2-5x+7=0$, a = 2 , b = -5 , c = 7 $\Delta=b^2-4ac \Rightarrow \Delta=25-4(2)(7) \Rightarrow \Delta=25-56 \Rightarrow \Delta=-31$ لا يوجد حل لهذه المعادلة في الأعداد الحقيقية
	22	$y^2-14y+49=0$, a = 1 , b = -14 , c = 49 $\Delta=b^2-4ac \Rightarrow \Delta=196-4(1)(49) \Rightarrow \Delta=196-196 \Rightarrow \Delta=0$ للمعادلة جذران حقيقيان متساويان $y=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a} \Rightarrow y=\frac{14}{2} \Rightarrow y=7$

Scanned with CamScanner

الإجابة

23

$x^2 - (k+6)x + 49 = 0$

يكون للمعادلة جذران متساويين عندما $\Delta = 0$

$a = 1 \quad , \quad b = -(k+6) \quad , \quad c = 49$

$\Delta = 0 \Rightarrow (k+6)^2 - 4(1)(49) = 0 \Rightarrow (k+6)^2 = 196 \Rightarrow k+6 = \pm 14$

$\Rightarrow \begin{cases} k+6 = 14 \Rightarrow k = 8 \\ \text{or } k+6 = -14 \Rightarrow k = -20 \end{cases}$

التحقق : i) عندما $k = 8$ فإن

$x^2 - (k+6) + 49 = 0 \Rightarrow x^2 - 14x + 49 = 0 \Rightarrow (x-7)^2 = 0 \Rightarrow x - 7 = 0 \Rightarrow x = 7$

ii) عندما $k = -20$ فإن

$x^2 - (k+6)x + 49 = 0 \Rightarrow x^2 + 14x + 49 = 0 \Rightarrow (x+7)^2 = 0 \Rightarrow x + 7 = 0 \Rightarrow x = -7$

24

$4y^2 - (k-6)y + 36 = 0$

تكون للمعادلة جذران حقيقيان متساويان عندما $\Delta = 0$

$a = 4 \quad , \quad b = -(k-6) \quad , \quad c = 36$

$\Delta \Rightarrow b^2 - 4ac = 0 \Rightarrow \Delta = (k-6)^2 - 4(4)(36) = 0 \Rightarrow (k-6)^2 = (24)^2 \Rightarrow k - 6 = \pm 24$

$\Rightarrow \begin{cases} k - 6 = 24 \Rightarrow k = 30 \\ \text{or } k - 6 = -24 \Rightarrow k = -18 \end{cases}$

التحقق : i) عندما $k = 30$ فان

$4y^2 - (k-6)y + 36 = 0 \Rightarrow 4y^2 - 24y + 36 = 0$

$\Rightarrow y^2 - 6y + 9 = 0 \Rightarrow (y-3)^2 = 0 \Rightarrow y = 3$

ii) عندما $k = -18$ فان

$4y^2 - (k-6)y + 36 = 0 \Rightarrow 4y^2 + 24y + 36 = 0$

$\Rightarrow y^2 - 6y + 9 = 0 \Rightarrow (y+3)^2 = 0 \Rightarrow y = -3$

25

$z^2 + 81 = (k+9)z \Rightarrow z^2 - (k+9)z + 81 = 0$

يكون للمعادلة جذران حقيقيان متساويان عندما $\Delta = 0$

$a = 1 \quad , \quad b = -(k+9) \quad , \quad c = 81$

$\Delta = 0 \Rightarrow b^2 - 4ac = 0 \Rightarrow (k+9)^2 - 4(1)(81) = 0 \Rightarrow (k+9)^2 = (18)^2 \Rightarrow k + 9 = \pm 18$

$\Rightarrow \begin{cases} k + 9 = 18 \Rightarrow k = 9 \\ \text{or } k + 9 = -18 \Rightarrow k = -27 \end{cases}$

التحقق : i) عندما $k = 9$ فان

$z^2 + 81 = (k+9)z \Rightarrow z^2 - 18z + 81 = 0$

$\Rightarrow (z-9)^2 = 0 \Rightarrow z - 9 = 0 \Rightarrow z = 9$

ii) عندما $k = -27$ فان

$z^2 - (k+9)z + 81 = 0 \Rightarrow z^2 + 18z + 81 = 0$

$\Rightarrow (z+9)^2 = 0 \Rightarrow z + 9 = 0 \Rightarrow z = -9$

Scanned with CamScanner

		الإجابة
	26	$2z^2 - 3z + 10 = 0 \quad , \quad a = 2 \quad , \quad b = -3 \quad , \quad c = 10$ $\Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow \Delta = 9 - 4(2)(10)$ $\Rightarrow \Delta = 9 - 80 = -71$ لا يوجد حل لهذه المعادلة حل في مجموعة الأعداد الحقيقية
تدرب وحل مسائل حياتية	27	$5t^2 + 60t = 140 \Rightarrow 5t^2 + 60t - 140 = 0$ $\Rightarrow t^2 + 12t - 28 = 0 \Rightarrow \quad a = 1 \quad , \quad b = 12 \quad , \quad c = -28$ $t = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \Rightarrow t = \frac{-12 \pm \sqrt{144 - 4(1)(-28)}}{2} \Rightarrow t = \frac{-12 \pm \sqrt{144 + 112}}{2}$ $\Rightarrow t = \frac{-12 \pm \sqrt{256}}{2} \Rightarrow t = \frac{-12 \pm 16}{2}$ $\Rightarrow \begin{cases} t = \frac{-12 + 16}{2} = 2 \\ \text{or} \quad t = \frac{-12 - 16}{2} = -14 \end{cases}$ يهمل الزمن الذي وصلت به الى ارتفاع 140m هو 2sec
	28	$p^2 - 30p + 225 = 0 \quad , \quad a = 1 \quad , \quad b = -30 \quad , \quad c = 225$ $p = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \Rightarrow p = \frac{30 \pm \sqrt{900 - 4(1)(225)}}{2(1)}$ $\Rightarrow p = \frac{30 \pm 6\sqrt{900 - 900}}{2} \Rightarrow p = \frac{30}{2} = 15$ مبلغ الربح هو 15 ألف دينار في البدلة الواحدة , لذا 105= 15- 120 لذا سعر كلفة البدلة الواحدة هو 105 ألف دينار
فكر	29	i) $x^2 + 8x - 10 = 0 \Rightarrow \quad , a = 1 \quad , \quad b = 8 \quad , \quad c = -10$ $\Delta = b^2 - 4ac = 0 \Rightarrow \Delta = 64 - 4(1)(-10)$ $\Rightarrow \Delta = 64 + 40 \Rightarrow \Delta = 104$ للمعادلة جذران حقيقيان غير نسبيين $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \Rightarrow x = \frac{-8 \pm \sqrt{104}}{2}$ $\Rightarrow x = \frac{-8 \pm 2\sqrt{26}}{2} \Rightarrow x = -4 \pm \sqrt{26}$ $\Rightarrow \begin{cases} x = -4 + \sqrt{26} \\ \text{or} \quad x = -4 - \sqrt{26} \end{cases} \Rightarrow s = \{-4 + \sqrt{26}, -4 - \sqrt{26}\}$ ii) $3y^2 - 6y - 42 = 0 \Rightarrow y^2 - 2y - 14 = 0 \quad , a = 1 \quad , \quad b = -2 \quad , \quad c = -14$ $\Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow \Delta = 4 - 4(1)(-14)$ $\Rightarrow \Delta = 4 + 56 \Rightarrow \Delta = 60$ للمعادلة جذران حقيقيان غير نسبيين $y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \Rightarrow y = \frac{2 \pm \sqrt{60}}{2}$ $\Rightarrow y = \frac{2 \pm 2\sqrt{15}}{2} \Rightarrow y = 1 \pm \sqrt{15}$ $\Rightarrow \begin{cases} y = 1 + \sqrt{15} \\ \text{or} \quad y = 1 - \sqrt{15} \end{cases} \Rightarrow s = \{1 + \sqrt{15}, 1 - \sqrt{15}\}$

Scanned with CamScanner

		الإجابة
	30	$2x^2 - 3x - 9 = 0 \Longrightarrow \quad , a = 2 \quad , \quad b = -3 \quad , \quad c = -9$ $\Delta = b^2 - 4ac \quad \Longrightarrow \Delta = 9 - 4(2)(-9)$ $\Longrightarrow \Delta = 9 + 72 \Longrightarrow \Delta = 81$ للمعادلة جذران حقيقيان نسبيان
	31	$a = 1 \quad , \quad b = -8 \quad , \quad c = 16$ $\Delta = b^2 - 4ac \quad \Longrightarrow \Delta = 64 - 4(1)(16) \Longrightarrow \Delta = 0$ بما أن المقدار المميز يساوي صفراً لذا فإن للمعادلة جذرين حقيقيين متساويين يمكن حسابهما $\frac{-b}{2a}$ لذا $z = \frac{8}{2} = 4$
أكتب		$x^2 - 20x + 100 = 0 \Longrightarrow \quad , a = 1 \quad , \quad b = -20 \quad , \quad c = 100$ $\Delta = b^2 - 4ac \quad \Longrightarrow \Delta = 400 - 4(1)(100) = 0$ بما أن المقدار المميز يساوي صفراً لذا فان للمعادلة جذرين حقيقيين متساويين

Scanned with CamScanner

		الإجابة
تأكد من فهمك	1	نضرب طرفي المعادلة في LCM $(4x^2)$ $\frac{1}{x}+\frac{1}{2}=\frac{6}{4x^2}$ $\Rightarrow \frac{1}{x}(4x^2)+\frac{1}{2}(4x^2)=\frac{6}{4x^2}(4x^2)$ $\Rightarrow 4x+2x^2=6 \Rightarrow 2x^2+4x-6=0$ $\Rightarrow x^2+2x-3=0 \Rightarrow (x-1)(x+3)=0$ $\Rightarrow x-1=0$ or $x+3=0 \Rightarrow x=1$ or $x=-3$ $s=\{1,-3\}$ التحقق: i) عندما $x = 1$ فان $L.S=\frac{1}{x}+\frac{1}{2}=1+\frac{1}{2}=\frac{3}{2}$ $R.S=\frac{6}{4x^2}=\frac{6}{4(1)}=\frac{3}{2}=L.S$ ii) عندما $x = -3$ فان $L.S=\frac{1}{-3}+\frac{1}{2}=\frac{-2+3}{6}=\frac{1}{6}$ $R.S=\frac{6}{2(-3)^2}=\frac{6}{36}=\frac{1}{6}=L.S$
	2	نضرب طرفي المعادلة في LCM $(10y)$ $\frac{y}{2}-\frac{7}{5}=\frac{3}{10y}$ $\Rightarrow 5y^2-14y=3 \Rightarrow 5y^2-14y-3=0 \Rightarrow (5y+1)(y-3)=0$ $\Rightarrow \begin{cases} 5y+1=0 \Rightarrow y=-\frac{1}{5} \\ \text{or } y-3=0 \Rightarrow y=3 \end{cases} \Rightarrow s=\{-\frac{1}{5},3\}$ التحقق: i) عندما $y = -\frac{1}{5}$ فان $L.S=\frac{y}{2}-\frac{7}{5}=\frac{-\frac{1}{5}}{2}-\frac{7}{5}=-\frac{1}{10}-\frac{7}{5}=\frac{-3}{2}$ $R.S=\frac{3}{10y}=\frac{3}{10\cdot-\frac{1}{5}}=\frac{-3}{2}=L.S$ ii) عندما $y = 3$ فان $L.S=\frac{y}{2}-\frac{7}{5}=\frac{3}{2}-\frac{7}{5}=\frac{15-14}{10}=\frac{1}{10}$ $R.S=\frac{3}{10(3)}=\frac{1}{10}=L.S$
	3	نضرب طرفي المعادلة في $(2x)$ $\frac{x+4}{2}=\frac{-3}{2x}$ $\Rightarrow x(x+4)=-3 \Rightarrow x^2+4x+3=0 \Rightarrow (x+1)(x+3)=0$ $\Rightarrow \begin{cases} x+1=0 \Rightarrow x=-1 \\ \text{or } x+3=0 \Rightarrow x=-3 \end{cases} \Rightarrow s=\{-1,-3\}$ التحقق: i) عندما $x = -1$ فان $L.S=\frac{x+4}{2}=\frac{-1+4}{2}=\frac{3}{2}$ $R.S=\frac{-3}{2(-1)}=\frac{3}{2}=L.S$

Scanned with CamScanner

		الإجابة
تأكد من فهمك	3	ii) عندما $x = -3$ فان $L.S = \frac{x+4}{2} = \frac{-3+4}{2} = \frac{1}{2}$ $R.S = \frac{-3}{2(-3)} = \frac{1}{2} = L.S$
	4	$\frac{y+1}{y^2} = \frac{3}{4}$ نضرب طرفي المعادلة في $(4y^2)$ $\Rightarrow 4(y+1) = 3y^2 \Rightarrow 3y^2 - 4y - 4 = 0 \Rightarrow (3y+2)(y-2) = 0$ $\Rightarrow \begin{cases} 3y+2=0 \Rightarrow y = \frac{-2}{3} \\ \text{or} \quad y-2=0 \Rightarrow y=2 \Rightarrow s = \{\frac{-2}{3}, 2\} \end{cases}$ التحقيق : i) عندما $y = \frac{-2}{3}$ فان $L.S = \frac{y+1}{y^2} = \frac{\frac{-2}{6}+1}{(\frac{-2}{3})^2} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{4}{9}} = \frac{9}{12} = \frac{3}{4} = R.S$ ii) عندما $y = 2$ فان $L.S = \frac{y+1}{y^2} = \frac{2+1}{2^2} = \frac{3}{4} = R.S$
	5	$\frac{9x-14}{x-5} = \frac{x^2}{x-5}$ نضرب طرفي المعادلة في $(x-5)$ $9x - 14 = x^2 \Rightarrow x^2 - 9x + 14 = 0 \Rightarrow (x-2)(x-7) = 0$ $\Rightarrow \begin{cases} x-2=0 \Rightarrow x=2 \\ \text{or} \quad x-7=0 \Rightarrow x=-7 \Rightarrow s = \{2, 7\} \end{cases}$ التحقيق : i) عندما $x = 2$ فان $L.S = \frac{9x-14}{x-5} = \frac{18-14}{2-5} = \frac{4}{-3}$ $R.S = \frac{2x}{x-5} = \frac{4}{-3} = L.S$ ii) عندما $x = 7$ فان $L.S = \frac{9x-14}{x-5} = \frac{63-14}{7-5} = \frac{49}{2}$ $R.S = \frac{x^2}{x-5} = \frac{49}{2} = L.S$

Scanned with CamScanner

تأكد من فهمك		الإجابة
	6	نضرب طرفي المعادلة في $(y^2-6)(y+3)$ $\frac{1}{y^2-6}=\frac{2}{y+3}$ $y+3=2(y^2-6)\Rightarrow 2y^2-12-y-3=0\Rightarrow 2y^2-y-15=0\Rightarrow(2y+5)(y-3)=0$ $\Rightarrow\begin{cases}2y+5=0\Rightarrow y=\frac{-5}{2}\\ \text{or}\quad y-3=0\Rightarrow y=3\end{cases}\Rightarrow s=\{\frac{-5}{2},3\}$ التحقق: i) عندما $y=\frac{-5}{2}$ فان $L.S=\frac{1}{y^2-6}=\frac{1}{\frac{25}{4}-6}=\frac{1}{\frac{1}{4}}=4$ $R.S=\frac{2}{y+3}=\frac{2}{\frac{-5}{2}+3}=\frac{1}{\frac{1}{2}}=4=L.S$ ii) عندما $y=3$ فان $L.S=\frac{1}{y^2-6}=\frac{1}{9-6}=\frac{1}{3}$ $R.S=\frac{2}{y+3}=\frac{2}{3+3}=\frac{1}{6}=\frac{1}{3}=L.S$
	7	نضرب طرفي المعادلة في $(y+2)(y-1)$ $\frac{y-4}{y+2}-\frac{2}{y-2}=\frac{17}{y^2-4}$ $\Rightarrow\frac{y-4}{y+2}=\frac{2}{y-2}=\frac{17}{(y+2)(y-2)}\Rightarrow(y-4)(y-2)-2(y+2)=17$ $\Rightarrow y^2-6y+8-2y-4-17=0\Rightarrow y^2-8y-13=0$, $a=1$, $b=-8$, $c=-13$ $\Rightarrow y=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a}\Rightarrow y=\frac{8\pm\sqrt{64-4(1)(-13)}}{2}$ $\Rightarrow y=\frac{8\pm\sqrt{29}}{2}\Rightarrow y=4\pm\sqrt{29}$ $\Rightarrow\begin{cases}y=4+\sqrt{29}\\ \text{or}\quad y=4-\sqrt{29}\end{cases}\Rightarrow s=\{4+\sqrt{29},4-\sqrt{29}\}$
	8	نضرب طرفي المعادلة في $(x-3)(x+2)$ $\frac{9}{x^2-x-6}-\frac{5}{x-3}=1\Rightarrow\frac{9}{(x-3)(x+2)}-\frac{5}{x-3}=1$ $\Rightarrow 9-5(x+2)=(x-3)(x+2)$ $\Rightarrow 9-5x-10=x^2-x-6\Rightarrow x^2+4x-5=0\Rightarrow(x+5)(x-1)=0$ $\Rightarrow\begin{cases}x+5=0\Rightarrow x=-5\\ \text{or}\quad x-1=0\Rightarrow x=1\end{cases}\Rightarrow s=\{-5,1\}$

Scanned with CamScanner

		الإجابة
تأكد من فهمك	9	$\frac{12}{y^2-16}+\frac{6}{y+4}=2$ نضرب طرفي المعادلة في $(y-4)(y+4)$ ، $\Rightarrow \frac{12}{(y-4)(y+4)}+\frac{6}{y+4}=2$ $\Rightarrow 12+6(y-4)=2(y-4)(y+4) \Rightarrow 12+6y-24=2y^2-32$ $\Rightarrow 2y^2-6y-20=0 \Rightarrow (2y+4)(y-5)=0$ $\Rightarrow \begin{cases} 2y+4=0 \Rightarrow y=-2 \\ \text{or } \; y-5=0 \Rightarrow y=5 \end{cases} \Rightarrow s=\{-2,5\}$
	10	نضرب طرفي المعادلة في $(x+1)(x-1)$ $\frac{2x}{x+1}+\frac{3x}{x-1}=\frac{8+7x+3x^2}{(x+1)(x-1)} \Rightarrow 2x(x-1)+3x(x+1)=8+7x+3x^2$ $\Rightarrow 2x^2-2x+3x^2+3x=8+7x+3x^2$ $\Rightarrow 2x^2-6x-8=0 \Rightarrow x^2-3x-4=0 \Rightarrow (x-4)(x+1)=0$ $\Rightarrow \begin{cases} x-4=0 \Rightarrow x=4 \\ \text{or } \; x+1=0 \Rightarrow x=-1 \end{cases}$ يهمل لايحقق لانه يجعل المقام صفراً $\Rightarrow s=\{4\}$
تدرب وحل تمرينات	11	$\frac{4}{6x^2}+\frac{1}{3}=\frac{1}{x}$ نضرب طرفي المعادلة في $6x^2$ $\Rightarrow 4+2x^2=6x \Rightarrow 2x^2-6x+4=0 \Rightarrow x^2-3x+2=0$ $\Rightarrow (x-2)(x-1)=0 \Rightarrow \begin{cases} x-2=0 \Rightarrow x=2 \\ \text{or } \; x-1=0 \Rightarrow x=1 \end{cases} \Rightarrow s=\{2,1\}$ التحقق : i) عندما $x=2$ فان $L.S=\frac{4}{6x^2}+\frac{1}{3}=\frac{1}{6}+\frac{1}{3}=\frac{3}{6}=\frac{1}{2}$ $R.S=\frac{1}{x}=\frac{1}{2}=L.S$ ii) عندما $x=1$ فان $L.S=\frac{4}{6x^2}+\frac{1}{3}=\frac{4}{6}+\frac{1}{3}=\frac{2}{3}+\frac{1}{3}=1$ $R.S=\frac{1}{x}=1=L.S$

Scanned with CamScanner

الإجابة

تدرب وحل تمرينات

12

نضرب طرفي المعادلة في 12y

$$\frac{3y}{4}-\frac{6}{12y}+\frac{1}{4}=0$$

$$\Rightarrow 9y^2-6+3y=0 \Rightarrow 3y^2+y-2=0 \Rightarrow (3y-2)(y+1)=0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3y-2=0 \Rightarrow y=\frac{2}{3} \\ \text{or}\quad y+1=0 \Rightarrow y=-1 \end{cases} \Rightarrow s=\{\frac{2}{3}, -1\}$$

التحقق : i) عندما $y=\frac{2}{3}$ فان

$$L.S=\frac{3y}{4}-\frac{6}{12y}+\frac{1}{4}=\frac{3(\frac{2}{3})}{4}-\frac{6}{12(\frac{2}{3})}+\frac{1}{4}=\frac{1}{2}-\frac{3}{4}+\frac{1}{4}=0=R.S$$

ii) عندما $y=-1$ فان

$$L.S=\frac{3y}{4}-\frac{6}{12y}+\frac{1}{4}=\frac{3(-1)}{4}-\frac{6}{12(-1)}+\frac{1}{4}=\frac{-3}{4}+\frac{1}{2}+\frac{1}{4}=0=R.S$$

13

نضرب طرفي المعادلة في x^2

$$\frac{9x+22}{x^2}$$

$$9x+22=x^2 \Rightarrow x^2-9x-22=0 \Rightarrow (x-11)(x+2)=0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x-11=0 \Rightarrow x=11 \\ \text{or}\quad x+2=0 \Rightarrow x=-2 \end{cases} \Rightarrow s=\{11, -2\}$$

التحقق : i) عندما $x=11$ فان

$$L.S=\frac{9(11)+22}{(11)^2}=\frac{99+22}{121}=1=R.S$$

ii) عندما $x=-2$ فان

$$L.S=\frac{9(-2)+22}{(-2)^2}=\frac{-18+22}{4}=1=R.S$$

14

نضرب طرفي المعادلة في $(y+2)^2$

$$\frac{9}{(y+2)^2}=\frac{3y}{y+2}$$

$$\Rightarrow 9=3y(y+2) \Rightarrow 3y^2+6y-9=0$$

$$\Rightarrow y^2+2y-3=0 \Rightarrow (y-1)(y+3)=0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y-1=0 \Rightarrow y=1 \\ \text{or}\quad y+3=0 \Rightarrow y=-3 \end{cases} \Rightarrow s=\{1, -3\}$$

التحقق : i) عندما $y=1$ فان

$$L.S=\frac{9}{(1+2)^2}=1 \quad , \quad R.S=\frac{3(1)}{1+2}=1=L.S$$

ii) عندما $y=-3$ فان

$$L.S=\frac{9}{(-3+2)^2}=9 \quad , \quad R.S=\frac{3(-3)}{-3+2}=\frac{-9}{-1}=9=L.S$$

Scanned with CamScanner

تدرب وحل تمرينات

	الإجابة
15	

15

$$\frac{3}{x-4} - \frac{2}{x-3} = 1$$

نضرب طرفي المعادلة في $(x-3)\ (x-4)$

$$\Rightarrow 3(x-3) - 2(x-4) = (x-4)(x-3) \Rightarrow 3x - 9 - 2x + 8 = x^2 - 7x + 12$$

$$\Rightarrow x^2 - 8x + 13 = 0 \qquad , a = 1 \quad , b = -8 \quad , c = 13$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \Rightarrow x = \frac{8 \pm \sqrt{64 - 4(1)(13)}}{2}$$

$$\Rightarrow x = \frac{-8 \pm \sqrt{64 - 52}}{2} \Rightarrow x = \frac{8 \pm \sqrt{12}}{2} \Rightarrow x = 4 \pm \sqrt{3}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 4 + \sqrt{3} \\ \text{or} \quad x = 4 - \sqrt{3} \end{cases} \Rightarrow s = \{4 + \sqrt{3}\ , 4 - \sqrt{3}\}$$

16

$$\frac{y-5}{y+5} - \frac{y+5}{y-5} = \frac{4y^2 - 24}{y^2 - 25}$$

نضرب طرفي المعادلة في $(y+5)(y-5)$

$$\Rightarrow \frac{y-5}{y+5} - \frac{y+5}{y-5} = \frac{4y^2 - 24}{(y-5)(y+5)}$$

$$\Rightarrow (y-5)^2 - (y+5)^2 = 4y^2 - 24 \Rightarrow y^2 - 10y + 25 - y^2 - 10y - 25 = 4y^2 - 24$$

$$\Rightarrow -20y = 4y^2 - 24 \Rightarrow y^2 + 5y - 6 = (y+6)(y-1) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y + 6 = 0 \Rightarrow y = -6 \\ \text{or} \quad y - 1 = 0 \Rightarrow y = 1 \end{cases} \Rightarrow s = \{-6, 1\}$$

17

نضرب طرفي المعادلة في $(x + 4)\ (x - 3)$

$$\frac{6-x}{x^2 + x - 12} - \frac{2}{x+4} = 1 \Rightarrow \frac{6-x}{(x-3)(x+4)} - \frac{2}{x+4} = 1$$

$$\Rightarrow 6 - x - 2(x-3) = (x-3)(x+4) \Rightarrow 6 - x - 2x + 6 = x^2 + x - 12$$

$$\Rightarrow x^2 + 4x - 24 = 0 \qquad , a = 1 \quad , b = 4 \quad , c = -24$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \Rightarrow x = \frac{-4 \pm \sqrt{16 + 4(1)(24)}}{2} \Rightarrow x = \frac{-4 \pm \sqrt{112}}{2}$$

$$\Rightarrow x = \frac{-4 \pm 4\sqrt{7}}{2} \Rightarrow x = -2 \pm 2\sqrt{7}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = -2 + 2\sqrt{7} \\ \text{or} \quad x = -2 - 2\sqrt{7} \end{cases} \Rightarrow s = \{-2 + 2\sqrt{7}\ , -2 - 2\sqrt{7}\}$$

Scanned with CamScanner

الإجابة

تدرب وحل تمرينات

18

$$\frac{4+8y}{y^2-9}+\frac{6}{y-3}=3 \Rightarrow \frac{4+8y}{(y-3)(y+3)}+\frac{6}{y-3}=1$$

نضرب طرفي المعادلة في $(y-3)(y+3)$

$$4+8y+6(y+3)=3(y-3)(y+3)$$

$$\Rightarrow 4+8y+6y+18=3y^2-27 \Rightarrow 3y^2-14y-49=0$$

$$a=3 \quad , \quad b=-14 \quad , c=-49$$

$$y=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a} \Rightarrow y=\frac{14\pm\sqrt{196+4(3)(49)}}{6}$$

$$\Rightarrow y=\frac{-14\pm\sqrt{784}}{6} \Rightarrow y=\frac{14\pm 28}{6} \Rightarrow y=\frac{7\pm 14}{3}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} y=\frac{7+14}{3}=7 \\ \text{or} \quad y=\frac{7-14}{3}=\frac{-7}{3} \Rightarrow s=\{7\ ,\ \frac{-7}{3}\} \end{cases}$$

تدرب وحل مسائل حياتية

19

نفرض أن سرعته الأولى هي x

لذا الزمن الذي قطع فيه المسافة بين المدينتين عند السرعة x هو $\frac{60}{x}$

الزمن الذي قطع فيه المسافة بعد زيادة السرعة هو $\frac{60}{x+10}$

والمعادلة التي تمثل المسألة هي

$$\frac{60}{x}-\frac{60}{x+10}=1$$

نضرب طرفي المعادلة في $x(x+10)$

$$\Rightarrow 60(x+10)-60x=x(x+10)$$

$$\Rightarrow 60x+600-60x=x^2+10x$$

$$\Rightarrow x^2+10x-600=0 \Rightarrow (x+30)(x-20)=0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x+30=0 \Rightarrow x=-30 & \text{يهمل} \\ \text{or} \quad x-20=0 \Rightarrow x=20 \end{cases}$$

لذا سرعة راكب الدراجة أولاً هي 20km/h

20

نفرض سرعة الطائرة أولاً x ، الزمن الأول $\frac{350}{x}$

الزمن الثاني $\frac{350}{x+100}$ والمعادلة هي

$$\frac{350}{x}-\frac{350}{x+100}=\frac{12}{60}$$

نضرب طرفي المعادلة في $5x(x+100)$

$$\Rightarrow \frac{350}{x}-\frac{350}{x+100}=\frac{1}{5} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 5(350)(x+100)-5(350)x=x(x+100)$$

$$\Rightarrow 1750x+175000-1750x=x^2+100x$$

$$\Rightarrow x^2+100x-175000=0,\ a=1, b=100, c=-175000$$

$$x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a} \Rightarrow x=\frac{-100\pm\sqrt{10000+4(1)(175000)}}{2}$$

$$\Rightarrow x=\frac{-100\pm\sqrt{10000+700000}}{2} \Rightarrow x=\frac{-100\pm\sqrt{710000}}{2} \Rightarrow x\approx\frac{-100\pm 800}{2}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x\approx\frac{-100+800}{2}=350\ k/h & \text{سرعة الطائرة التقريبية أولاً} \\ \text{or} \quad x\approx\frac{-100-800}{2}=-450 & \text{يهمل} \end{cases}$$

$$\sqrt{710000}\approx\sqrt{640000}$$

Scanned with CamScanner

الإجابة

تدرب وحل مسائل حياتية

21

$T(x) = t_s + t_b + t_r$

$$2 = \frac{1}{x} + \frac{20}{5x} + \frac{4}{x+4}$$

نضرب طرفي المعادلة في $5x(x + 4)$

$$\Rightarrow 10x(x+4) = 5(x+4) + 20(x+4) + 20x \Rightarrow 10x^2 + 40x = 5x + 20 + 20x + 80 + 20x$$

$$\Rightarrow 10x^2 - 5x - 100 = 0 \Rightarrow 2x^2 - x - 20 = 0 \quad , a = 2 , b = -1 \quad , c = -20$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \Rightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{1 + 4(2)(20)}}{2(2)} \Rightarrow$$

$\boxed{\sqrt{161} \approx \sqrt{169} = 13}$

$$\Rightarrow x = \frac{1 \pm \sqrt{161}}{4} \Rightarrow x \approx \frac{1 \pm 13}{4} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x \approx \frac{1+13}{4} = \frac{14}{4} = \frac{7}{2} = 3.5 \\ \text{or} \quad x \approx \frac{1-13}{4} = \frac{-12}{4} = -3 \end{cases}$$ يهمل

اذن معدل السرعة التقريبية للسباق هي 3.5 km/h

فكر

22

$$\frac{3}{x+5} + \frac{4}{5-x} = \frac{x^2 - 15x + 14}{x^2 - 25}$$

$$\Rightarrow \frac{3}{x+5} - \frac{4}{x-5} = \frac{x^2 + 15x - 14}{(x-5)(x+5)}$$

نضرب طرفي المعادلة في $(x - 5)(x + 5)$

$$\Rightarrow 3(x - 5) - 4(x + 5) = x^2 + 15x + 14$$

$$\Rightarrow 3x - 15 - 4x - 20 = x^2 - 15x + 14 \Rightarrow x^2 - 14x + 49 = 0 \Rightarrow (x - 7)^2 = 0$$

$$\Rightarrow x - 7 = 0 \Rightarrow x = 7$$

23

$$\frac{2}{x-7} \times \frac{1}{x-1} = 1 \Rightarrow \frac{2}{(x-7)(x-1)} = 1$$

$$\Rightarrow 2 = x^2 - 8x + 7 \Rightarrow x^2 - 8x + 5 = 0 \quad , a = 1 \quad , b = -8 \quad , c = 5$$

$$\Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow \Delta = 64 - 4(1)(5) \Rightarrow \Delta = 64 - 20 = 44$$

بما أن المقدار المميز يساوي مربعاً كاملاً لذا ان جذري المعادلة حقيقيان غير نسبيين .

أكتب

$$\frac{1}{x+6} - \frac{5}{x-6} = 2$$

نضرب طرفي المعادلة في $(x + 6)(x - 6)$

$$\Rightarrow (x - 6) - 5(x + 6) = 2(x + 6)(x - 6) \Rightarrow x - 6 - 5x - 30 = 2x^2 - 72$$

$$\Rightarrow 2x^2 + 4x - 36 = 0 \Rightarrow x^2 + 2x - 18 = 0 \quad , a = 1 \quad , b = 2 \quad , c = -18$$

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \Rightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 4(1)(18)}}{2} \Rightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{4 + 72}}{2}$$

$$\Rightarrow x = \frac{-2 \pm \sqrt{76}}{2} \Rightarrow x = \frac{-2 \pm 2\sqrt{19}}{2} \Rightarrow x = -1 \pm \sqrt{19}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x = -1 + \sqrt{19} \\ \text{or} \quad x = -1 - \sqrt{19} \end{cases} = \quad s = \{-1 + \sqrt{19} , -1 - \sqrt{19}\}$$

Scanned with CamScanner

1

نفرض أن طول ضلع الحديقة هو x
المعادلة التي تمثل المسألة هي

$x^2 = 4^2 + 84$

$\Rightarrow x^2 = 16 + 84 \Rightarrow x^2 = 100 \Rightarrow x = \pm 10 \Rightarrow x = 10$ or $x = -10$ يهمل

اذن طول ضلع الحديقة هو 10m

2

نفرض أن عرض المنطقة هو x
لذا طول المنطقة x + 2
مساحة المنطقة = الطول × العرض

$x(x+2) = 15 \Rightarrow x^2 + 2x - 15 = 0 \Rightarrow (x+5)(x-3) = 0$

$\Rightarrow \begin{cases} x + 5 = 0 \Rightarrow x = -5 & \text{يهمل} \\ \text{or } x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3 \end{cases}$

لذا عرض المنطقة المستطيلة هو 3m وطولها هو 5m

3

$x^2 - 30x = 175 \Rightarrow x^2 - 30x - 175 = 0 \Rightarrow (x-35)(x+5) = 0$

$\Rightarrow \begin{cases} x - 35 = 0 \Rightarrow x = 35 \\ \text{or } x + 5 = 0 \Rightarrow x = -5 & \text{يهمل} \end{cases}$

لذا طول ضلع المنطقة هي 35km

4

$2t^2 + 30t = 200 \Rightarrow t^2 + 15t - 100 = 0 \Rightarrow (t+20)(t-5) = 0$

$\Rightarrow \begin{cases} t + 20 = 0 \Rightarrow t = -20 & \text{يهمل} \\ \text{or } t - 5 = 0 \Rightarrow t = 5 \end{cases}$

الزمن الذي وصلت به الألعاب النارية الى ارتفاع 200m هو 5sec

سلسلة الناجح في الرياضيات

Scanned with CamScanner

	الإجابة
[3- 1] تدريب	$x + y = 2$ .... ❶ $\mp x \mp 5y = -4$ .... ❷ بالطرح $-4y = -2 \Rightarrow y = \frac{1}{2}$ نعوض عن قيمة y بالمعادلة(1) لإيجاد قيمة x $x + y = 2 \Rightarrow x + \frac{1}{2} = 2 \Rightarrow x = 2 - \frac{1}{2} \Rightarrow x = \frac{3}{2}$ $\Rightarrow S = \{(\frac{3}{2}, \frac{1}{2})\}$
[3- 2] تدريب:1	$x^2 - 64 = 0 \Rightarrow (x - 8)(x + 8) = 0$ $\Rightarrow \begin{cases} x - 8 = 0 \Rightarrow x = 8 \\ \text{or } x + 8 = 0 \Rightarrow x = -8 \end{cases} \Rightarrow S = \{8, -8\}$
تدريب:2	$y^2 = 49 \Rightarrow y = \pm 7 \Rightarrow S = \{7, -7\}$
[3- 3] تدريب:1	$x^2 - 10x + 21 = 0 \Rightarrow (x - 7)(x - 3) = 0$ $\Rightarrow \begin{cases} x - 7 = 0 \Rightarrow x = 7 \\ \text{or } x - 3 = 0 \Rightarrow x = 3 \end{cases} \Rightarrow S = \{7, 3\}$
تدريب:2	$4y^2 + 16y - 9 = 0 \Rightarrow (2y - 1)(2y + 9) = 0$ $\Rightarrow \begin{cases} 2y - 1 = 0 \Rightarrow y = \frac{1}{2} \\ \text{or } 2y + 9 = 0 \Rightarrow y = \frac{-9}{2} \end{cases}$ $\Rightarrow S = \{\frac{1}{2}, \frac{-9}{2}\}$
[3- 4] تدريب:1	$4x^2 - 28x + 49 = 0 \Rightarrow (2x - 7)^2 = 0 \Rightarrow 2x - 7 = 0 \Rightarrow x = \frac{7}{2} \Rightarrow S = \{\frac{7}{2}\}$
تدريب:2	$x^2 - 12x = 28 \Rightarrow x^2 - 12x + 36 = 28 + 36$ نضيف الى طرفي المعادلة $(12 \times \frac{1}{2})^2 = 36$ $\Rightarrow (x - 6)^2 = 64 \Rightarrow x - 6 = \pm 8$ $\Rightarrow \begin{cases} x - 6 = 8 \Rightarrow x = 14 \\ \text{or } x - 6 = -8 \Rightarrow x = -2 \end{cases} \Rightarrow S = \{14, -2\}$

Scanned with CamScanner

	الإجابة
[3- 5] تدريب:1	$x^2 - 3x - 8 = 0 \quad , \quad a = 1 \quad , \quad b = -3 \quad , \quad c = -8$ $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \Rightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 4(1)(8)}}{2} \Rightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 32}}{2} \Rightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{41}}{2}$ $\Rightarrow \begin{cases} x = \frac{3 + \sqrt{41}}{2} \\ \text{or} \quad x = \frac{3 - \sqrt{41}}{2} \end{cases}$ $\Rightarrow S = \{\frac{3 + \sqrt{41}}{2} , \frac{3 - \sqrt{41}}{2}\}$
[3- 5] تدريب:2	$2x^2 - 7x - 3 = 0 \quad , \quad a = 2 \quad , \quad b = -7 \quad , \quad c = -3$ $\Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow \Delta = 49 - 4(2)(-3) \Rightarrow \Delta = 49 + 24 \Rightarrow \Delta = 73$ المعادلة جذران حقيقيان غير نسبيين
[3- 6] تدريب	$\frac{2x}{x-4} + \frac{x}{x+4} = \frac{32}{x^2 - 16} \Rightarrow \frac{2x}{x-4} + \frac{x}{x+4} = \frac{32}{(x-4)(x+4)}$ نضرب طرفي المعادلة في $(x-4)(x+4)$ $\Rightarrow 2x(x+4) + x(x-4) = 32$ $\Rightarrow 2x^2 + 8x + x^2 - 4x = 32 \Rightarrow 3x^2 + 4x - 32 = 0$ $\Rightarrow (3x - 8)(x + 4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} 3x - 8 = 0 \Rightarrow x = \frac{8}{3} \\ \text{or} \quad x + 4 = 0 \Rightarrow x = -4 \end{cases}$ يهمل لا يحقق المعادلة $\Rightarrow S = \{\frac{8}{3}\}$ التحقق : عندما $x = \frac{8}{3}$ فان $L.S = \frac{2(\frac{8}{3})}{\frac{8}{3} - 4} + \frac{\frac{8}{3}}{\frac{8}{3} + 4} = \frac{\frac{16}{3}}{\frac{-4}{3}} + \frac{\frac{8}{3}}{\frac{20}{3}} = \frac{16}{3} \times \frac{3}{-4} + \frac{8}{3} \times \frac{3}{20} = -4 + \frac{2}{5} = \frac{-18}{5}$ $R.S = \frac{32}{\frac{64}{9} - 16} = \frac{32}{\frac{64 - 144}{9}} = \frac{32}{\frac{-80}{9}} = 32 \times \frac{9}{-80} = \frac{-18}{5} = L.S$

Scanned with CamScanner

الإجابة

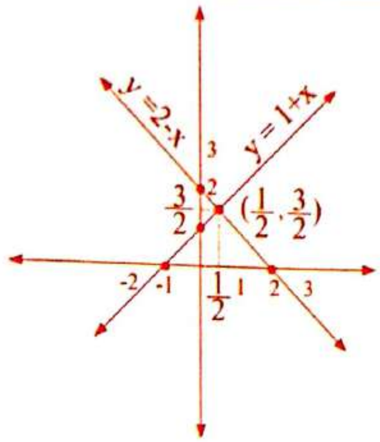
1

$y = 1 + x$

$y = 2 - x$

x	y = 2 - x
0	2
2	0

x	y = 1 + x
0	1
-1	0



نرسم المعادلتين في المستوي

ونقطة التقاطع هي $(\frac{1}{2}, \frac{3}{2})$

$S = \{(\frac{1}{2}, \frac{3}{2})\}$

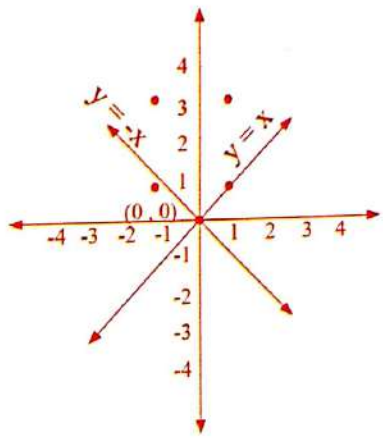
2

$y + x = 0 \Rightarrow y = -x$

$y - x = 0 \Rightarrow y = x$

x	y = -x
0	0
1	-1
-1	1

x	y = x
0	0
-1	-1



نرسم المستقيمين اللذين يمثلان المعادلتين في المستوي و نقطة تقاطعها هي (0,0)

$S = \{(0, 0)\}$

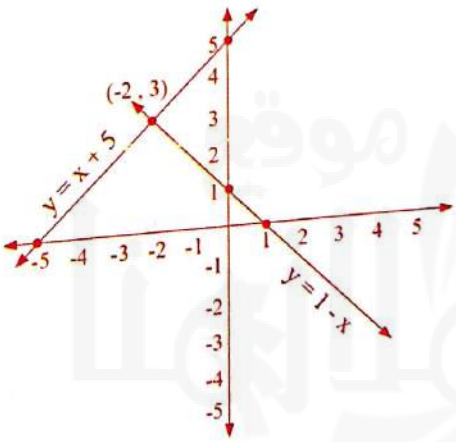
3

$y - x - 5 = 0 \Rightarrow y = x + 5$

$y + x - 1 = 0 \Rightarrow y = 1 - x$

x	y = x + 5
0	5
-5	0

x	y = 1 - x
0	1
1	0



نقطة تقاطع المستقيمين هي (2,3-)

$S = \{(-2, 3)\}$

Scanned with CamScanner

	الإجابة
4	$2x + y = 1$ .... ❶ $x - y = 8$ .... ❷ من المعادلة (2) $y = x - 8$ .... ❸ نعوض عن قيمة y بالمعادلة (1) $2x + x - 8 = 1 \Rightarrow 3x = 9 \Rightarrow x = 3$ نعوض عن قيمة x بالمعادلة (3) لايجاد قيمة y $y = 3 - 8 \Rightarrow y = -5$ مجموعة الحل $S = \{(3, -5)\}$
5	$4x - 2y = -4$ .... ❶ $x + y = 6$ .... ❷ من المعادلة (2) $x = 6 - y$ .... ❸ نعوض عن قيمة x بالمعادلة (1) $4(6 - y) - 2y = -4 \Rightarrow 24 - 4y - 2y = -4$ $\Rightarrow -6y = -28 \Rightarrow y = \frac{-28}{-6} \Rightarrow y = \frac{14}{3}$ نعوض عن قيمة y بالمعادلة (3) لايجاد قيمة x $x = 6 - \frac{14}{3} \Rightarrow x = \frac{4}{3}$ مجموعة الحل $S = \{(\frac{4}{3}, \frac{14}{3})\}$
6	$\frac{x}{3} + \frac{y}{2} = 1$ .... ❶ $x + y = 2$ .... ❷ من المعادلة (2) $x = 2 - y$ .... ❸ نعوض عن قيمة x بالمعادلة (1) نضرب طرفي المعادلة في 6 $\frac{2 - y}{3} + \frac{y}{2} = 1 \Rightarrow 2(2 - y) + 3y = 6$ $\Rightarrow 4 - 2y + 3y = 6 \Rightarrow y = 2$ نعوض عن قيمة y بالمعادلة (2) لايجاد قيمة x $x + 2 = 2 \Rightarrow x = 0$ مجموعة الحل $S = \{(0, 2)\}$
7	$9x^2 - 25 = 0 \Rightarrow (3x - 5)(3x + 5) = 0$ $\Rightarrow \begin{cases} 3x - 5 = 0 \Rightarrow x = \frac{5}{3} \\ \text{or } 3x + 5 = 0 \Rightarrow x = -\frac{5}{3} \Rightarrow S = \{\frac{5}{3}, -\frac{5}{3}\} \end{cases}$
8	$3y^2 - 12 = 0 \Rightarrow 3(y^2 - 4) = 0 \Rightarrow y^2 - 4 = 0 \Rightarrow (y - 2)(y + 2) = 0$ $\Rightarrow \begin{cases} y - 2 = 0 \Rightarrow y = 2 \\ \text{or } y + 2 = 0 \Rightarrow y = -2 \Rightarrow S = \{2, -2\} \end{cases}$

Scanned with CamScanner

	الإجابة
9	$(7-z)^2-1=0 \Rightarrow [(7-z)-1][(7-z)+1]=0$ $\Rightarrow \begin{cases} 7-z-1=0 \Rightarrow z=6 \\ \text{or } 7-z+1=0 \Rightarrow z=8 \Rightarrow S=\{6,8\} \end{cases}$
10	$x^2=49 \Rightarrow x=\pm 7 \Rightarrow S=\{7,-7\}$
11	$81-y^2=0 \Rightarrow y^2=81 \Rightarrow y=\pm 9 \Rightarrow S=\{9,-9\}$
12	$z^2=\frac{36}{9} \Rightarrow z=\pm\frac{6}{3} \Rightarrow z=\pm 2 \Rightarrow S=\{2,-2\}$
13	$x^2+9x+18=0 \Rightarrow (x+3)(x+6)=0$ $\Rightarrow \begin{cases} x+3=0 \Rightarrow x=-3 \\ \text{or } x+6=0 \Rightarrow x=-6 \Rightarrow S=\{-3,-6\} \end{cases}$
14	$z^2-2z-48=0 \Rightarrow (z-8)(z+6)=0$ $\Rightarrow \begin{cases} z-8=0 \Rightarrow z=8 \\ \text{or } z+6=0 \Rightarrow z=-6 \Rightarrow S=\{8,-6\} \end{cases}$
15	$3x^2-x-10=0 \Rightarrow (3x+5)(x-2)=0$ $\Rightarrow \begin{cases} 3x+5=0 \Rightarrow x=\frac{-5}{3} \\ \text{or } x-2=0 \Rightarrow x=2 \Rightarrow S=\{\frac{-5}{3},2\} \end{cases}$
16	$7z^2-18z-9=0 \Rightarrow (7z+3)(z-3)=0$ $\Rightarrow \begin{cases} 7z+3=0 \Rightarrow z=-\frac{3}{7} \\ \text{or } z-3=0 \Rightarrow z=3 \Rightarrow S=\{-\frac{3}{7},3\} \end{cases}$
17	نفرض أن العدد x المعادلة التي تمثل المسألة $4x-x^2=3$ $\Rightarrow x^2-4x+3=0 \Rightarrow (x-3)(x-1)=0$ $\Rightarrow \begin{cases} x-3=0 \Rightarrow x=3 \\ \text{or } x-1=0 \Rightarrow x=1 \Rightarrow S=\{3,1\} \end{cases}$ العدد إما 3 أو 1
18	نفرض أن عرض الحوض هو x لذا طول الحوض هو 2x + 4 المعادلة التي تمثل المسألة هي $x(2x+4)=48$ $\Rightarrow 2x^2+4x-48=0 \Rightarrow x^2+2x-24=0$ $\Rightarrow (x-4)(x+6)=0 \Rightarrow \begin{cases} x-4=0 \Rightarrow x=4 \\ \text{or } x+6=0 \Rightarrow x=-6 \end{cases}$ يهمل لذا عرض الحوض هو 4m وطوله 12m

Scanned with CamScanner

	الإجابة
19	$x^2 - 16x + 64 = 0 \Rightarrow (x-8)^2 = 0 \Rightarrow x - 8 = 0 \Rightarrow x = 8$
20	$\frac{1}{9} - \frac{1}{3}z + \frac{1}{4}z^2 = 0 \Rightarrow (\frac{1}{3} - \frac{1}{2}z)^2 = 0 \Rightarrow \frac{1}{3} - \frac{1}{2}z = 0 \Rightarrow \frac{1}{2}z = \frac{1}{3} \Rightarrow z = \frac{2}{3}$
21	اضافة $49 = (\frac{14}{2})^2$ الى الطرفين $x^2 - 14x = 32 \Rightarrow x^2 - 14x + 49 = 32 + 49$ $\Rightarrow (x-7)^2 = 81 \Rightarrow x - 7 = \pm 9$ $\Rightarrow \begin{cases} x - 7 = 9 \Rightarrow x = 16 \\ \text{or } x - 7 = -9 \Rightarrow x = -2 \end{cases}$ $\Rightarrow S = \{16, -2\}$
22	بقسمة الحدود على 4 اضافة $\frac{25}{4} = (\frac{5}{2})^2$ الى الطرفين $4y^2 + 20y - 11 = 0 \Rightarrow 4y^2 + 20y = 11$ $\Rightarrow y^2 + 5y = \frac{11}{4} \Rightarrow y^2 + 5y + \frac{25}{4} = \frac{11}{4} + \frac{25}{4}$ $\Rightarrow (y + \frac{5}{2})^2 = \frac{36}{4} \Rightarrow y + \frac{5}{2} = \pm \frac{6}{2}$ $\Rightarrow \begin{cases} y + \frac{5}{2} = \frac{6}{2} \Rightarrow y = \frac{6}{2} - \frac{5}{2} = \frac{1}{2} \\ \text{or } y + \frac{5}{2} = -\frac{6}{2} \Rightarrow y = -\frac{6}{2} - \frac{5}{2} = -\frac{11}{2} \end{cases}$ $\Rightarrow S = \{\frac{1}{2}, -\frac{11}{2}\}$
23	m اضافة $\frac{4}{36} = (\frac{2}{6})^2$ الى الطرفين $z^2 - \frac{2}{3}z = 1 \Rightarrow z^2 - \frac{2}{3}z + \frac{4}{36} = 1 + \frac{4}{36} \Rightarrow (z - \frac{2}{6})^2 = \frac{40}{36} \Rightarrow z - \frac{2}{6} = \pm \frac{2\sqrt{10}}{6}$ $\Rightarrow \begin{cases} z - \frac{2}{6} = \frac{2\sqrt{10}}{6} \Rightarrow z = \frac{2 + 2\sqrt{10}}{6} = \frac{1+\sqrt{10}}{3} \\ \text{or } z - \frac{2}{6} = \frac{-2\sqrt{10}}{6} \Rightarrow z = \frac{2 - 2\sqrt{10}}{6} = \frac{1-\sqrt{10}}{3} \end{cases}$ $\Rightarrow S = \{\frac{1+\sqrt{10}}{3}, \frac{1-\sqrt{10}}{3}\}$
24	$x^2 - 3x - 7 = 0$, $a = 1$, $b = -3$, $c = -7$ $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \Rightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{9 - 4(1)(-7)}}{2(1)} \Rightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{9 + 28}}{2} \Rightarrow x = \frac{3 \pm \sqrt{37}}{2}$ $\Rightarrow \begin{cases} x = \frac{3 + \sqrt{37}}{2} \\ \text{or } x = \frac{3 - \sqrt{37}}{2} \end{cases}$ $\Rightarrow S = \{\frac{3 + \sqrt{37}}{2}, \frac{3 - \sqrt{37}}{2}\}$

Scanned with CamScanner

	الإجابة
25	$3y^2 - 12y = -3 \Rightarrow 3y^2 - 12y + 3 = 0 \Rightarrow y^2 - 4y + 1 = 0$ $a = 1 \quad , \quad b = -4 \quad , \quad c = 1$ $y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \Rightarrow y = \frac{4 \pm \sqrt{16 - 4(1)(1)}}{2} \Rightarrow y = \frac{4 \pm \sqrt{12}}{2} \Rightarrow y = 2 \pm \sqrt{3}$ $\Rightarrow \begin{cases} y = 2 + \sqrt{3} \\ \text{or} \quad y = 2 - \sqrt{3} \end{cases}$ $\Rightarrow S = \{2 + \sqrt{3}, 2 - \sqrt{3}\}$
26	$5z^2 + 6z = 9 \Rightarrow 5z^2 + 6z - 9 = 0 \quad , \quad a = 5 \quad , \quad b = 6 \quad , \quad c = -9$ $z = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \Rightarrow z = \frac{-6 \pm \sqrt{36 - 4(5)(-9)}}{2(5)} \Rightarrow z = \frac{-6 \pm \sqrt{36 + 180}}{10} \Rightarrow z = \frac{-6 \pm \sqrt{216}}{10}$ $\Rightarrow z = \frac{-6 \pm 6\sqrt{6}}{10} \Rightarrow z = \frac{-3 \pm 3\sqrt{6}}{5}$ $\Rightarrow \begin{cases} z = \frac{-3 + 3\sqrt{6}}{5} \\ \text{or} \quad z = \frac{-3 - 3\sqrt{6}}{5} \end{cases} \Rightarrow S = \{\frac{-3 + 3\sqrt{6}}{5}, \frac{-3 - 3\sqrt{6}}{5}\}$
27	$2x^2 + 8x + 8 = 0 \Rightarrow x^2 + 4x + 4 = 0 \quad , \quad a = 1 \quad , \quad b = 4 \quad , \quad c = 4$ $\Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow \Delta = 16 - 4(1)(4) = 0$ للمعادلة جذران حقيقيان متساويان $x = \frac{-b}{2a} \Rightarrow x = \frac{-4}{2} = -2$
28	$y^2 - 6y - 9 = 0 \quad , \quad a = 1 \quad , \quad b = -6 \quad , \quad c = -9$ $\Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow \Delta = 36 - 4(1)(-9) \Rightarrow \Delta = 36 + 36 = 72$ للمعادلة جذران حقيقيان غير نسبيين $y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \Rightarrow y = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 4(1)(9)}}{2} \Rightarrow y = \frac{6 \pm \sqrt{72}}{2} \Rightarrow y = \frac{6 \pm 6\sqrt{2}}{2}$ $\Rightarrow y = 3 \pm 3\sqrt{2}$ $\Rightarrow \begin{cases} y = 3 + 3\sqrt{2} \\ \text{or} \quad y = 3 - 3\sqrt{2} \end{cases}$ $\Rightarrow S = \{3 + 3\sqrt{2}, 3 - 3\sqrt{2}\}$
29	$4z^2 - 3z + 7 = 0 \quad , \quad a = 4 \quad , \quad b = -3 \quad , \quad c = 7$ $\Delta = b^2 - 4ac \Rightarrow \Delta = 9 - 4(4)(7) \Rightarrow \Delta = 9 - 112 = -113$ لايوجد للمعادلة حل في مجموعة الاعداد الحقيقية

Scanned with CamScanner

	الإجابة
30	جذرا المعادلة يكونان متساويين عندما $\Delta = 0$ $x^2 - (k+6)x + 9 = 0 \quad , \quad a = 1 \quad , \quad b = -(k+6) \quad , \quad c = 9$ $\Delta = 0 \Rightarrow (k+6)^2 - 4(1)(9) = 0 \Rightarrow k^2 + 12k + 36 - 36 = 0 \Rightarrow k^2 + 12k = 0$ $\Rightarrow k(k+12) = 0$ $\Rightarrow \begin{cases} k = 0 \\ \text{or } k + 12 = 0 \Rightarrow k = -12 \end{cases}$ التحقق: i) عندما $k = 0$ فإن $x^2 - 6x + 9 = 0 \Rightarrow (x-3)^2 = 0 \Rightarrow x = 3$ ii) عندما $k = -12$ فإن $x^2 + 6x + 9 = 0 \Rightarrow (x+3)^2 = 0 \Rightarrow x = -3$
31	$\frac{6x}{5} = \frac{5}{6x} \Rightarrow 36x^2 = 25$ $\Rightarrow x^2 = \frac{25}{36} \Rightarrow x = \pm\frac{5}{6} \Rightarrow S = \{\frac{5}{6}, -\frac{5}{6}\}$ التحقق: i) عندما $x = \frac{5}{6}$ فإن $L.S = \frac{6(\frac{5}{6})}{5} = 1 = \frac{5}{6(\frac{5}{6})} = R.S$ ii) عندما $x = -\frac{5}{6}$ فإن $L.S = 6(\frac{-5}{6}) = -1 = \frac{5}{6(\frac{-5}{6})} = R.S$
32	$\frac{1}{6y^2} + \frac{1}{2} = \frac{1}{y}$ نضرب طرفي المعادلة في $6y^2$ $1 + 3y^2 = 6y \Rightarrow 3y^2 - 6y + 1 = 0 \Rightarrow a = 3 \quad , \quad b = -6 \quad , \quad c = 1$ $y = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \Rightarrow y = \frac{6 \pm \sqrt{36 - 4(3)(1)}}{6} \Rightarrow y = \frac{6 \pm \sqrt{24}}{6} \Rightarrow y = \frac{3 \pm \sqrt{6}}{3}$ $\Rightarrow S = \{\frac{3+\sqrt{6}}{3}, \frac{3-\sqrt{6}}{3}\}$ التحقق: i) عندما $y = \frac{3+\sqrt{6}}{3}$ فإن $3y^2 - 6y + 1 = 0 \Rightarrow L.S = 3(\frac{3+\sqrt{6}}{3})^2 - 6(\frac{3+\sqrt{6}}{3}) + 1$ $= 3(\frac{9 + 6\sqrt{6} + 6}{9}) - 2(3 + \sqrt{6}) + 1$ $= \frac{15 + 6\sqrt{6}}{3} - 6 - 2\sqrt{6} + 1 = \frac{15 + 6\sqrt{6} - 18 - 6\sqrt{6} + 3}{3} = \frac{0}{3} = 0 = R.S$ ii) تترك للمدرس ليحلها للطالب

Scanned with CamScanner

	الإجابة
33	$\frac{z+4}{z^2}=\frac{1}{2} \Rightarrow 2z+8=z^2 \Rightarrow z^2-2z-8=0 \Rightarrow (z-4)(z+2)=0$ $\Rightarrow \begin{cases} z-4=0 \Rightarrow z=4 \\ \text{or} \quad z+2=0 \Rightarrow z=-2 \end{cases} \Rightarrow S=\{4,-2\}$ التحقيق : i) عندما $Z=4$ فإن $L.S=\frac{4+4}{4^2}=\frac{1}{2}=R.S$ التحقيق : ii) عندما $Z=-2$ فإن $L.S=\frac{-2+4}{2^2}=\frac{2}{4}=\frac{1}{2}=R.S$
34	$\frac{4}{x-5}-\frac{3}{x-2}=1 \Rightarrow 4(x-2)-3(x-5)=(x-5)(x-2)$ $\Rightarrow 4x-8-3x+15=x^2-7x+10$ $\Rightarrow x^2-8x+3=0 \quad , \quad a=1 \quad , \quad b=-8 \quad , \quad c=3$ $x=\frac{-b\pm\sqrt{b^2-4ac}}{2a} \Rightarrow x=\frac{8\pm\sqrt{64-4(1)(3)}}{2} \Rightarrow x=\frac{8\pm\sqrt{64-12}}{2} \Rightarrow x=\frac{8\pm2\sqrt{13}}{2}$ $\Rightarrow x=4\pm\sqrt{13} \Rightarrow S=\{4+\sqrt{13} \; , \; 4-\sqrt{13}\}$
35	$\frac{2y}{y+2}+\frac{y}{2-y}=\frac{7}{y^2-4} \Rightarrow \frac{2y}{y+2}-\frac{y}{2-y}=\frac{7}{(y-2)(y+2)}$ نضرب طرفي المعادلة في $(y-2)(y+2)$ $\Rightarrow 2y(y-2)-y(y+2)=7 \Rightarrow y^2-6y-7=0$ $\Rightarrow (y-7)(y+1)=0$ $\Rightarrow \begin{cases} y-7=0 \Rightarrow y=7 \\ \text{or} \quad y+1=0 \Rightarrow y=-1 \end{cases}$ $\Rightarrow S=\{7,-1\}$

Scanned with CamScanner

	الإجابة
الدرس [3-1]	1 d 2 b 3 a 4 c 5 c 6 d 7 b 8 c
الدرس [3-2]	1 c 2 d 3 a 4 c 5 b 6 c 7 b 8 c 9 a 10 b 11 d
الدرس [3-3]	1 c 2 b 3 c 4 d 5 d 6 b 7 d 8 b 9 b 10 b
الدرس [3-4]	1 b 2 c 3 a 4 d 5 b 6 d 7 c 8 c 9 c 10 b
الدرس [3-5]	1 d b 2 c 3 a 4 c 5 a 6 b 7 a 8 b
الدرس [3-6]	1 b 2 a 3 c 4 d 5 b 6 b 7 b 8 a 9 b

Scanned with CamScanner

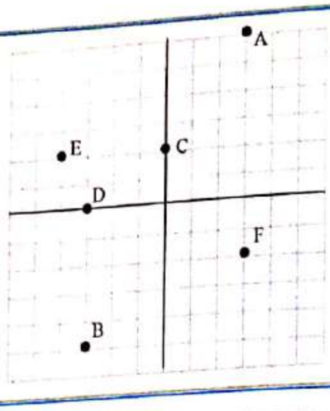
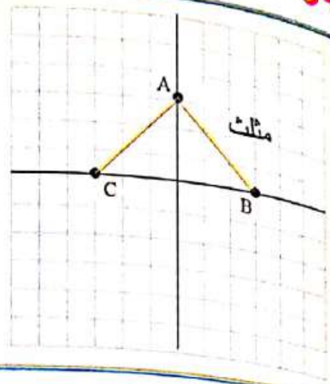
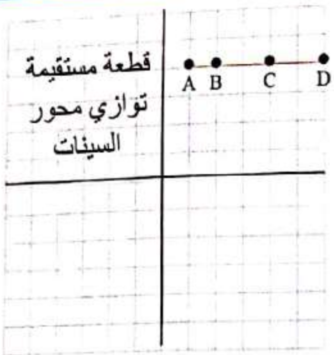
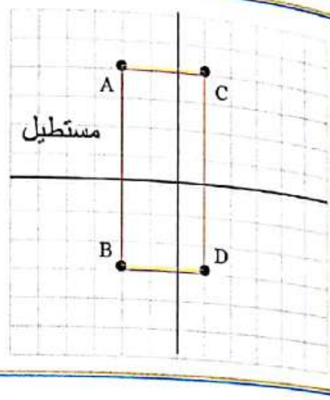
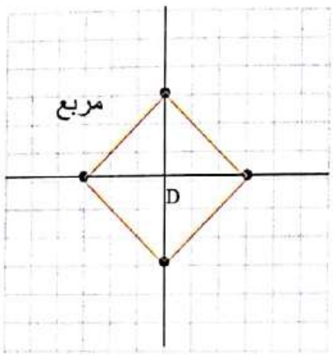
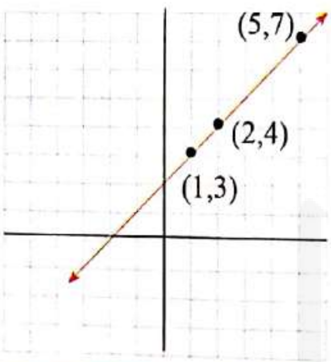
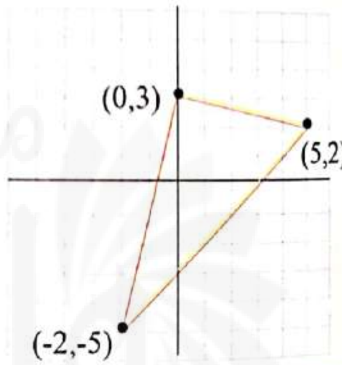
حلول تمرينات الفصل الرابع

الهندسـة الاحداثيـة

الدرس [4-1]	التمثيل البياني للمعادلات في المستوى الاحداثي
الدرس [4-2]	ميل المستقيم
الدرس [4-3]	المتتابعات
الدرس [4-4]	المستقيمات المتوازية المتعامدة
الدرس [4-5]	المسافة بين نقطتين
الدرس [4-6]	النسب المثلثية
الدرس [4-7]	خطةُ حلِّ المسألةِ (تحديد معقولية الاجابة)

سلسلة الناجح في الرياضيات

Scanned with CamScanner

	1 - 6		7	
	8		9	
	10		11	A(-2, 3) B(3, 0) C(0, -2) D(3, 2) E(-3, -1) F(3, -2) O(0, 0)
	12		13	
	14	$y = 2(0) - 5 \Longrightarrow y = -5$	15	$y = -(-1) + 7 \Longrightarrow y = 8$
	16	$y = (1)^2 + 1 + 2 \Longrightarrow y = 4$	17	$3y - (-2)^2 = 9 \Longrightarrow y = \frac{13}{3}$
	18	$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \Rightarrow \frac{1-(-5)}{-2-3} = \frac{6}{-5}$	19	$\frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} \Rightarrow \frac{5-(5)}{4-(-1)} = \frac{0}{5} = 0$

Scanned with CamScanner

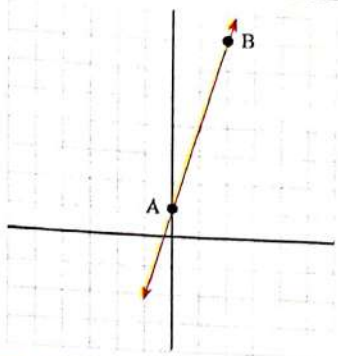
تأكد من فهمك

1

$y = 3x + 1 \Longrightarrow x = 0 , y = 1 \Longrightarrow A(0,1)$

$\Longrightarrow x = 2 , y = 7 \Longrightarrow B(2,7)$

المستقيم يقطع المحورين ولا يمر بنقطة الأصل

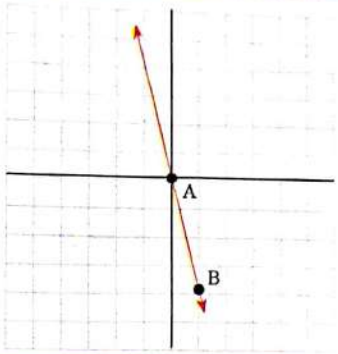


2

$y = -4x \Longrightarrow x = 0 , y = 0 \Longrightarrow A(0,0)$

$\Longrightarrow x = 1 , y = -4 \Longrightarrow B(1,-4)$

المستقيم يقطع المحورين ويمر بنقطة الأصل

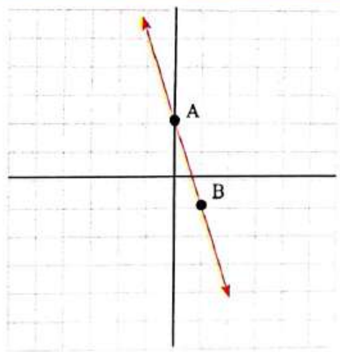


3

$y + 3x - 2 = 0 \Longrightarrow x = 0 , y = 2 \Longrightarrow A(0,2)$

$\Longrightarrow x = 1 , y = -1 \Longrightarrow B(1,-1)$

المستقيم يقطع المحورين ولايمر بنقطة الأصل

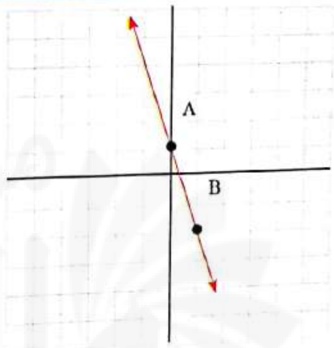


4

$y = 1 - 3x \Longrightarrow x = 0 , y = 1 \Longrightarrow A(0,1)$

$\Longrightarrow x = 1 , y = -2 \Longrightarrow B(1,-2)$

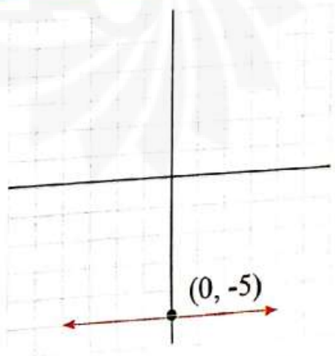
المستقيم يقطع المحورين ولايمر بنقطة الأصل



5

$y + 5 = 0 \Longrightarrow y = -5$

المستقيم // محور السينات ويقطع محور الصادات في النقطة (5- , 0)



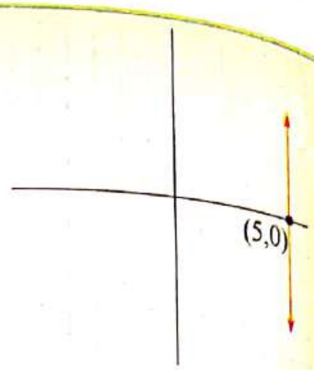
Scanned with CamScanner

تأكد من فهمك

6

$x - 5 = 0 \Longrightarrow x = 5$

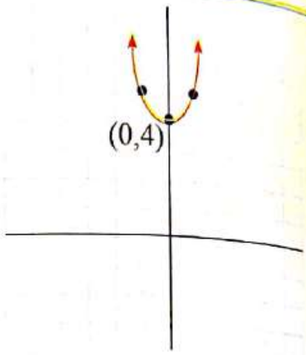
المستقيم // محور الصادات ويقطع محور السينات في النقطة (5 , 0)



7

$y = x^2 + 4$

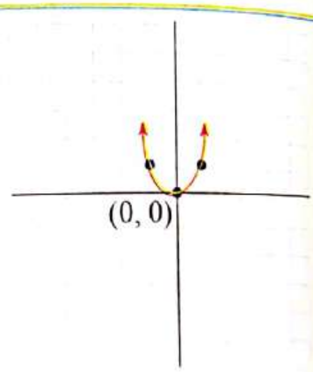
x	y	(x,y)
1	5	(1,5)
0	4	(0,4)
-1	5	(-1,5)



8

$y = x^2$

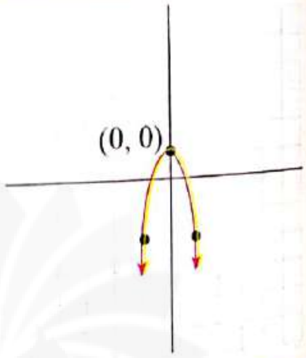
x	y	(x,y)
1	1	(1,1)
0	0	(0,0)
-1	1	(-1,1)



9

$y = 1 - 3x^2$

x	y	(x,y)
1	-2	(1,-2)
0	1	(0,1)
-1	-2	(-1,-2)

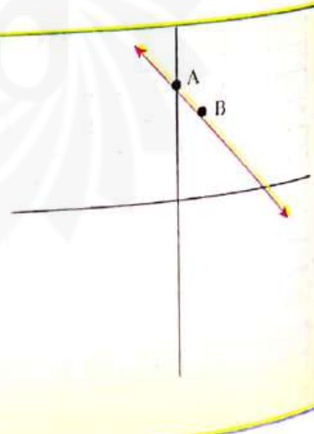


تدرب وحل تمرينات

10

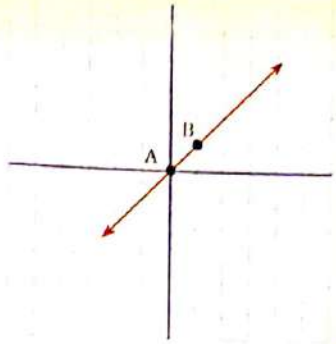
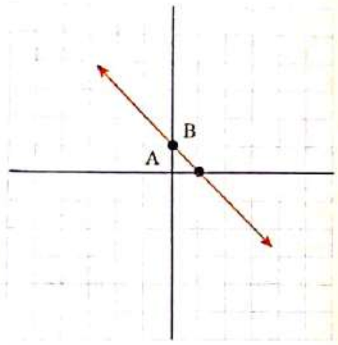
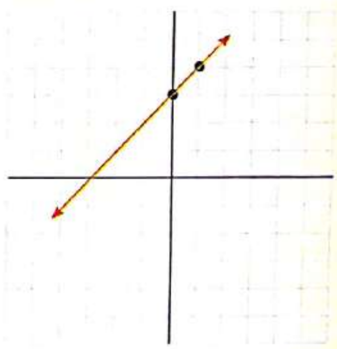
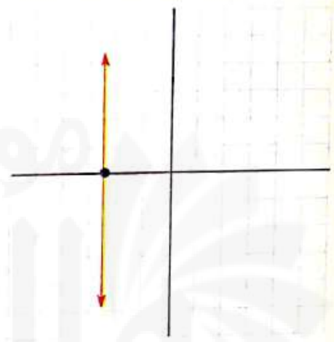
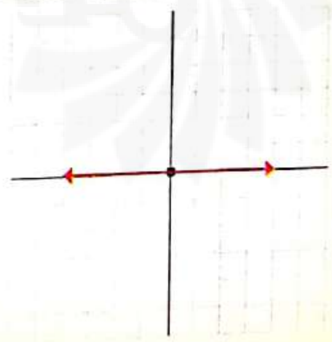
$y = -x + 4 \Longrightarrow x = 0 , y = 4 \Longrightarrow A(0,4)$

$\Longrightarrow x = 1 , y = 3 \Longrightarrow B(1,3)$



المستقيم يقطع المحورين ولايمر بنقطة الأصل

Scanned with CamScanner

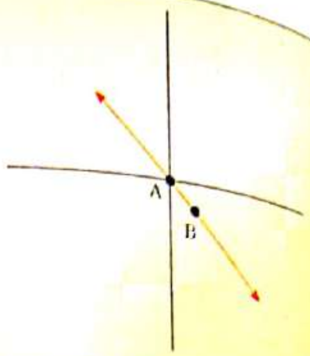
11	$y = x \Longrightarrow x = 0 , y = 0 \Longrightarrow A(0,0)$ $\Longrightarrow x = 1 , y = 1 \Longrightarrow B(1,1)$ المستقيم يقطع المحورين ويمر بنقطة الأصل	
12	$y + x - 1 = 0$ $\Longrightarrow x = 0 , y = 1 \Longrightarrow A(0,1)$ $\Longrightarrow x = 1 , y = 0 \Longrightarrow B(1,0)$ المستقيم يقطع المحورين ولايمر بنقطة الأصل	
13	$y - x - 3 = 0 \Longrightarrow x = 0 , y = 3 \Longrightarrow A(0,3)$ $\Longrightarrow x = 1 , y = 4 \Longrightarrow B(1,4)$ المستقيم يقطع المحورين ولايمر بنقطة الأصل	
14	$x = -\frac{5}{2}$ المستقيم يوازي محور الصادات ويقطع محور السينات في النقطة $(-\frac{5}{2} , 0)$	
15	$y = 0$ المستقيم ينطبق على محور السينات ويقطع محور الصادات في النقطة $(0 , 0)$	

Scanned with CamScanner

16

$y + x = 0 \implies x = 0 , y = 0 \implies A(0,0)$

$\implies x = 1 , y = -1 \implies B(1,-1)$

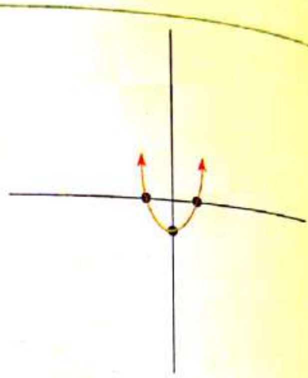


المستقيم يقطع المحورين ويمر بنقطة الأصل

17

$y = x^2 - 1$

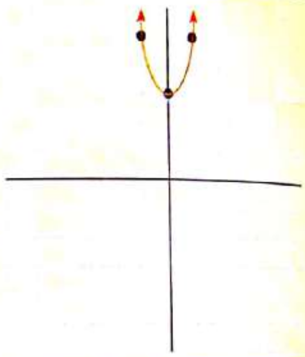
x	y	(x,y)
1	0	(1,0)
0	-1	(0,-1)
-1	0	(-1,0)



18

$y = 2x^2 + 3$

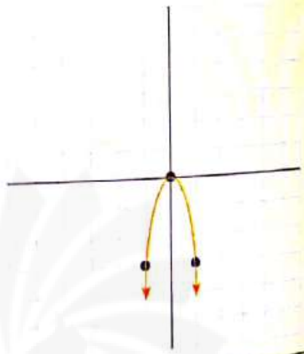
x	y	(x,y)
1	5	(1,5)
0	3	(0,3)
-1	5	(-1,5)



19

$y = -3x^2$

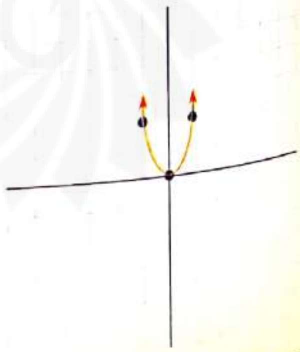
x	y	(x,y)
1	-3	(1,-3)
0	0	(0,0)
-1	-3	(-1,-3)



20

$y = 2x^2$

x	y	(x,y)
1	2	(1,2)
0	0	(0,0)
-1	1	(-1,2)



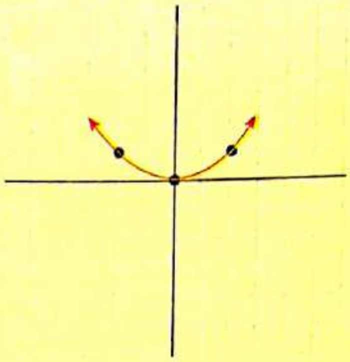
Scanned with CamScanner

تدرب وحل تمرينات

21

$4y = x^2 \implies y = \frac{x^2}{4}$

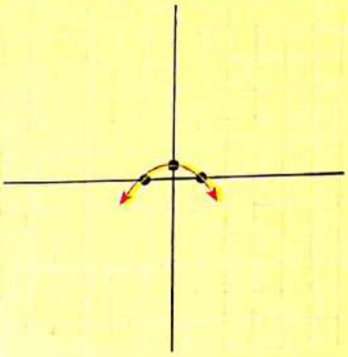
x	y	(x,y)
2	1	(2,1)
0	0	(0,0)
-2	1	(-2,1)



22

$x^2 + 5y = 1 \implies y = \frac{1-x^2}{5}$

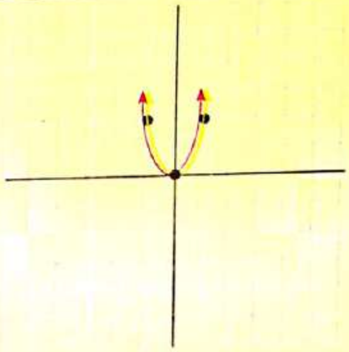
x	y	(x,y)
1	0	(1,0)
0	$\frac{1}{5}$	$(0, \frac{1}{5})$
-1	0	(-1,0)



23

$y - 2x^2 = 0$

x	y	(x,y)
1	2	(1,2)
0	0	(0,0)
-1	2	(-1,2)

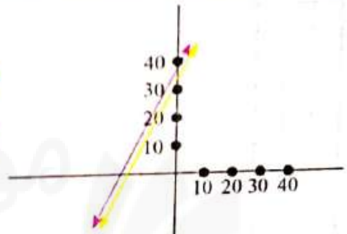


تدرب وحل مسائل حياتية

24

$F = \frac{9}{5}C + 32 \implies C = 0 \implies F = 32 \implies A = (0, 32)$

$C = 5 \implies F = 41 \implies B = (5, 41)$



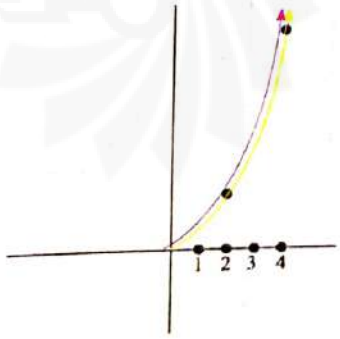
25

i) $A = \frac{1}{2} b(h) \implies f(x) = \frac{1}{2}(x)(x) \implies f(x) = \frac{1}{2}x^2$

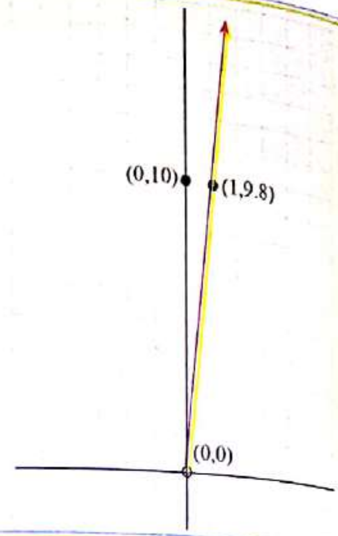
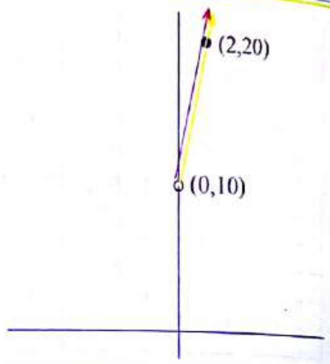
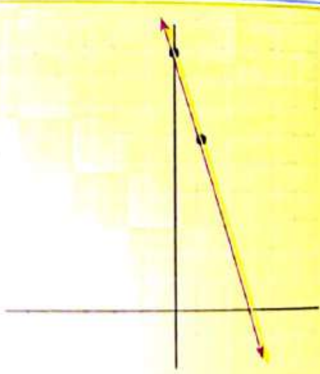
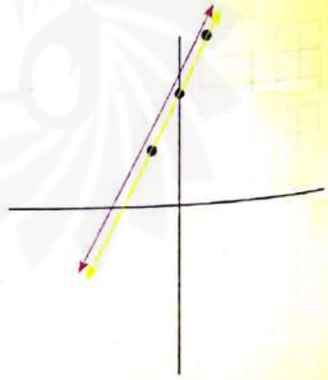
ii) $f(x) = \frac{1}{2}x^2 \implies x = 2 \implies f(x) = 2 \implies (2, 2)$

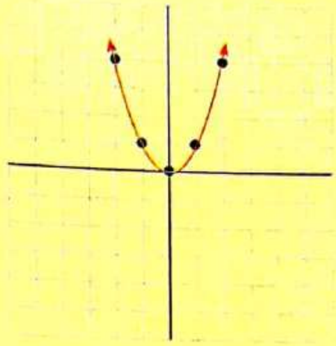
$x = 4 \implies f(x) = 8 \implies (4, 8)$

$x = 0 \implies f(x) = 0 \implies (0, 0)$



Scanned with CamScanner

تدرب وحل مسائل حياتية	26	$F = 9.8\ m$ تمثيل القانون في المستوى الاحداثي 
	27	نفرض أن كلفة الساعة الواحدة هو x وبذلك فأن مجمل ما تتقاضاه الشركة هو y $y = 5x + 10$ 
فكر	28	$y = -3x + 9 \Longrightarrow x = 0\ ,\ y = 9 \Longrightarrow A = (0,9)$ $x = 1\ ,\ y = 6 \Longrightarrow B = (1,6)$ الخطأ : عندما عوض عن $x = 0$ استنتج أن $y = -3$ 
	29	i) $2y + 3 = 0$ ii) $5x + 3 = 0$ iii) $5x + 2y = 0$
	30	من الرسم البياني نجد ان النقطة (-2,0) 

أمثل النقاط بيانياً دالة تربيعية $y = x^2$ 	31	فكر
هي دالة تربيعية $y = x^2 + 1$ من التمثيل البياني لها أو لأنها تحتوي على x^2	32	
الخطوة (1) : الدالة تحتوي على x من الدرجة الأولى . الخطوة (2) : بالتمثيل البياني نجد أنها تمثل مستقيماً يقطع المحورين ولا يمر بنقطة الأصل .		أكتب

سلسلة الناجح في الرياضيات

Scanned with CamScanner

تأكد من فهمك

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

1	$m = \frac{1-(-2)}{-4-(-2)} = \frac{3}{-2} < 0$	نحو الأسفل	2	$m = \frac{2-0}{3-0} = \frac{2}{3} > 0$	نحو الأعلى
3	$m = \frac{-5-4}{2-(-4)} = \frac{-9}{6} < 0$	نحو الأسفل	4	$m = \frac{2-0}{0-5} = \frac{2}{-5} < 0$	نحو الأسفل
5	$m = \frac{-3-3}{4-4} = \frac{-6}{0}$	شاقولي غير معرف	6	$m = \frac{-1+1}{-2+6} = \frac{0}{4} = 0$	أفقي

	المعادلة	المقطع الصادي ، نعوض $x = 0$	المقطع السيني ، نعوض $y = 0$
7	$3x + 6y = 18$	3	6
8	$y + 2 = 5x - 4$	-6	$\frac{6}{5}$
9	$y = -4x$	0	0
10	$y = -x + 8$	8	8
11	$5x = y - 8$	8	$-\frac{8}{5}$
12	$y = -\frac{3}{4}x - 5$	-5	$-\frac{20}{3}$
13	$2x + 6y = 12$	2	6
14	$y + 4 = 2x - 4$	-8	4
15	$y = -5x$	0	0
16	$x = 4$	لا يوجد	4
17	$3y = -6$	-2	0
18	$y = -\frac{1}{2}x + 4$	4	8

Scanned with CamScanner

تدرب وحل تمرينات

19	$m=\frac{3-4}{2-4}=\frac{-1}{-2}=\frac{1}{2}>0$ نحو الأعلى	20	$m=\frac{2-2}{0-6}=0$ أفقي
21	$m=\frac{5-4}{5+2}=\frac{1}{7}>0$ نحو الأعلى	22	$m=\frac{4+3}{2+2}=\frac{7}{4}>0$ نحو الأعلى
23	$m=\frac{0+5}{0-3}=-\frac{5}{3}<0$ نحو الأسفل	24	$m=\frac{\frac{3}{4}-\frac{1}{4}}{\frac{3}{2}-\frac{3}{2}}=\frac{\frac{1}{2}}{0}$ شاقولي غير معرف

	المعادلة	المقطع الصادي ، نعوض x = 0	المقطع السيني ، نعوض y = 0
25	$2x+4y=12$	3	6
26	$3y-7x=9$	3	$-\frac{9}{7}$
27	$y=-3.5x+2$	2	$\frac{3.5}{2}$
28	$y=-\frac{3}{2}x$	0	0
29	$x=-4$	لا يوجد	-4
30	$0=y+3$	-3	0

تدرب وحل مسائل حياتية

31

$m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$, let A(10, 40) , B(13, 52)

$m=\frac{52-40}{13-10}=\frac{12}{3}=4$ التغير: يتدفق الماء بمعدل $4m^3$ في الثانية الواحدة

32

i)

الزمن	0	2	4
طول البذرة	30	34	38

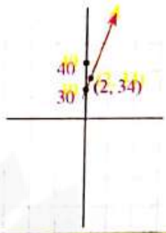
ii) $m=\frac{34-30}{2-0}=\frac{4}{2}=2$

iii) $y=30+2x$

iv) $y=30+2x$

$x=0,\ y=30 \Longrightarrow (0,30)$

$x=2,\ y=34 \Longrightarrow (2,34)$



فكر

33 $\frac{1}{2}=\frac{a-6}{-5-1} \Longrightarrow 2a-12=-6 \Longrightarrow 2a=6 \Longrightarrow a=3$

34 $m=\frac{3+3}{7-7}=$ غير معرف

35 $m=\frac{-1-3}{3-0}=\frac{-4}{3}$, $\frac{x_2-x_1}{y_2-y_1}$ الخطأ أنه كتب الميل بشكل

36 $m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1} \Rightarrow \frac{-1}{3}=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1} \Rightarrow y_2-y_1=-1\ ,\ x_2-x_1=3 \Rightarrow A(3,5)\ ,\ B(6,4)$

37 نحو الأسفل

اكتب

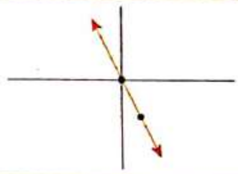
الميل يساوي صفراً أي إن المستقيم // محور السينات

الميل غير معرف أي إن المستقيم // محور الصادات

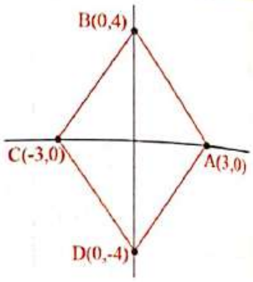
Scanned with CamScanner

تأكـد من فهمك		نستعمل المعادلة $\frac{y-y_1}{x-x_1}=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}$
	1	$\frac{y-1}{x+3}=\frac{-1-1}{2+3} \Rightarrow \frac{y-1}{x+3}=\frac{-2}{5} \Longrightarrow 5y-5=-2x-6 \Longrightarrow 5y+2x=-1$
	2	$\frac{y-2}{x-0}=\frac{-4-2}{2-0} \Rightarrow \frac{y-2}{x}=\frac{-3}{1} \Longrightarrow y-2=-3x \Longrightarrow y+3x=2$
		نستعمل المعادلة $y-y_1=m(x-x_1)$
	3	$y-1=2(x-3) \Longrightarrow m=2\ ,\ p(3,1)$
	4	$y+1=-x+4 \Longrightarrow y+1=-1(x-4) \Longrightarrow m=-1\ ,\ p(4,-1)$
		نستعمل المعادلة $y-y_1=m(x-x_1)$
	5	$y-6=\frac{-2}{5}(x-4) \Longrightarrow 5y-30=-2x+8 \Longrightarrow 5y+2x=38$
	6	$y+3=\frac{1}{3}(x+1) \Longrightarrow 3y+9=x+1 \Longrightarrow 3y-x=-8$
		نستعمل المعادلة $y=mx+k$
	7	$5y=-2x-1 \Longrightarrow y=\frac{-2}{5}x-\frac{1}{5} \Longrightarrow m=\frac{-2}{5}\ ,\ k=-\frac{1}{5}$
	8	$-y=7x \Longrightarrow y=-7x+0 \Longrightarrow m=-7\ ,\ k=0$
تدرب وحل تمرينات	9	$\frac{y-0}{x-0}=\frac{7-0}{-3-0} \Rightarrow \frac{y}{x}=\frac{7}{-3} \Longrightarrow -3y=7x \Longrightarrow -3y-7x=0$
	10	$\frac{y-7}{x-0}=\frac{0-7}{-5-0} \Rightarrow \frac{y-7}{x}=\frac{7}{5} \Longrightarrow 5y-35=7x \Longrightarrow 5y-7x=35$
	11	$\frac{y-3}{x-\frac{1}{2}}=\frac{-1-3}{\frac{3}{2}-\frac{1}{2}} \Rightarrow \frac{y-3}{x-\frac{1}{2}}=\frac{-4}{1} \Longrightarrow y-3=-4x+2 \Longrightarrow y+4x=5$
	12	$y+\frac{3}{2}=-5(x-8) \Longrightarrow m=-5\ ,\ p(8,\frac{-3}{2})$
	13	$y-x=8 \Longrightarrow y-0=1(x+8) \Longrightarrow m=1\ ,\ p(-8,0)$
	14	$\frac{3}{5}y=\frac{5}{2}(x+2) \Longrightarrow y=\frac{25}{6}(x+2) \Longrightarrow m=\frac{25}{6}\ ,\ p(-2,0)$
	15	$y-7=-3(x+3) \Longrightarrow y-7=-3x-9 \Longrightarrow y+3x=-2$

Scanned with CamScanner

تدرب وحل تمرينات	16	$y+4=\frac{-1}{2}(x-1) \Longrightarrow 2y+8=-x+1 \Longrightarrow 2y+x=-7$
	17	$y+7=3x+5 \Longrightarrow y=3x-2 \Longrightarrow m=3\ ,\ k=-2$
	18	$\frac{1}{3}y=-5x-1 \Longrightarrow y=-15x-3 \Longrightarrow m=-15\ ,\ k=-3$
تدرب وحل مسائل حياتية	19	$y=1n+100\ ,\ m=1\ ,\ p(0,100)\ ,\ y-y_1=m(x-x_1)\ ,\ y-100=1(n-0) \Longrightarrow y-100=n \Longrightarrow y=n+100$
	20	$p_1(5,10)\ ,\ p_2(15,30)$ $\frac{y-10}{x-5}=\frac{30-10}{15-5} \Rightarrow \frac{y-10}{x-5}=\frac{20}{10} \Rightarrow y-10=2x-10 \Rightarrow y-2x=0$
	21	$y=-1.5x+30 \Longrightarrow m=-1.5\ ,\ k=30$
	22	$y=-2x \Longrightarrow x=0\ ,\ y=0 \Longrightarrow (0,0)$ $x=1\ ,\ y=-2 \Longrightarrow (1,-2)$ 
	23	i) $p_1(3,0)\ ,\ p_2(0,2)$ $\frac{y-0}{x-3}=\frac{2-0}{0-3} \Rightarrow \frac{y}{x-3}=\frac{-2}{3} \Longrightarrow 3y=-2x+6 \Longrightarrow 3y+2x=6$ ii) $m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1} \Rightarrow m=\frac{2-0}{0-3}=\frac{-2}{3}\ ,\ p(3,0)$ $y-y_1=m(x-x_1) \Longrightarrow y=\frac{-2}{3}(x-3) \Longrightarrow 3y+2x=6$ iii) $m=\frac{-2}{3}\ ,\ k=2 \Rightarrow y=mx+k \Rightarrow y=\frac{-2}{3}x+2 \Rightarrow 3y+2x=6$
فكر	24	$m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1} \Rightarrow m=\frac{-2-7}{8-5}$ نجد الميل بالنقطتين $m=\frac{-9}{3}=-3$ لا يوجد هذا المستقيم
	25	$p_1(0,k)\ ,\ p_2(-k,0)$ $m=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}=\frac{0-k}{-k-0}=1 \Longrightarrow m=1 \Longrightarrow y-3=1(x-2) \Longrightarrow y-x=1$
	26	$p(-1,7)\ ,\ m=\frac{3}{5}$ نجد معادلة المستقيم $y-7=\frac{3}{5}(x+1)$ معادلة محمد هي الصحيحة
اكتب		حنفية تصب ماء في حوض بمعدل 3 متر مكعب في الثانية . $v=3t$ حيث v الحجم t الزمن

Scanned with CamScanner

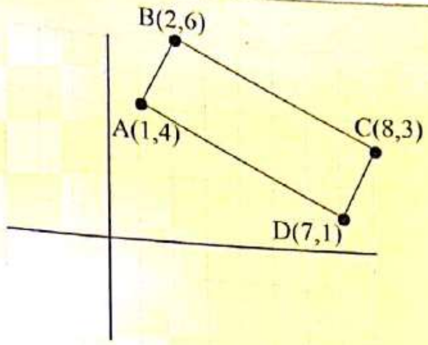
تأكـد من فهمك	1	$m = \frac{6-4}{a+2} \Rightarrow m_1 = \frac{2}{a+2}$, $m_2 = \frac{-7+6}{2-6} = \frac{-1}{-4} = \frac{1}{4}$ $\overline{AB} \perp \overline{CD} \Rightarrow m_1 = \frac{-1}{m_2}$, $\Rightarrow \frac{2}{a+2} = \frac{-4}{1} \Rightarrow -4a - 8 = 2$ $-4a = 10 \Rightarrow a = \frac{-5}{2}$
	2	$m = \frac{a-2}{6-3} = -\frac{1}{4} \Rightarrow \frac{a-2}{3} = -\frac{1}{4} \Rightarrow 4a - 8 = -3 \Rightarrow a = \frac{5}{4}$
	3	$M_{AB} = \frac{4-0}{0-3} = -\frac{4}{3}$, $M_{CD} = \frac{-4-0}{0+3} = -\frac{4}{3}$ $\therefore \overline{AB} \parallel \overline{CD}$ بالطريقة نفسها نبرهن أن $\overline{AD} \parallel \overline{CB}$ ∴ الشكل متوازي أضلاع (تعريف) 
	4	$M_{AB} = \frac{-2+7}{-8+5} = \frac{5}{-3}$, $M_{BC} = \frac{-3+2}{-4+8} = \frac{-1}{4}$ $M_{AC} = \frac{-3+7}{-4+5} = \frac{4}{1}$ $\therefore M_{BC} \times M_{AC} = \frac{-1}{4} \times \frac{4}{1} = -1 \Rightarrow \overline{BC} \perp \overline{AC} \Rightarrow$ C المثلث قائم الزاوية في
	5	$\therefore M_{AB} = \frac{2+1}{4-0} = \frac{3}{4}$, $M_{AC} = \frac{5+1}{8-0} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$, $M_{BC} = \frac{5-2}{8-4} = \frac{3}{4}$ اذن : A , B , C تقع على استقامة واحدة لتساوي ميول القطع
	6	$m_1 = \frac{0+2}{6-3} = \frac{2}{3} \Rightarrow m_2 = \frac{-3}{2}$ (عمودي) $y - 0 = \frac{-3}{2}(x+4) \Rightarrow 2y + 3x = -12$
تدرب وحل تمريناتك	7	$M_{AB} = \frac{0-2}{3-0} = \frac{-2}{3}$, $M_{CD} = \frac{-4+2}{9-6} = \frac{-2}{3}$ $M_{EF} = \frac{-2+5}{2-0} = \frac{3}{2}$ $\because M_{AB} = M_{CD} \Rightarrow \overline{AB} \parallel \overline{CD}$ $\therefore M_{AB} \times M_{EF} = -1 \Rightarrow \overline{AB} \perp \overline{EF}$, $\overline{CD} \perp \overline{EF}$
	8	$M_{AB} = \frac{-1+7}{1-0} = \frac{6}{1}$, $M_{BC} = \frac{3+1}{2-1} = \frac{4}{2} = 2$ 4 النقاط A , B , C لا تقع على استقامة واحدة لاختلاف الميول

Scanned with CamScanner

تدرب وحل تمرينات

9

$M_{AB} = \frac{6-4}{2-1} = \frac{2}{1}$



$M_{DC} = \frac{3-1}{8-7} = \frac{2}{1}$

$\therefore \overline{AB} \,//\, \overline{CD}$

بالطريقة نفسها $\overline{AD} \,//\, \overline{BC}$ الشكل متوازي أضلاع

$M_{AD} = \frac{1-4}{7-1} = \frac{-3}{6} = \frac{-1}{2}$

$M_{AB} \times M_{AD} = \frac{2}{1} \times \frac{-1}{2} = -1 \Rightarrow \overline{AB} \perp \overline{AD}$ $\therefore$ الشكل مستطيل

10

$m_1 = \frac{0+2}{6-3} = \frac{2}{3}$

$m_2 = \frac{2}{3}$ المستقيمان متوازيان

$y + 1 = \frac{2}{3}(x-1) \Rightarrow 3y + 3 = 2x - 2 \Rightarrow 3y - 2x = -5$

تدرب وحل مسائل حياتية

11

$p_1(5, 75000)$, $p_2(10, 150000)$, $p_3(15, 225000)$ من الجدول نجد

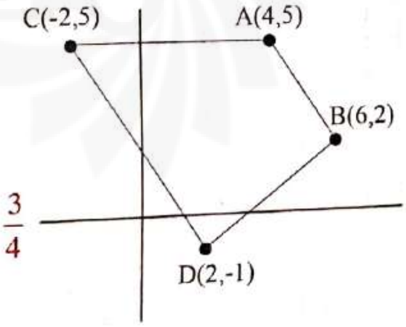
$M_{p_1p_2} = \frac{150000-75000}{10-5} = \frac{75000}{5} = 15000$

$M_{p_2p_3} = \frac{225000-150000}{15-10} = \frac{75000}{5} = 15000$

$M_{p_1p_3} = \frac{225000-75000}{15-5} = 15000$ البيانات تمثل خطاً مستقيماً

12

$M_{AB} = \frac{2-5}{6-4} = \frac{-3}{2}$



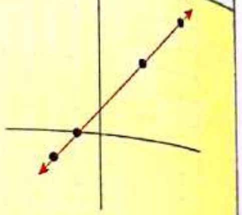
$M_{CD} = \frac{-1-5}{2+2} = \frac{-6}{4} = \frac{-3}{2}$

$\therefore \overline{AB} \,//\, \overline{CD}$

$M_{AC} = \frac{5-5}{-2-4} = \frac{0}{-6} = 0$, $M_{BD} = \frac{-1-2}{2-6} = \frac{-3}{-4} = \frac{3}{4}$

$\therefore \overline{AC} \nparallel \overline{BD}$ الشكل شبه منحرف

Scanned with CamScanner

<table>
<tr><td>تدرب وحل مسائل حياتية</td><td>13</td><td>الطريق الأول A (-4, 0) , B (0, 2) الطريق الثاني C (-1, -2) , D (-4, -3)
الطريق الثالث E (3, 0) , F (0, 5)
i) $M_1 = \frac{2-0}{0+3} = \frac{2}{3}$, $M_2 = \frac{-4+2}{-4+1} = \frac{-2}{-3} = \frac{2}{3} \Rightarrow M_1 = M_2$ الطريق 1 // الطريق 2
ii) $M_2 = \frac{2}{3}$, $M_3 = \frac{5-0}{0-3} = \frac{5}{-3}$ الطريق 3 غير عمودي على الطريق 2
iii) الطريق 3 غير عمودي على الطريق 1</td></tr>
<tr><td rowspan="7">فكر</td><td>14</td><td>A (-2, -1) , B (-1, 0) , C (2, 3) , D (4, 5)
$M_{AB} = \frac{0+1}{-1+2} = \frac{1}{1} = 1$ $M_{BC} = \frac{3-0}{2+1} = \frac{3}{3} = 1$
$M_{CD} = \frac{5-3}{4-2} = \frac{2}{2} = 1$ اذن النقط على استقامة واحدة
</td></tr>
<tr><td>15</td><td>$M_1 = \frac{4-0}{0+3} = \frac{4}{3}$ $M_2 = \frac{0-\frac{3}{4}}{0-1} = \frac{\frac{-3}{4}}{-1} = \frac{4}{3}$,
المستقيمان متوازيان لأن $m_1 = m_2$ ، المستقيمان غير متعامدين لأن $M_1 \times M_2 \neq -1$</td></tr>
<tr><td>16</td><td>$3y - 5x = 20 \Rightarrow y = \frac{5}{3}x + \frac{20}{3} \Rightarrow m_1 = \frac{5}{3}$, $k_1 = \frac{20}{3}$
$3y - 5x = 15 \Rightarrow y = \frac{5}{3}x + \frac{15}{3} \Rightarrow m_1 = \frac{5}{3}$, $k_1 = \frac{15}{3}$
$m_1 = m_2$, $k_1 \neq k_2$</td></tr>
<tr><td>17</td><td>أفرض A(-1, 4) , B(0, 4) , C(2,4)
$M_{AB} = \frac{4-4}{0+1} = \frac{0}{1} = 0$ $M_{BC} = \frac{4-4}{2-0} = 0$ المستقيم المار بالنقاط // محور السينات لأن ميله = صفراً</td></tr>
<tr><td>18</td><td>مهند جوابه صحيح $5y + 2x = 10 \Longrightarrow y = \frac{-2}{5}x + 2 \Longrightarrow m = \frac{-2}{5}$, $k = 2$</td></tr>
<tr><td>19</td><td>$M_{AC} = \frac{1-3}{2-0} = \frac{-2}{2} = -1$
$M_{BD} = \frac{0-4}{-1-3} = \frac{-4}{-4} = 1$
$\because M_{AC} \times M_{BD} = (-1)\times(1) = -1$
$\therefore \overline{AB} \perp \overline{BD}$</td></tr>
<tr><td>20</td><td>التشابه في الميول ، الاختلاف في المقطع الصادي</td></tr>
<tr><td rowspan="2">أكتب</td><td></td><td>يكون المستقيمان متوازيين : اذا كان ميلهما متساويين</td></tr>
<tr><td></td><td>يكون المستقيمان متعامدين : اذا كان حاصر ضرب ميلهما يساوي (1-)</td></tr>
</table>

Scanned with CamScanner

الدرس [4-5] المسافة بين نقطتين

تأكد من فهمك

استخدم قانون المسافة بين النقطتين (x_1, y_1) ، (x_2, y_2)

$$d=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$

1

i) $d=\sqrt{(3-0)^2+(8-0)^2}=\sqrt{9+64}=\sqrt{73}$

ii) $d=\sqrt{(1+3)^2+(-4+1)^2}=\sqrt{16+9}=\sqrt{25}=5$

iii) $d=\sqrt{(3+1)^2+(-4+2)^2}=\sqrt{16+4}=\sqrt{20}=2\sqrt{5}$

2

استخدم قانون المنتصف $\left(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2}\right)$

i) $\left(\frac{0+3}{2}, \frac{0+8}{2}\right)=\left(\frac{3}{2}, 4\right)$ ii) $\left(\frac{-3+1}{2}, \frac{-1-4}{2}\right)=\left(-1, \frac{-5}{2}\right)$

iii) $\left(\frac{-1+3}{2}, \frac{-2-4}{2}\right)=(1, -3)$

3

$AB=\sqrt{(-1+2)^2+(0+1)^2}=\sqrt{1+1}=\sqrt{2}$

$AC=\sqrt{(4+2)^2+(5+1)^2}=\sqrt{36+36}=6\sqrt{2}$

$BC=\sqrt{(4+1)^2+(5-0)^2}=\sqrt{25+25}=5\sqrt{2}$

$\because\ 6\sqrt{2}=\sqrt{2}+5\sqrt{2} \Rightarrow AC=AB+BC$ اذن النقط على استقامة واحدة

4

$AB=\sqrt{(-4-2)^2+(2-4)^2}=\sqrt{36+4}=\sqrt{40}=2\sqrt{10}$

$AC=\sqrt{(-1-2)^2+(-2-4)^2}=\sqrt{9+36}=\sqrt{45}=3\sqrt{5}$

$BC=\sqrt{(-1+4)^2+(-2-2)^2}=\sqrt{9+16}=\sqrt{25}=5$

المثلث مختلف الأضلاع ، وليست له زاوية قائمة

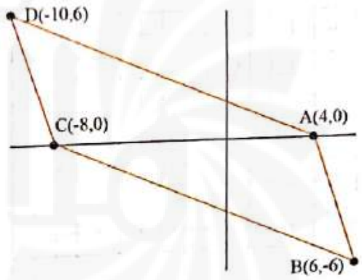
5

i) $AB=\sqrt{(6-4)^2+(-6-0)^2}=\sqrt{4+36}=\sqrt{40}=2\sqrt{10}$

$DC=\sqrt{(-10+8)^2+(6-0)^2}=\sqrt{4+36}=\sqrt{40}=2\sqrt{10}$

بالطريقة نفسها نجد أن طول AD يساوي طول BC

اذن الشكل متوازي أضلاع



ii) $F=\left(\frac{6+(-10)}{2}, \frac{-6+6}{2}\right)=(-2,0)$ منتصف القطر BD

$F=\left(\frac{4+(-8)}{2}, \frac{0+0}{2}\right)=(-2,0)$ منتصف القطر AC

اذن الشكل متوازي أضلاع

Scanned with CamScanner

تأكد من فهمك

6



$M = (\frac{4+x_2}{2}, \frac{0+y_2}{2})$

$(-2,0) = (\frac{4+x_2}{2}, \frac{y_2}{2}) \Rightarrow \frac{4+x_2}{2} = -2 \Rightarrow x_2 = -4-4 = -8$

$\Rightarrow \frac{y_2}{2} = 0 \Rightarrow y_2 = 0 \Rightarrow B(-8,0)$

تدرب وحل تمرينات

7

i) $d = \sqrt{(-4-8)^2 + (3-1)^2} = \sqrt{144+4} = \sqrt{148} = 2\sqrt{37}$

ii) $d = \sqrt{(0-6)^2 + (2+9)^2} = \sqrt{36+121} = \sqrt{157}$

iii) $d = \sqrt{(-6+2)^2 + (-2-4)^2} = \sqrt{16+36} = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}$

8

i) $(\frac{8+(-4)}{2}, \frac{1+3}{2}) = (2, 2)$ ii) $(\frac{6+0}{2}, \frac{-9+2}{2}) = (3, \frac{-7}{2})$

iii) $(\frac{-2-6}{2}, \frac{4-2}{2}) = (-4, 1)$

9

$AB = \sqrt{(3-1)^2 + (-4+3)^2} = \sqrt{4+1} = \sqrt{5}$

$AC = \sqrt{(-1-1)^2 + (-2+3)^2} = \sqrt{4+1} = \sqrt{5}$

$BC = \sqrt{(-1-3)^2 + (-2+4)^2} = \sqrt{16+4} = \sqrt{20} = 2\sqrt{5}$

$\sqrt{5} + \sqrt{5} = 2\sqrt{5} \Rightarrow AB + AC = BC$ اذن النقط على استقامة واحدة

10

$AB = \sqrt{(2-2)^2 + (1+1)^2} = \sqrt{4} = 2$

$AC = \sqrt{(-1-2)^2 + (-1+1)^2} = \sqrt{9} = 3$

$BC = \sqrt{(-1-2)^2 + (-1-1)^2} = \sqrt{9+4} = \sqrt{13}$

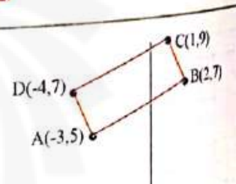
المثلث متساوي الساقين

$(BC)^2 \stackrel{?}{=} (AB)^2 + (AC)^2$

$(\sqrt{13})^2 \stackrel{?}{=} (2)^2 + (3)^2$

$13 = 13$ اذن المثلث قائم الزاوية في A

11



i) $AB = \sqrt{(2+3)^2 + (7-5)^2} = \sqrt{25+4} = \sqrt{29}$

$DC = \sqrt{(-4-1)^2 + (7-9)^2} = \sqrt{25+4} = \sqrt{29}$

اذن : $AB = DC$

بالطريقة نفسها نبرهن أن $AD = BC$

الشكل متوازي أضلاع (تعريف)

ii) $E = (\frac{2-4}{2}, \frac{7+7}{2}) = (-1,7)$ القطر $\overline{DB}$

$E = (\frac{-3+1}{2}, \frac{5+9}{2}) = (-1,7)$ القطر $\overline{AC}$

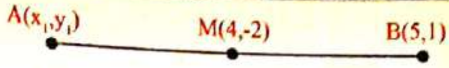
اذن القطران ينصف أحدهما الآخر ، اذن الشكل متوازي أضلاع

Scanned with CamScanner

تدرب وحل تمرينات

12

$$M=\left(\frac{x_1+x_2}{2}\ ,\ \frac{y_1+y_2}{2}\right)$$



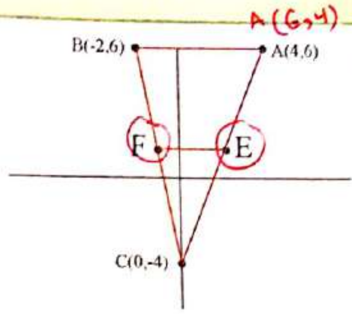
$$(4,-2)=\left(\frac{x_1+5}{2}\ ,\ \frac{y_1+1}{2}\right)\ \Rightarrow\ \frac{x_1+5}{2}=4\ \Rightarrow\ x_1=3$$

$$\frac{y_1+1}{2}=-2\ \Rightarrow\ y_1=-5$$

تدرب وحل مسائل حياتية

13

$$E=\left(\frac{4+0}{2},\frac{6+(-4)}{2}\right)=(2,1)$$



$$F=\left(\frac{-2+0}{2},\frac{6+(-4)}{2}\right)=(-1,1)$$

$$EF=\sqrt{(-1\ -2)^2+(1-1)^2}=3$$

$$AB=\sqrt{(-2\ -4)^2+(6-6)^2}=6$$

$$\therefore\ EF=\frac{1}{2}AB$$

14

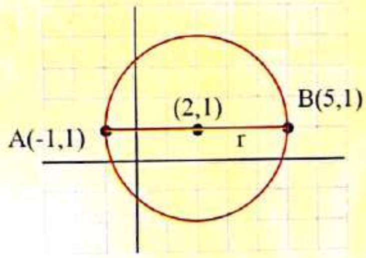
$$d=\sqrt{(0+4)^2+(-3-0)^2}\qquad=\sqrt{25}=5$$

اذن المسافة بين البيت والمدرسة 5 كيلومتر

أفكر

15

i) $M=\left(\frac{-1+5}{2}\ ,\ \frac{1+1}{2}\right)\ =\ (2,1)$



اذن مركز الدائرة هي النقطة (2,1)

ii) $A=r^2\pi=\left(\ \sqrt{(5-2)^2+(1-1)^2}\ \right)^2\pi=9\pi$

16

شهد كتبت القانون بصورة خاطئة ، والصح هو

$$M=\left(\frac{6+8}{2}\ ,\ \frac{1+3}{2}\right)\ =\ (7,2)$$

أكتب

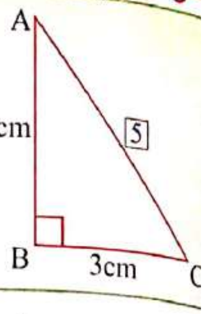
قانون نقطة المنتصف مشابه الى قانون الوسط الحسابي :

$$\left(\frac{x_1+x_2}{2}\ ,\ \frac{y_1+y_2}{2}\right)$$

Scanned with CamScanner

تأكد من فهمك

1

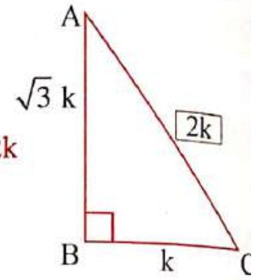


$(AC)^2 = 16+9 \Rightarrow AC = \sqrt{25} = 5$

i) $\sin A = \frac{BC}{AC} = \frac{3}{5}$ ii) $\cos C = \frac{BC}{AC} = \frac{3}{5}$

iii) $\cot A = \frac{1}{\tan A} = \frac{1}{\frac{BC}{AB}} = \frac{1}{\frac{3}{4}} = \frac{3}{4}$ iv) $\sec A = \frac{1}{\cos A} = \frac{1}{\frac{4}{5}} = \frac{5}{4}$

2



$\cot A = \frac{1}{\tan A} = \frac{1}{\frac{BC}{AB}} = \frac{AB}{BC} = \frac{\sqrt{3}\,k}{k} \Rightarrow AB = \sqrt{3}\,k \;,\; BC = k$

$(AC)^2 = (AB)^2 + (BC)^2 \Rightarrow (AC)^2 = 3k^2 + k^2 = 4k^2 \Rightarrow AC = 2k$

i) $\tan A = \frac{k}{\sqrt{3}\,k} = \frac{1}{\sqrt{3}}$ ii) $\sin A = \frac{k}{2k} = \frac{1}{2}$

iii) $\csc A = \frac{1}{\sin A} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2$ iv) $\cos A = \frac{\sqrt{3}\,k}{2k} = \frac{\sqrt{3}}{2}$

3

i) $L.H.S = (\cos 30^\circ - \csc 45^\circ)(\sin 60^\circ - \sec 45^\circ)$, $\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$,

$\csc 45^\circ = \frac{1}{\sin 45^\circ} = \frac{1}{\frac{1}{\sqrt{2}}} = \sqrt{2}$, $\sin 60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}$, $\sec 45^\circ = \sqrt{2}$

$L.H.S = (\frac{\sqrt{3}}{2} - \sqrt{2})(\frac{\sqrt{3}}{2} + \sqrt{2}) = (\frac{\sqrt{3}}{2})^2 - (\sqrt{2})^2 = \frac{3}{4} - 2 = \frac{-5}{4} = R.H.S$

ii) $2\sin 30^\circ \sec 30^\circ = \csc 60^\circ$

$2(\frac{1}{2})(\frac{1}{\cos 30^\circ}) \stackrel{?}{=} \frac{1}{\sin 60^\circ} \Rightarrow (1)(\frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{2}}) \stackrel{?}{=} \frac{1}{\frac{\sqrt{3}}{2}} \Rightarrow \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2}{\sqrt{3}}$

$L.H.S = R.H.S$

iii) $(\cos 45^\circ - \csc 45^\circ)(\tan 45^\circ)(\csc 90^\circ) = -\cos 45^\circ$

$(\frac{1}{\sqrt{2}} - \frac{1}{\sin 45^\circ})(1)(\frac{1}{\sin 90^\circ}) \stackrel{?}{=} -\frac{1}{\sqrt{2}}$

$(\frac{1}{\sqrt{2}} - \sqrt{2})(1)(1) \stackrel{?}{=} -\frac{1}{\sqrt{2}}$

$\frac{1-2}{\sqrt{2}} \stackrel{?}{=} -\frac{1}{\sqrt{2}}$

$-\frac{1}{\sqrt{2}} = -\frac{1}{\sqrt{2}}$

$L.H.S = R.H.S$

iv) $\sqrt{\frac{1-\cos 60^\circ}{2}} = \sin 30^\circ$

$\sqrt{\frac{1-\frac{1}{2}}{2}} \stackrel{?}{=} \frac{1}{2}$

$\sqrt{\frac{\frac{1}{2}}{2}} \stackrel{?}{=} \frac{1}{2}$

$\sqrt{\frac{1}{4}} \stackrel{?}{=} \frac{1}{2} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{1}{2}$

$L.H.S = R.H.S$

Scanned with CamScanner

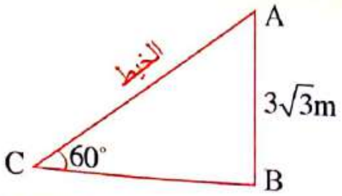
تأكد من فهمك

4

$$\sin c = \frac{AB}{AC}$$

$$\sin 60^\circ = \frac{3\sqrt{3}}{AC} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{3\sqrt{3}}{AC}$$

$\therefore$ AC = 6m طول الخيط



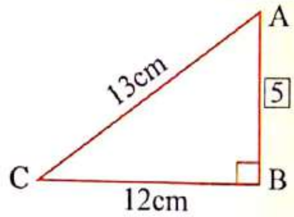
تدرب وحل تمرينات

5

$(AC)^2 = (AB)^2 + (BC)^2$ فيثاغورس

$(13)^2 = (AB)^2 + (12)^2 \Rightarrow (AB)^2 = 169 - 144 = 25$

$\therefore$ AB = 5cm



i) $\cot A = \frac{AB}{BC} = \frac{5}{12}$

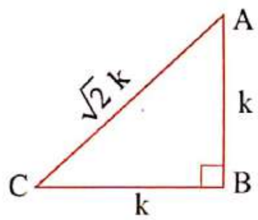
ii) $\cot C = \frac{BC}{AB} = \frac{12}{5}$

iii) $\sec C = \frac{1}{\cos C} = \frac{1}{\frac{BC}{AC}} = \frac{1}{\frac{12}{13}} = \frac{13}{12}$

iv) $\csc A = \frac{1}{\sin A} = \frac{1}{\frac{BC}{AC}} = \frac{1}{\frac{12}{13}} = \frac{13}{12}$

6

$$\sec A = \frac{1}{\cos A} = \frac{1}{\frac{AB}{AC}} = \frac{AC}{AB}$$



$\frac{\sqrt{2}\,k}{k} = \frac{AC}{AB} \Rightarrow AC = \sqrt{2}\,k$, AB = k

$(AC)^2 = (AB)^2 + (BC)^2$ فيثاغورس

$(\sqrt{2}\,k)^2 = (k)^2 + (BC)^2 \Rightarrow (BC)^2 = k^2 \Rightarrow BC = k$

i) $\sin A = \frac{BC}{AC} = \frac{k}{\sqrt{2}\,k} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

ii) $\cot C = \frac{1}{\tan C} = \frac{1}{\frac{AB}{BC}} = \frac{BC}{AC} = \frac{k}{k} = 1$

iii) $\csc A = \frac{1}{\sin A} = \frac{1}{\frac{BC}{AC}} = \frac{AC}{BC} = \frac{\sqrt{2}\,k}{k} = \sqrt{2}$

iv) $\cos C = \frac{BC}{AC} = \frac{k}{\sqrt{2}\,k} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

7

i) $(\cos 60^\circ \csc 60^\circ + \sin 60^\circ \sec 60^\circ) = \frac{4}{\sqrt{3}}$

$$L.H.S = \left(\frac{1}{2} \times \frac{1}{\sin 60^\circ} + \frac{\sqrt{3}}{2} \times \frac{1}{\cos 60^\circ}\right)$$

$$= \left(\frac{1}{2} \times \frac{2}{\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{3}}{2} \times 2\right) \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{3}}{1} = \frac{1+3}{\sqrt{3}} = \frac{4}{\sqrt{3}} = R.H.S$$

ii) $(\sin 45^\circ \sec 45^\circ + \csc 45^\circ \sin 45^\circ) = 2$

$$L.H.S = \frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{\cos 45^\circ} + \frac{1}{\sin 45^\circ} \times \frac{1}{\sqrt{2}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \times \frac{1}{\frac{1}{\sqrt{2}}} + \frac{1}{\frac{1}{\sqrt{2}}} \times \frac{1}{\sqrt{2}} \Rightarrow 1 + 1 = 2 = R.H.S$$

Scanned with CamScanner

تدرب وحل تمرينات

iii) $\dfrac{\cot 45^\circ + \sin 90^\circ}{2\sec 30^\circ} = \dfrac{\sqrt{3}}{2}$

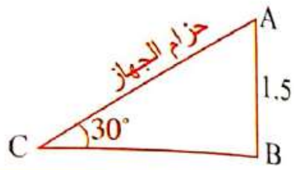
$$L.H.S = \dfrac{\dfrac{1}{\tan 45^\circ}+1}{2\times\dfrac{1}{\cos 30^\circ}} = \dfrac{\dfrac{1}{1}+1}{2\times\dfrac{1}{\dfrac{\sqrt{3}}{2}}} = \dfrac{\sqrt{3}}{2} = R.H.S$$

تدرب وحل مسائل حياتية

8

$\sin C = \dfrac{AB}{AC}$

$\sin 30 = \dfrac{1.5}{AC} \Rightarrow \dfrac{1}{2} = \dfrac{1.5}{AC} \Rightarrow AC = 3m$

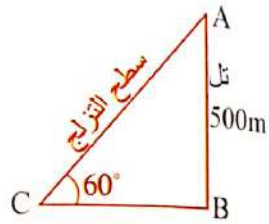


9

$\sin C = \dfrac{AB}{AC}$

$\sin 60^\circ = \dfrac{500}{AC} \Rightarrow \dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{500}{AC}$

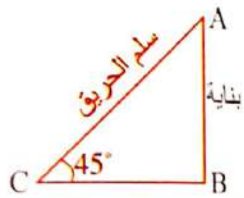
$\therefore AC \approx 588.24\ m$



10

$\sin C = \dfrac{AB}{AC} \Rightarrow \sin 45^\circ = \dfrac{AB}{20}$

$\dfrac{1}{\sqrt{2}} = \dfrac{AB}{20} \Rightarrow AB = 10\sqrt{2}\ m$

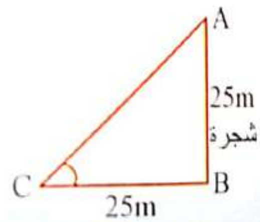


11

$\tan C = \dfrac{AB}{BC} \Rightarrow \tan C = \dfrac{25}{25} = 1$

الزاوية الحادة التي ظلها يساوي واحد هي 45°

$\therefore m\angle C = 45^\circ$



فكر

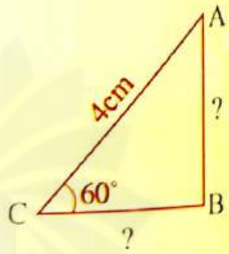
12

$\sin C = \dfrac{AB}{AC} \Rightarrow \sin 60^\circ = \dfrac{AB}{4}$

$\dfrac{\sqrt{3}}{2} = \dfrac{AB}{4} \Rightarrow AB = 2\sqrt{3} \approx 3.4cm$

$\cos C = \dfrac{BC}{AC} \Rightarrow \cos 60^\circ = \dfrac{BC}{4}$

$\dfrac{1}{2} = \dfrac{BC}{4} \Rightarrow BC = 2cm$



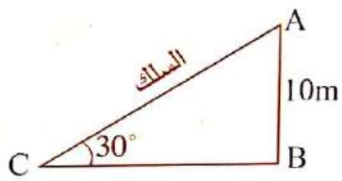
أو باستخدام مبرهنة فيثاغورس

$(AC)^2 = (AB)^2 + (BC)^2 \Rightarrow (4)^2 = (2\sqrt{3})^2 + (BC)^2$

$\therefore (BC)^2 = 4 \Rightarrow BC = 2cm$

$m\angle A = 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ$

Scanned with CamScanner

فكر	13	$\sin A = \frac{\sqrt{3}}{2}$ الزاوية التي جيبها يساوي $\frac{\sqrt{3}}{2}$ في المثلث القائم الزاوية تساوي 60° $\therefore\ m\angle A = 60^\circ\ ,\ m\angle B = 90^\circ \Rightarrow m\angle C = 30^\circ$
	14	اذا كان جيب وجيب تمام الزاوية متساويين في مثلث قائم الزاوية فإن كل زاوية من زواياه الحادة تساوي 45° ، وبذلك يكون المثلث متساوي الساقين.
أكتب		عمود كهرباء ارتفاعه 10m ، ثبت سلك في نهاية العمود وثبت الطرف الآخر للسلك على الأرض بحيث يصنع زاوية مقدارها 30° ، ما طول السلك ؟  $\sin 30^\circ = \frac{10}{AC} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{10}{AC}$ $\therefore\ AC = 20m$ طول السلك

سلسلة الناجح في الرياضيات

Scanned with CamScanner

الدرس [7-4] خطة حل المسألة (تحديد معقولية الاجابة)

1 - **افهم :** ما المعطيات في المسألة : تقدير جمانة $\frac{1}{3}$ المسافة بين A,B تساوي 3cm تقريباً .

تقدير سالي $\frac{1}{2}$ المسافة بين A,B تساوي 2cm تقريباً .

ما المطلوب من المسألة : تحديد المسافة المعقولة .

خطط : كيف تحل المسألة : أجد المسافة بين A,B وضربها في $\frac{1}{3}$ مرة وفي $\frac{1}{2}$ مرة أخرى

حل : قانون المسافة بين نقطتين :

$$d=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$

التعويض والتبسيط

$$=\sqrt{(-2-4)^2+(-1-5)^2}=\sqrt{36+36}=6\sqrt{2}$$

ضرب المسافة $6\sqrt{2}$ في $\frac{1}{3}$ يكون الناتج $2\sqrt{2}$ وبصورة تقريبية 2.8

ضرب المسافة $6\sqrt{2}$ في $\frac{1}{2}$ يكون الناتج $3\sqrt{2}$ وبصورة تقريبية 4.2

اذن التقدير المعقول هو 3cm

تحقق : $2\sqrt{2} \approx 2.8 \approx 3$

2- **افهم :** ما المعطيات في المسألة : قطعة مستقيمة طرفيها A(5,1) ، B(3,-5) .

ما المطلوب من المسألة : أي النقطتين (2- , 3-) أم (1- , 4) الأقرب الى نقطة منتصف $\overline{AB}$ ؟

خطط : كيف تحل المسألة : أجد نقطة منتصف القطعة AB .

حل : قانون المنتصف :

$$M=(\frac{x_1+x_2}{2},\frac{y_1+y_2}{2})$$

$$M=(\frac{5+3}{2}\ ,\ \frac{1-5}{2})=M(4,-2)$$

أجد المسافة بين النقطتين M , (-3,-2)

$$d_1=\sqrt{(4+3)^2+(-2+2)^2}$$

$$d_1=7$$

أجد المسافة بين النقطتين M , (4,-1)

$$d_2=\sqrt{(4-4)^2+(-2+1)^2}$$

$$d_2=1$$

لذا النقطة (4,-1) هي الأقرب

تحقق : المسافة بين M والنقطة (-3,-2) أكبر من المسافة بين M والنقطة (4,-1)

Scanned with CamScanner

3 - **أفهم :** ما المعطيات في المسألة : المسافة بين مدينتين 280km ، نسبة المسافة بين المدينتين هي 20% .

ما المطلوب في المسألة : هل نسبة 20% من المسافة بين المدينتين تقريباً 69km أو 50km ؟

خطط : كيف تحل المسألة : باستعمال المسافة بين المدينتين والنسبة المئوية نحدد التقريب المناسب .

حل : نستعمل النسبة المئوية : $20\% \times 280 \Rightarrow \frac{20}{100} \times 280 = 56$

تحقق : العدد 56 أقرب للعدد 50 من العدد 69 .

4 - **أفهم :** ما المعطيات في المسألة : المسافة المعطاة هي 160km ، نسبة ما قطعه الأول 50% ، نسبة ما قطعه الثاني 70% ، نسبة ما قطعه الثالث 80% .

ما المطلوب في المسألة : التقدير المعقول لما قطعه الشخص الأول والثالث .

خطط : كيف تحل المسألة : باستعمال النسبة المئوية والمسافة المعطاة .

حل : نستعمل النسبة المئوية لنجد ما قطعه كل شخص :

ما قطعه الشخص الأول $160 \times \frac{50}{100} = 80km$

ما قطعه الشخص الثاني $160 \times \frac{70}{100} = 112km$

ما قطعه الشخص الثالث $160 \times \frac{80}{100} = 128km$

ما قطعه الشخص الأول والثالث $80 + 128 = 208km$

لذا المسافة 208km تقدير معقول لما الشخص الأول والثالث .

تحقق : العدد 208 أقرب للعدد 129 منه الى العدد 100 .

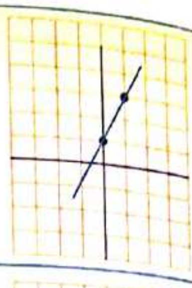
Scanned with CamScanner

الإجابة

[4-1] تدريب:1

$y = 2x + 1$

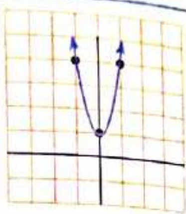
x	y=2x+1	(x,y)
0	1	(0,1)
1	3	(1,3)



تدريب : 2

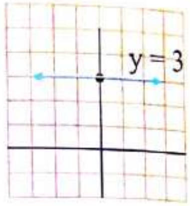
$y = 3x^2+1$

x	$y=3x^2+1$	(x,y)
1	4	(1,4)
0	1	(0,1)
-1	4	(-1,4)



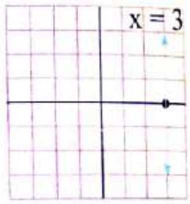
تدريب : 3

$y = 3$



تدريب : 4

$x = 3$



[4-2] تدريب:1

$$m = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$$

i) $m = \frac{7-1}{6+2} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4}$ ii) $m = \frac{2-2}{1-4} = 0$ iii) $m = \frac{-1-2}{4-4} =$ غير معرف

تدريب:2

No	المعادلة	المقطع السيني	المقطع الصادي
i	2x-y = 4	2	-4
ii	y = -5		-5
iii	x = -5	-5	

[4-3] تدريب : 1

$$\frac{y-y_1}{x-x_1} = \frac{y_2-y_1}{x_2-x_1} \Rightarrow \frac{y-4}{x-3} = \frac{1-4}{-2-3} = \frac{-3}{-5}$$

$5y - 20 = 3x - 9 \Longrightarrow 5y - 3x = 11$

تدريب : 2

$y - y_1 = m(x - x_1) \Longrightarrow y - 7 = -\frac{1}{3}(x - 0) \Longrightarrow 3y + x = 21$

تدريب : 3

$2x - 4y = 8 \Longrightarrow 4y = 2x - 8 \Longrightarrow y = \frac{1}{2}x - 2$

$m = \frac{1}{2}$, -2 المقطع الصادي

Scanned with CamScanner

الإجابة

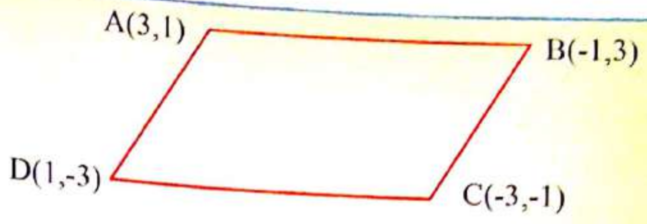
[4- 4]

تدريب : 1

$$m_{AB}\frac{3-1}{-1-3}=\frac{2}{-4}=-\frac{1}{2}$$

$$m_{DC}\frac{-1+3}{-3-1}=\frac{2}{-4}=-\frac{1}{2}$$

$\overline{AB} // \overline{DC}$



$$m_{AD}=\frac{-3-1}{1-3}=\frac{-4}{-2}=2 \quad , \quad m_{BC}=\frac{-1-3}{-3+1}=\frac{-4}{-2}=2$$

$\overline{AD} // \overline{BC}$ الشكل متوازي أضلاع

تدريب : 2

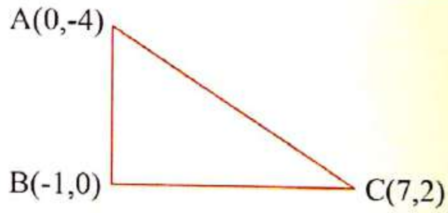
A (1,-6) , B (4,0) , C (6,4)

$$m_{AB}=\frac{0+6}{4-1}=\frac{6}{3}=2 \quad , \quad m_{BC}=\frac{4-0}{6-4}=\frac{4}{2}=2$$

A , B , C على استقامة واحدة

تدريب : 3

$$m_{AB}=\frac{0+4}{-1-0}=\frac{4}{-1}=-4$$



$$m_{BC}=\frac{2-0}{7+1}=\frac{2}{8}=\frac{1}{4}$$

$\therefore \ \overline{AB} \perp \overline{BC}$

[4- 5]

تدريب :1

$$M=(\frac{x_1-x_2}{2},\frac{y_1-y_2}{2}) \Rightarrow M=(\frac{-2+4}{2},\frac{0+5}{2})=(1,\frac{5}{2})$$

تدريب : 2

$$AB=\sqrt{(x_2-x_1)^2(y_2-y_1)^2}=\sqrt{(3-0)^2(-1-1)^2}=\sqrt{9+4}=\sqrt{13}$$

$$BC=\sqrt{(-2-3)^2(-2+1)^2}=\sqrt{25+1}=\sqrt{26}$$

$$AC=\sqrt{(-2-0)^2(-2-1)^2}=\sqrt{4+9}=\sqrt{13}$$

$(BC)^2 \overset{?}{=} (AB)^2+(AC)^2 \Rightarrow (\sqrt{26})^2=(\sqrt{13})^2+(\sqrt{13})^2$ ∴ المثلث قائم الزاوية / عكس مبرهنة فيثاغورس

تدريب : 3

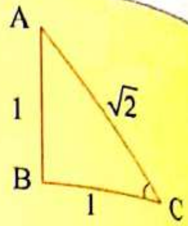
$$AB=\sqrt{(1+3)^2(-6+1)^2}=\sqrt{16+25}=\sqrt{41}$$

$$BC=\sqrt{(3-1)^2(-3+6)^2}=\sqrt{4+9}=\sqrt{13}$$

$$AC=\sqrt{(3+3)^2(-3+1)^2}=\sqrt{36+4}=\sqrt{40}$$

$\sqrt{41} \neq \sqrt{40}+\sqrt{13}$ ∴ النقاط لا تقع على استقامة واحدة

Scanned with CamScanner

	الإجابة
[4- 6] تدريب : 1	 $\tan c = \frac{1}{1}$ $(AC)^2 = (1)^2 + (1)^2 \Rightarrow AC = \sqrt{2}$ i) $\cot c = 1$ ii) $\sin c = \frac{1}{\sqrt{2}}$ iii) $\sec A = \sqrt{2}$ iv) $\csc c = \sqrt{2}$ v) $\cos A = \frac{1}{\sqrt{2}}$
تدريب : 2	$\tan 60 = \sqrt{3}$, $\cot 45 = 1$, $\sec 30 = \frac{2}{\sqrt{3}}$, $\sin 45 = \frac{1}{\sqrt{3}}$ $(\sqrt{3})^2 + (1)^2 + (\frac{2}{\sqrt{3}})^2 + (\frac{1}{\sqrt{3}})^2 \Rightarrow 3 + 1 + \frac{4}{3} + \frac{1}{2}$ $4 + \frac{8+3}{6} \Rightarrow 4 + \frac{11}{6} \Rightarrow \frac{24+11}{6} = \frac{35}{6}$
تدريب : 3	i) $L.S = (2)^2 + (\sqrt{3})^2 \Rightarrow 4 + 3 = 7 = R.S$ ii) $L.S = 2(\frac{1}{\sqrt{2}})(\frac{1}{\sqrt{2}}) = 2\frac{1}{2} = 1$ $R.S = \sin 90^\circ = 1$ $\therefore L.S = R.S$ iii) $L.S = (\frac{1}{2})^2 - (\frac{\sqrt{3}}{2})^2 \Rightarrow \frac{1}{4} - \frac{3}{4} = \frac{-2}{4} = -\frac{1}{2} = R.S$

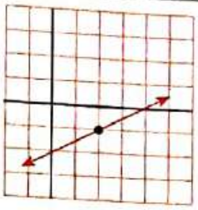
Scanned with CamScanner

	الإجابة

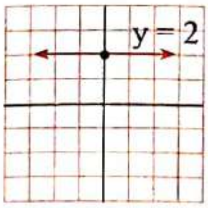
1

i)

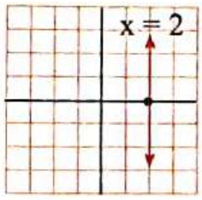
x	$y=\frac{x}{2}-2$	(x,y)
0	-2	(0,-2)
2	-1	(2,-1)



ii)

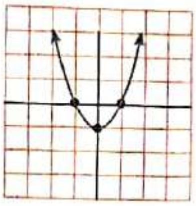


iii)



iv)

x	$y=x^2-1$	(x,y)
1	0	(1,0)
0	-1	(0,-1)
-1	0	(-1,0)



2

$$\frac{y-y_1}{x-x_1}=\frac{y_2-y_1}{x_2-x_1}\Rightarrow \frac{y+3}{x+2}=\frac{3+3}{2+2}$$

$$\frac{y+3}{x+2}=\frac{3}{2}\quad\Rightarrow 2y+6=3x+6$$

$$2y-3x=0$$

3

$$y-x=4 \Rightarrow x=0 \Rightarrow y=4$$

$$\Rightarrow y=0 \Rightarrow x=-4$$

4

i) $m=\frac{5+2}{1-3}=\frac{7}{-2}$, $y+2=\frac{7}{-2}(x-3)\Rightarrow -2y-4=7x-21$

$$2y+7x=17$$

ii) $m=\frac{3}{2}$, $p(0,-5)$ $\quad y-y_1=m(x-x_1) \Rightarrow y+5=\frac{3}{2}(x-0)$

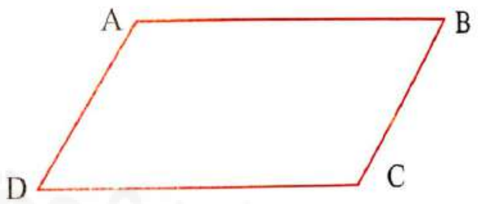
$$2y+10=3x \Rightarrow 2y-3x=-10$$

أو بطريقة أخرى

$y=mx+k$, $m=\frac{3}{2}$, $k=-5$

$$y=\frac{3}{2}x-5 \Rightarrow 2y=3x-10 \Rightarrow 2y-3x=-10$$

Scanned with CamScanner

	الإجابة
	iii) $m=-\frac{1}{5}$ $p(3,0)$ $y-0=-\frac{1}{5}(x-3)\Rightarrow 5y=-x+3\Rightarrow 5y+x=3$
5	$2y-3x=8$ $2y-8=3x$ $2(y-4)=3x$ $y-4=\frac{3}{2}(x-0)$ $m=\frac{3}{2}$, $(x_1,y_1)=(4,0)$
6	i) $m_{AB}=\frac{-1-2}{0-3}=\frac{-3}{-3}=1$, $m_{BD}=\frac{0+1}{1-0}=1$, $m_{AD}=\frac{0-2}{1-3}=\frac{-2}{-2}=1$ على استقامة واحدة A , B , D ii) $m_{AB}=\frac{2+1}{2-4}=\frac{3}{-2}$, $m_{DC}=\frac{1-4}{0+2}=\frac{-3}{2}$ $\overline{AB}//\overline{DC}$ الشكل متوازي أضلاع $\overline{AD}//\overline{BC}$ وبنفس الطريقة  iii) $m_{AB}=\frac{-1-1}{4-3}=\frac{-2}{1}$, $m_{DC}=\frac{-3+1}{0-4}=\frac{-2}{-4}=\frac{1}{2}$ $m_{AB}\times m_{DC}=-1\Rightarrow \overline{AB}\perp\overline{DC}$
7	$m_1=\frac{-2}{3}$, $m_2=\frac{-2}{3}$ توازي $y-y_1=m_2(x-x_1)\Rightarrow y-3=\frac{-2}{3}(x-0)$ $3y-9=-2x \Rightarrow 3y+2x=9$

Scanned with CamScanner

الإجابة

8

i) $AB=\sqrt{(-1-2)^2(0-3)^2}=\sqrt{9+9}=\sqrt{18}=3\sqrt{2}$

$BD=\sqrt{(0+1)^2(1-0)^2}=\sqrt{1+1}=\sqrt{2}$

$AD=\sqrt{(0-2)^2(1-3)^2}=\sqrt{4+4}=\sqrt{8}=2\sqrt{2}$

$3\sqrt{2}=\sqrt{2}+2\sqrt{2}$

$AB=BD+AD$ A , B , D على استقامة واحدة

ii) $AB=\sqrt{(2+1)^2(2-4)^2}=\sqrt{9+4}=\sqrt{13}$

$DC=\sqrt{(1-4)^2(0+2)^2}=\sqrt{9+4}=\sqrt{13}$

$AB=DC$

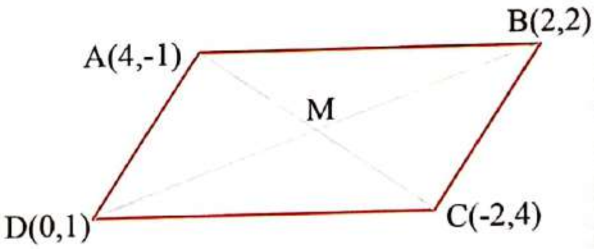
$AD=BC$ وبالطريقة نفسها

الشكل متوازي أضلاع

9

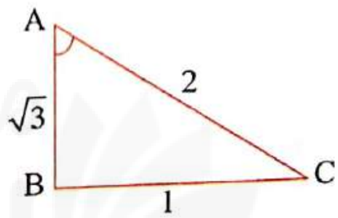
القطر AC $M=(\frac{4+(-2)}{2}\ ,\ \frac{-1+4}{2})=(1,\frac{3}{2})$

القطر BD $M=(\frac{2+0}{2}\ ,\ \frac{2+1}{2})=(1,\frac{3}{2})$



الشكل متوازي أضلاع لأن أقطاره ينصف أحدهما الآخر

10



$(AC)^2=(AB)^2+(BC)^2$

$4=(AB)^2+1$

$AB=\sqrt{3}$

i) $\cos A=\frac{\sqrt{3}}{2}$ ii) $\tan A=\frac{1}{\sqrt{3}}$ iii) $\cot C=\frac{1}{\sqrt{3}}$ iv) $\sec A=\frac{2}{\sqrt{3}}$

Scanned with CamScanner

الاختيار من متعدد

4

	الإجابة							
الدرس [4-1]	1 c	2 c	3 d	4 d	5 c	6 d	7 c	
الدرس [4-2]	1 c	2 b	3 d	4 c	5 c , a	6 a	7 d	8 c
الدرس [4-3]	1 d	2 c	3 d	4 d	5 b	6 c	7 c	
الدرس [4-4]	1 b	2 c	3 d	4 d	5 b	6 c	7 d	
الدرس [4-5]	1 d	2 c	3 d	4 d	5 c	6 d	7 d	
الدرس [4-6]	1 c	2 d c	3 d	4 c	5 b	6 d	7 d	8 d

Scanned with CamScanner

حلول تمرينات الفصل الخامس

الهندسة والقياس

الدرس [5-1]	المضلعات والمجسمات (الهرم والمخروط)
الدرس [5-2]	المثلثات
الدرس [5-3]	التناسب والقياس في المثلثات
الدرس [5-4]	الدائرة
الدرس [5-5]	المثلث والدائرة ، القطع المستقيمة والدائرة
الدرس [5-6]	الزوايا والدائرة
الدرس [5-7]	خطةُ حلِّ المسألةِ (الرسم)

سلسلة الناجح في الرياضيات

Scanned with CamScanner

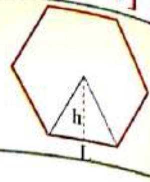
الأختبار القبلي

1 - 6	1 - مضلع سداسي منتظم 2 - مضلع غير منتظم 3 - مضلع غير منتظم 4 - ليس مضلعاً 5 - ليس مضلعاً 6 - مضلع خماسي منتظم
7	$P = 2\pi r = 7 \times \frac{22}{7} = 22cm$ محيط الدائرة $A = \pi r^2 = \frac{22}{7} \times (3.5)^2 = 38.5cm^2$ مساحة الدائرة
8	$P = 2\pi r = 2 \times 7 \times \frac{22}{7} = 44cm$ $A = \pi r^2 = 49 \times \frac{22}{7} = 154cm^2$
9	$P = 2\pi r = 6 \times \frac{22}{7} \approx 18.86\ cm$ $A = \pi r^2 = 9 \times \frac{22}{7} \approx 28.286cm^2$
10	$V = \frac{1}{2}(\frac{4}{3}\pi r^3) \Rightarrow V = \frac{1}{2}(\frac{22}{7} \times (7)^3 \times \frac{4}{3} = 718.67\ cm^3$ حجم نصف الكرة $A = \frac{1}{2}(4\pi r^2) = \frac{1}{2}(\frac{88}{7} \times 49) = 308cm^2$ المساحة السطحية لنصف الكرة
11	$V = \pi r^2 h = \frac{22}{7} \times 90.25 \times 21 = 5956.5cm^3$ حجم الاسطوانة $A = 2 \times \frac{22}{7} \times 9.5 \times 21 + 2 \times \frac{22}{7} \times 90.25 \approx 1821.29cm^2$ المساحة السطحية للاسطوانة
12	$V_1 = \frac{1}{2}(\frac{4}{3}r^3\pi)$ $= \frac{1}{2}(\frac{4}{3} \times 27 \times \frac{22}{7}) = 56.57\ m^3$ حجم نصف الكرة $V_2 = r^2 h\pi = \frac{22}{7} \times 9 \times 9 = 254.57\ m^3$ حجم الاسطوانة $V = V_1 + V_2 = 56.57 + 254.57 = 311.1\ cm^3$ حجم الشكل المركب = حجم نصف الكرة + حجم الاسطوانة
13	$V = L^3 = 27\ cm^3$ $TA = 6 \times L^2 = 6 \times 9 = 54\ cm^2$ المساحة الكلية للمكعب
14	$V = h \times L \times W$ $= 3 \times 5 \times 10 = 150\ cm^3$ حجم متوازي المستطيلات $TA = 2(3+5)(10) + 2(3 \times 5) \Rightarrow TA = 160 + 30 = 190\ cm^2$ المساحة الكلية لمتوازي المستطيلات

Scanned with CamScanner

15	$V=\frac{1}{2}(\frac{4}{3}r^3\pi)$ $=\frac{1}{2}(\frac{4}{3}\times\frac{22}{7}(42.875))=179.67\ cm^3$ حجم نصف الكرة $A=\frac{1}{2}(4r^2\pi)$ $=\frac{44}{7}\times12.25=74\ cm^2$ المساحة السطحية لنصف الكرة
16	$\frac{7}{6}=\frac{x-3}{2} \Rightarrow 6x-18=14$ $\therefore x=\frac{18+14}{6}=\frac{32}{6}=5.33$
17	$\frac{7}{x}=\frac{1}{2} \Rightarrow x=14$
18	$x=\frac{12}{16}=\frac{3}{4}$
19	$(n-2)\times180^\circ \Rightarrow (5-2)\times180^\circ=540^\circ$ مجموع الزوايا الداخلية لمضلع قياس الزاوية الخارجية للضلع تساوي 360° $\frac{360^\circ}{5}=70^\circ$ قياس الزاوية المركزية
20	مجموع الزوايا الداخلية $(n-2)\times180^\circ=(8-2)\times180^\circ=1080^\circ$ $\frac{360^\circ}{n}$ قياس الزاوية الخارجية 360° $\Rightarrow$ $\frac{360^\circ}{8}=45^\circ$ قياس الزاوية المركزية
21	$(n-2)\times180^\circ=(6-2)\times180^\circ$ مجموع قياس الزوايا الداخلية $=4\times180^\circ=720^\circ$ $\frac{360^\circ}{n}=$ قياس الزاوية المركزية قياس الزاوية المركزية $=60^\circ=\frac{360^\circ}{6}$ قياس الزاوية الخارجية 360°
22	$3+2=5$ $\frac{20}{5}\times2=8$ عدد الاناث من الموظفين $\frac{20}{5}\times3=12$ عدد الذكور من الموظفين
23	$3(2x-1)=57$ $6x-3=57 \Rightarrow 6x=60 \Rightarrow x=10$ $\therefore 2x-1 \Rightarrow 2(10)-1=19$ cm

Scanned with CamScanner



محيط المضلع $P = n \times L$

مساحة المضلع $A = \frac{1}{2} L \times h \times n$

تأكد من فهمك

1

$P = 5 \times 2.9 = 14.5\ cm$

$A = \frac{1}{2}(2.9)(2)(5) = 14.5\ cm^2$

2

$P = 7 \times 2\sqrt{3} = 14\sqrt{3}\ cm$

$A = \frac{1}{2}(3)(2\sqrt{3})(7) = 42\sqrt{3}\ cm^2$

3

i) المساحة الجانبية للمخروط $LA = \pi r \times \ell = \frac{1}{2}(P) \times \ell$

المساحة الكلية للمخروط $TA = \pi r \times \ell + \pi r^2$

حجم المخروط $V = \frac{1}{3}\pi r^2 \times h$

$LA = \frac{1}{2}(30\pi)(25) = 375\pi\ cm$, $TA = 375\pi + 225\pi = 600\pi\ cm^2$

$V = \frac{(225\pi)(20)}{30} = 1500\ cm^3$

ii) هرم $LA = \frac{1}{2}P \times \ell$, $TA = \frac{1}{2}P \times \ell + b$, $V = \frac{1}{3}b \times h$

$LA = \frac{1}{2}(36)(9) = 162\ cm^2$

$TA = 162 + 54\sqrt{3} = 232.2\ cm^2$ 253.8

$V = \frac{1}{3}(54\sqrt{3})(3\sqrt{6}) = 226.8\ cm^3$

4

i) $L = 6\ cm$, $h = \sqrt{33}\ cm$, $\ell = 6\ cm$

$LA = \frac{1}{2}P \times \ell \Rightarrow LA = \frac{1}{2}(3 \times 6) \times 6 \Rightarrow LA = 54\ cm^2$

$b = \frac{\sqrt{3}}{4}(L)^2 \Rightarrow b = \frac{\sqrt{3}}{4}(36) \Rightarrow b = 9\sqrt{3}\ cm^2$

$TA = LA + b \Rightarrow TA = 54 + 9\sqrt{3} \approx 69.3\ cm^3$

$V = \frac{1}{3}b \times h \Rightarrow v = \frac{1}{3}(9\sqrt{3})(\sqrt{33}) \Rightarrow v = 9\sqrt{11}\ cm^3$

ii) $L = 12\ cm$, $h = 8\ cm$, $\ell = 10\ cm$ محيط $P = 12 \times 4 = 48\ cm$

$LA = \frac{1}{2}P \times \ell$

$LA = \frac{1}{2}(48) \times 10 = 240\ cm^2$ مساحة $b = 12 \times 12 = 144\ cm^2$

$TA = \frac{1}{2}(P \times \ell) + b$

$TA = 240 + 144 = 384\ cm^2 \Rightarrow V = \frac{1}{3}b \times h \Rightarrow V = \frac{1}{3}(144) \times 8 = 384\ cm^3$

Scanned with CamScanner

تأكد من فهمك

5

i)

$$LA = \pi r \times \ell$$

$$LA = \pi(5) \times 13$$

$$= 65\pi \text{ cm}^2$$

$$TA = \pi r \times \ell + \pi r^2$$

$$TA = 65\pi + 25\pi = 90\pi \text{ cm}^2$$

$$V = \frac{1}{3}\pi r^2 \times h$$

$$V = \frac{1}{3}(25\pi) \times 12 = 100\pi \text{ cm}^3$$

ii)

$$LA = \pi r \times \ell$$

$$\ell^2 = (16)^2 + 9 = 25 \Rightarrow \ell = 5$$

$$LA = \pi(3) \times 5 = 15\pi \text{ cm}^2$$

$$TA = 15\pi + 9\pi = 24\pi \text{ cm}^2$$

$$V = \frac{1}{3}(9)\pi \times 4 = 12\pi \text{ cm}^3$$

iii)

$$(h)^2 = 9 - 3 = 6 \Rightarrow h = \sqrt{6}$$

$$LA = \pi\sqrt{3} \times 3 = 3\sqrt{3}\pi \text{ cm}^2$$

$$TA = 3\sqrt{3}\pi + \pi(3) = 3\pi(\sqrt{3} + 1) \text{ cm}^2$$

$$V = \frac{1}{3}\pi(3) \times \sqrt{6} = \sqrt{6}\pi \text{ cm}^3$$

6

$$\ell = 5 \text{ cm} \quad , \quad h = 3 \text{ cm}$$

$$b = 8 \times 8 = 64 \text{ cm}^2$$

$$P = 8 \times 4 = 32 \text{ cm}$$

$$LA = \frac{1}{2}P \times \ell$$

$$LA = \frac{1}{2}(32) \times 5 = 80 \text{ cm}^2$$

$$TA = \frac{1}{2}P \times \ell + b$$

$$TA = 80 + 64 = 144 \text{ cm}^2$$

مساحة القاعدة b

$$V = \frac{1}{3}b \times h$$

$$V = \frac{1}{3} \times 64 \times 3 = 64 \text{ cm}^3$$

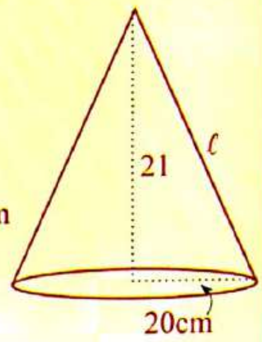
محيط القاعدة p

موقع المناهج

Scanned with CamScanner

تدرب وحل تمرينات	7	$L = 8$, $\ell = 7.2$ cm $LA = \frac{1}{2} P \times \ell$ $LA = \frac{1}{2}(32) \times 7.2$ $= 115.2\ cm^2$ محيط القاعدة P $P = 8 \times 4 = 32$ cm
	8	$LA = \frac{1}{2} P \times \ell$ $= \frac{1}{2}(9.28) \times 2$ $= 9.28\ cm^2$ $P = 1.16 \times 8$ $= 9.88$ cm 9.28
	9	$LA = \pi r \times \ell$ $TA = \pi r \times \ell + \pi r^2$ $r = \frac{35}{2} = 17.5$ m , $\ell = 20$ m $LA = \pi(17.5) \times 20 = 350\pi\ m^2$ $TA = 250\pi + 306.25\pi = 656.25\pi\ cm^2$
	10	$b = \frac{\sqrt{3}}{4} L^2 \Rightarrow b = \frac{\sqrt{3}}{4}(36) = 9\sqrt{3}\ m^2$ $V = \frac{1}{3} b \times h \Rightarrow V = \frac{1}{3}(9\sqrt{3})(13)$ $V = 39\sqrt{3}\ m^3$
	11	حجم الهرم $V = \frac{1}{3}\pi r^2 \times h$ $V_1 = \frac{1}{3}\pi(4) \times 6 = 8\pi\ m^3$ $V_2 = \frac{1}{3}\pi(81) \times 18 = 486\pi\ m^3$ حجم الشكل المركب $V = V_1 + V_2 = 8\pi + 486\pi = 494\pi\ m^3$
تدرب وحل مسائل حياتية	12	$r = 3$ cm , $V = 203\ cm^3$ $V = \frac{1}{3}\pi r^2 \times h$ $203 = \frac{1}{3}\pi(9) \times h \Rightarrow h = \frac{203}{3\pi} = 21.53$ cm

Scanned with CamScanner

تدرب وحل مسائل حياتية	13	$V=\frac{1}{3}b\times h$, $h=321\ m$ $1904000=\frac{1}{3}\times b\times 321$ $b=\frac{1904000}{107}=17794.3$ $b\approx 17794\ m^2$ مساحة القاعدة
	14	$LA=\frac{1}{2}P\times \ell$, $P=4\times 4=16\ cm$, $\ell=8\ cm$ $LA=\frac{1}{2}\times 16\times 8=64\ cm^2$
فكر	15	نصف قطر قاعدة المخروط = نصف قطر قاعدة الإسطوانة = r $\therefore r=20\ cm$ ارتفاع المخروط = h_2 ، ارتفاع الاسطوانة = h_1 اسطوانة ، مخروط: $V_1 = V_2 \Rightarrow (r^2\pi)h_1=\frac{1}{3}(r^2\pi)h_2 \Rightarrow h_2=3h_1$ اسطوانة $\because h_1=7 \Rightarrow \therefore h_2=21\ cm$ مخروط $\ell^2=(21)^2+(20)^2 \Rightarrow L^2=441+400=841 \Rightarrow \ell=29\ cm$ $LA=\frac{1}{2}(2r\pi)\ell \Rightarrow LA=20\pi(29)=580\pi\ cm^2$ المساحة الجانبية للمخروط 
	16	الحل الثاني هو الصحيح لأن h هو ارتفاع المخروط = 8
اكتب		مضلع تساعي منتظم طول ضلعه L = 8cm وطول العامد فيه يساوي 4cm $P=L\times n=8\times 9=72\ cm$ $A=\frac{1}{2}\times L\times h\times n=\frac{1}{2}\times 8\times 4\times 9=144\ cm^2$

Scanned with CamScanner

تأكد من فهمك

1

$m\angle B = 90^\circ - 68^\circ = 22^\circ$

$\therefore\ \overline{AC}\ ,\ \overline{AB}\ ,\ \overline{BC}$

2

$m\angle B = 180^\circ - (m\angle A + m\angle C)$

$= 180^\circ - (45^\circ + 38^\circ)$

$= 180^\circ - (83^\circ)$

$m\angle B = 97^\circ$

$\therefore\ \overline{AB}\ ,\ \overline{BC}\ ,\ \overline{AC}$

3

$\therefore\ \angle C\ ,\ \angle B\ ,\ \angle A$

4

$\therefore\ \angle B\ ,\ \angle A\ ,\ \angle C$

5

$x = \frac{1}{2}\angle A$

$m\angle A + m\angle B + m\angle C = 180^\circ$ مجموع زوايا المثلث = 180°

$m\angle A = 180^\circ - (m\angle B + m\angle C)$

$m\angle A = 180^\circ - (45^\circ + 80^\circ) = 180^\circ - 125^\circ$

$m\angle A = 55^\circ$

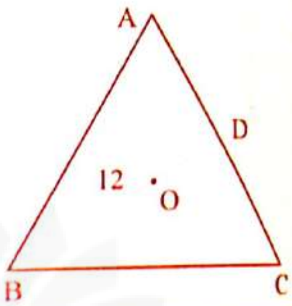
$\therefore\ x = \frac{1}{2}(55^\circ) = 27.5^\circ$

6

$BO = \frac{2}{3}BD$

$BO = 12\text{ cm}$

$\therefore\ 12 = \frac{2}{3}BD \Rightarrow BD = 18\text{ cm}$



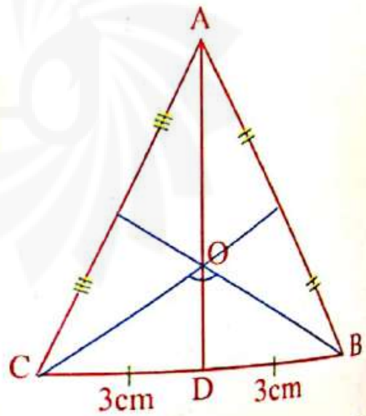
7

$CB = 6\text{ cm} \Rightarrow CD = DB = 3\text{ cm}$

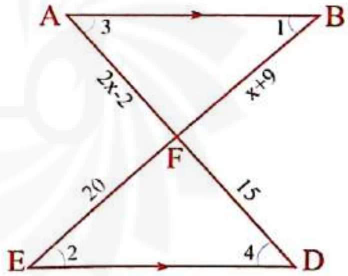
$OD = \frac{1}{2}CB$ القطعة المستقيمة الواصلة من رأس القائمة الى منتصف الوتر تساوي نصف طول الوتر.

$\therefore\ OD = \frac{1}{2}(6) \Rightarrow OD = 3\text{ cm}$ بالتعويض

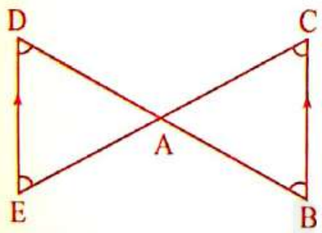
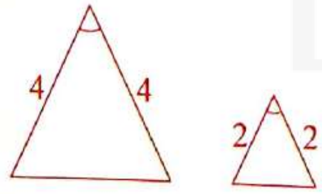
$OD = \frac{1}{3}AD \Rightarrow 3 = \frac{1}{3}AD \Rightarrow AD = 9\text{ cm}$



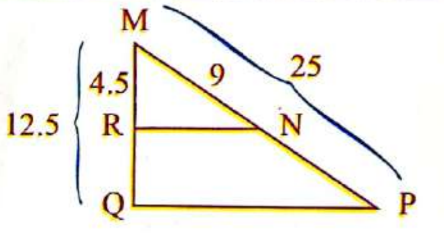
Scanned with CamScanner

تأكد من فهمك	8	i) من الشكل نجد أن : $\overline{AC} \parallel \overline{DE}$ $\therefore \angle D \cong \angle C$ $\angle DBE \cong \angle ABC$ ii) $\Delta ABC \approx \Delta EBD$ نسبة التشابه $1 = \frac{8}{8}$ لتساوي زواياهما المتناظرة iii) $\frac{8}{x-1} = \frac{9}{x}$ $9x - 9 = 8x$ $9x - 8x = 9$ $x = 9$
تدرب وحل التمرينات	9	$m\angle B = 180^\circ - (80^\circ + 60^\circ)$ $= 180^\circ - (140^\circ)$ $m\angle B = 40^\circ$ $\therefore \overline{AC}\ ,\ \overline{AB}\ ,\ \overline{BC}$
	10	$m\angle C = 90^\circ$ $m\angle B = 70^\circ \Rightarrow m\angle A = 90^\circ - 70^\circ$ $\therefore m\angle A = 20^\circ$ $\therefore \overline{BC}\ ,\ \overline{AC}\ ,\ \overline{AB}$
	11	$\therefore \angle C\ ,\ \angle A\ ,\ \angle B$
	12	$\therefore \angle B\ ,\ \angle C\ ,\ \angle A$
	13	$\angle A \cong \angle D$ $\angle B \cong \angle N$ $\angle C \cong \angle E$ $\frac{AC}{DE} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$ $\frac{AB}{DN} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$ $\frac{CB}{NE} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$ المثلثات متشابهات ونسبة التشابه هي $\frac{4}{3}$
	14	$\frac{AD}{AB} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$, $\frac{AE}{AC} = \frac{8}{12} = \frac{2}{3}$ $\because m\angle DAE \cong m\angle CAB$ فأن المثلثين ABC ، ADE متشابهان لتساوي زوايهما المتناظرة .
تدرب وحل مسائل حياتية	15	$\because \overline{AB} \parallel \overline{ED}$ $\therefore m\angle 1 = m\angle 2\ ,\ m\angle 3 = m\angle 4$ بالتبادل $\frac{AF}{DF} = \frac{BF}{EF}$ من التشابه $\frac{2x-2}{15} = \frac{x+9}{20}$ بالتعويض $40x - 40 = 15x + 135$ الضرب التبادلي بالبسط $25x = 175 \qquad x = 7$ 

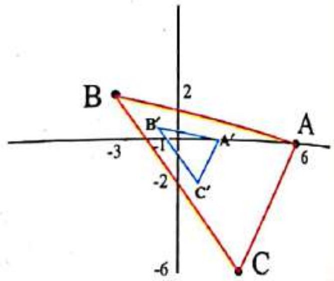
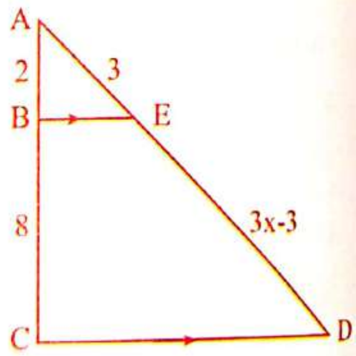
Scanned with CamScanner

تدرب وحل مسائل حياتية	16	في $\Delta\Delta$ ABE , DBE : $\overline{AE} \cong \overline{ED}$ $m\angle E = m\angle E = 90^\circ$ $\overline{BE} = \overline{BE}$ يتطابق المثلثان لتساوي ضلعين وزاوية محصورة بينهما اذن المثلثان متشابهان . كذلك من التطابق ينتج : $\angle EBA \cong \angle D$
	17	$\frac{6}{4} = \frac{x}{2} \Rightarrow x = \frac{12}{4} = 3$ $m = (3,0)$ $\frac{6}{4} = \frac{3}{2}$ نسبة التشابه
فكر	18	Let x = AB $\quad \frac{x}{60} = \frac{80}{60} \Rightarrow x = 80$ AB = 80
	19	$\frac{x}{10} = \frac{15}{5} = \frac{6}{2} \Rightarrow x = 30$
	20	$\frac{3+x}{3} = \frac{x+5}{4}$ $12 + 4x = 3x + 15$ $4x - 3x = 15 - 12$ $x = 3$
	21	عند تطابق زاويتين في مثلث مع زاويتين في مثلث آخر فأن المثلثين يتشابهان وكذلك عند تناسب ضلعين في مثلث مع نظائرهما في مثلث آخر وتطابقت الزاوية المحصورة بينهما مع نظيرتها فأن المثلثين متشابهين . مثال : هل المثلثان في الشكل المجاور متشابهان ؟ وبين السبب ،  الحل : $\overline{BC} \parallel \overline{ED}$ ومن التوازي نجد أن هناك زاويتين من المثلث ABC تتطابقان مع زاويتين من المثلث ADE (زوايا متبادلة) . اذن المثلثان متشابهان
أكتب		 $\frac{4}{2} = \frac{6}{3}$ $\frac{2}{1} = \frac{2}{1}$ نسبة التشابه لأن مجموع أي ضلعين في مثلث أكبر من الضلع الثالث فلا يجوز الضلع الثالث 8 أو 4

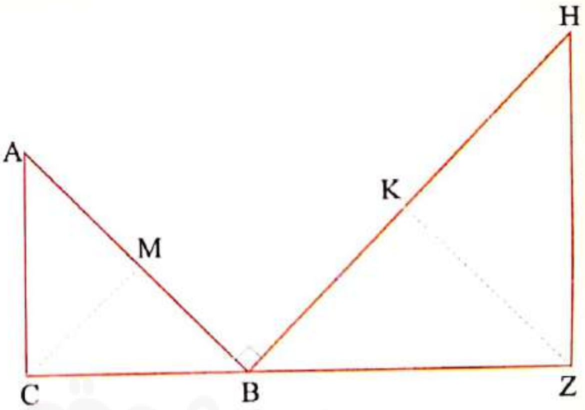
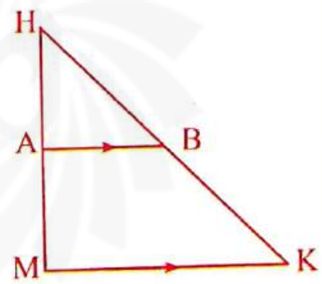
Scanned with CamScanner

تأكد من فهمك	1	$\frac{RL}{LT}=\frac{RW}{WS}$ $\frac{16}{x}=\frac{12}{9}$ $12x=144 \Rightarrow x=12$ $\therefore\ LT=12$
	2	$\frac{RW}{WS}=\frac{RL}{LT}$ $\frac{70}{x}=\frac{42}{30}$ $\therefore\ WS=\frac{70\times 30}{42}=50$
	3	$NP=25-9=16$ $RQ=12.5-4.5=8$ (مبرهنة) $\frac{9}{16}=\frac{4.5}{8} \Rightarrow$ $\because\ \frac{MN}{NP}=\frac{MR}{RQ}$ $\therefore\ \overline{RN} \parallel \overline{QP}$ (مبرهنة)  A
	4	$\frac{MN}{NK}=\frac{AB}{BC}$ $\frac{x}{x+4}=\frac{\frac{x}{2}}{x-4} \Rightarrow (x+4)\frac{x}{2}=x^2-4x$ $\frac{x^2}{2}+2x=x^2-4x$ $\frac{1}{2}x^2-6x=0$ $x(\frac{1}{2}x-6)=0$ يهمل $x=0$ or $\frac{1}{2}x-6=0 \Rightarrow x=12$ $MN=12$ $KN=12+4$ $KN=16$
	5	نفرض أن مساحة المثلث ABC تساوي 2P نفرض أن مساحة المثلث KMH تساوي P $2P=ABC$ $P=HKM$ $\frac{2P}{P}=\frac{(AB)^2}{(8)^2} \Rightarrow AB=8\sqrt{2}$ cm

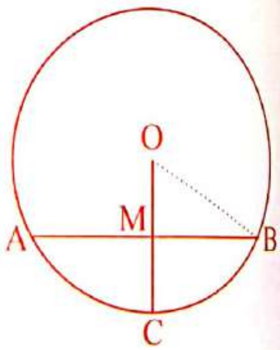
Scanned with CamScanner

تأكد من فهمك	6	افرض أن محيط ABC يساوي P ، افرض أن مساحة ABC يساوي A محيط المثلث KMH يساوي 18cm ، مساحته $15cm^2$ مبرهنة : نسبة تشابه محيط مثلثين = $\frac{a}{b}$ نسبة تشابه مساحتي مثلثين = $\frac{a^2}{b^2}$ $\frac{6}{8}=\frac{a}{b} \Rightarrow \frac{a}{b}=\frac{3}{4}$ $\frac{3}{4}=\frac{18}{P} \Rightarrow P=24\ cm$ $\frac{(3)^2}{(4)^2}=\frac{15}{A} \Rightarrow \frac{9}{16}=\frac{15}{A}$ $3A=80 \Rightarrow A=\frac{80}{3}=26.7\ cm^2$
	7	$A'=(\frac{1}{3}\times 6,\frac{1}{3}\times 0)=A'(2,0)$ $B'=(\frac{1}{3}\times(-3),\frac{1}{3}\times\frac{3}{2})=B'=(-1,\frac{1}{2})$ $C'=(\frac{1}{3}\times 3,\frac{1}{3}\times(-6))=C'(1,-2)$ 
تدرب وحل تمرينات	8	$\frac{2}{8}=\frac{3}{3x-3}$ $24=6x-6$ $30=6x$ $x=5$ $ED=15-3$ $ED=12$ 
	9	$\frac{CB}{BM}\overset{?}{=}\frac{CA}{AK} \Rightarrow \frac{18}{6}=\frac{4.5}{1.5}$ $3=3$ $\overline{AB} \parallel \overline{MK}$ مبرهنة التناسب المثلثي
	10	$\frac{16}{25}=\frac{a^2}{b^2} \Rightarrow \frac{a}{b}=\frac{4}{5}$ نسبة التشابه بين المحيطين هي $\frac{4}{5}$

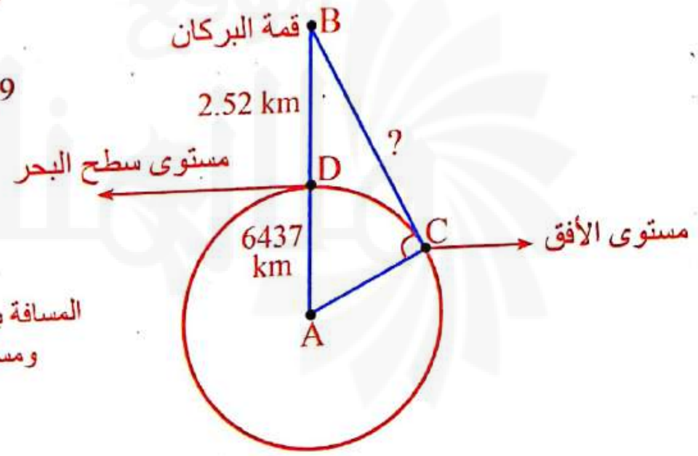
Scanned with CamScanner

تدرب وحل تمرينات	11	$A' = (2\times-1\ ,\ 2\times-1) = B'(-2,-2)$ $B' = (2\times1\ ,\ 2\times-2) = B'(2\ ,-4)$ $C' = (2\times1\ ,\ 2\times2) = C'(2,4)$
تدرب وحل مسائل حياتية	12	$\frac{\cancel{81}^{\,3}}{\cancel{27}_{\,1}} = \frac{\cancel{54}}{x}$ $\quad 3x = 54 \quad \Rightarrow \quad x = 18\ m$ طول الطريق بين شارع 62 وشارع 52 هو 18m
	13	$A' = (\frac{1}{4}\times2\ ,\ \frac{1}{4}\times6) = A' = (\frac{1}{2}\ ,\ \frac{3}{2})$ $B' = (\frac{1}{4}\times-4\ ,0\times\frac{1}{4}) = B' = (-1\ ,0)$ $C'(\frac{1}{4}\times-4\ ,\ \frac{1}{4}\times-8) = C'(-1,-2)$ $D'(\frac{1}{4}\times-2\ ,\ \frac{1}{4}\times-12) = D'(-\frac{1}{2},-3)$
فكر	14	هذا السؤال يعتمد على مبرهنة تنص على أن : القطعة المستقيمة تساوي نصف طول الوتر. $KZ = \frac{1}{2}BH$ $CM = \frac{1}{2}AB$ $\frac{KZ}{CM} = \frac{\frac{1}{2}BH}{\frac{1}{2}AB} \Rightarrow (\frac{KZ}{CM})^2 = \frac{(BH)^2}{(AB)^2}$ $(\frac{KZ}{CM})^2 = \frac{(HZ)^2+(BZ)^2}{(AC)^2+(BC)^2}$ 
اكتب		$\frac{HA}{HM} = \frac{HB}{HK}$ $\frac{HM}{AM} = \frac{HK}{HB}$ $\frac{HA}{AM} = \frac{HB}{BK}$ 

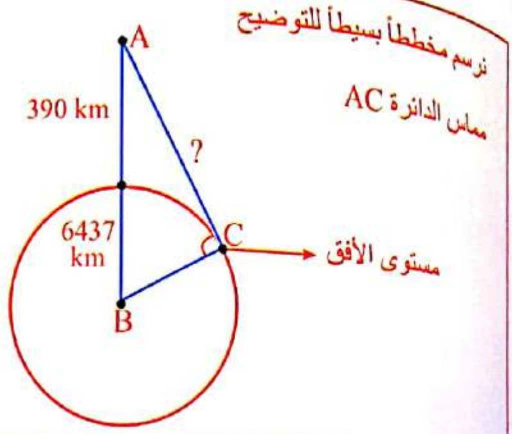
Scanned with CamScanner

تأكد من فهمك	1	$m\angle AOD = 90^\circ$
	2	$m\angle COB = 90^\circ - 43^\circ$ $\therefore\ m\angle COB = 47^\circ$
	3	$m\,\widehat{DBE} = m\,\widehat{EBC} + m\,\widehat{CD} \quad = 180 + 43 = 223$
	4	$m\,\widehat{DAB} = 180 + 90 = 270$
	5	$\frac{360^\circ}{6} = 60^\circ$ قيمة كل زاوية مركزية $m\,\widehat{AB} = 60^\circ$
	6	$m\,\widehat{ABC} = 60 + 60 = 120$
	7	$m\widehat{ABD} = 60 + 60 + 60 = 180$
	8	$\widehat{DA} \cong \widehat{AB} = \widehat{BC} = \widehat{CD}$ معطى في السؤال $DA = AB = BC = CD$ مبرهنة الأقواس والأوتار لذا فإن الشكل ABCD مربع كل أضلاعه متساوية
	9	$(OB)^2 = (OM)^2 + (MB)^2$ $16 = (2.3)^2 + (MB)^2$ $16 - 5.29 = 10.71 = (MB)^2$ $MB = 3.3$ $AB \approx 2 \times 3.3 = 6.6$ cm 
	10	$(OA)^2 = (OB)^2 + (BA)^2$ $100 = 36 + (BA)^2$ $(BA)^2 = 100 - 36 = 64$ $BA = 8 = AD$
تدرب وحل تمرينات	11	$m\angle COA = 180^\circ - (74^\circ + 40^\circ)$ $= 180^\circ - (114^\circ)$ $= 66^\circ$

Scanned with CamScanner

تدرب وحل تمرينات	12	$m\,\widehat{DBE} = 270$
	13	$m\,\widehat{BCA} = 180 - m\angle DOC = 180 - 74 = 106$
	14	$m\,\widehat{DCA} = 180 - m\angle AOB = 180 - 40 = 140$
	15	$m\,\widehat{AB} = \frac{360}{8} = 45$
	16	$m\,\widehat{ABC} = 45 + 45 = 90$
	17	$m\,\widehat{GDB} = m\,\widehat{GF} + m\,\widehat{FE} + m\,\widehat{ED} + m\,\widehat{DC} + m\,\widehat{CB} = 45 + 45 + 45 + 45 + 45$ $m\,\widehat{GDB} = 225$
	18	$\because\ m\,\widehat{AB} \cong m\,\widehat{BC} \cong m\,\widehat{CD} \cong m\,\widehat{DE} \cong m\,\widehat{EF} \cong m\,\widehat{FA}$ $\therefore\ \overline{AB} \cong \overline{BC} \cong \overline{CD} \cong \overline{DE} \cong \overline{EF} \cong \overline{FA}$ اذن الشكل سداسي منتظم
	19	$(OA)^2 = (OB)^2 + (AB)^2$ $169 = 25 + (AB)^2$ $(AB)^2 = 169 - 25 = 144 \Rightarrow AB = 12$, $AC = 12$ مبرهنة المماس
تدرب وحل مسائل حياتية	20	نرسم مخططاً بسيطاً للتوضيح $(AB)^2 = (BC)^2 + (AC)^2$ $(2.52 + 6437)^2 = (BC)^2 + (6437)^2$ $(6439.52)^2 = (BC)^2 + 41434969$ $41467417.8 = (BC)^2 + 41434969$ $(BC)^2 = 5801147$ 32448.8 $BC = 76165$ km المسافة بين قمة البركان ومستوى الأفق ≃ 180  نظرية فيثاغورس : مماس الدائرة BC ، وتر المثلث ABC ، AB مثلث قائم الزاوية

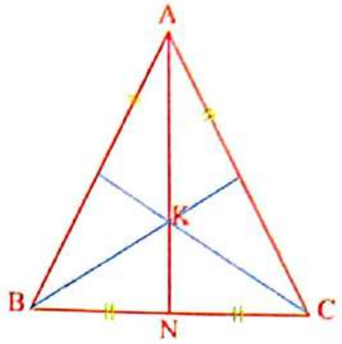
Scanned with CamScanner

تدرب وحل مسائل حياتية	21	$(AB)^2 = (BC)^2 + (AC)^2$ $(390+6437)^2 = (AC)^2 + (6437)^2$ $(6827)^2 = (AC)^2 + 5842614$ $46607929 - 5842614 = 5842614 = (AC)^2$ $AC = 6384$ km (6384 struck through, handwritten: 2274) 
	22	مبرهنة المماس $2x + 11 = 4x - 1$ $4x - 2x = 11 + 1$ $2x = 12$ $x = 6$ $AB = 4x - 1 = 4(6) - 1 = 23$
فكر	23	$\because\ m\angle AOB \cong m\angle COB$ $\therefore\ CB = AB$ $8y - 8 = 6y$ $\Rightarrow\ 8y - 6y = 8$ $2y = 8 \ \Rightarrow\ y = 4$ بالتعويض $CB = 8y - 8 = 8(4) - 8$ $CB = 32 - 8 = 24$
أكتب		بما أن $\overline{BO}$ ينصف الزاوية AOC $\therefore\ m\angle BOA = 70^\circ$ $\therefore\ m\angle BOC = 70^\circ$ $\because\ BA\ ,\ BC$ مماسات للدائرة $\therefore\ \overline{BA} \perp \overline{AO}$ $\therefore\ \overline{BC} \perp \overline{CO}$ نصف القطر ⊥ المماس من نقطة التماس $\Rightarrow\ m\angle OCB = 90^\circ\ ,\ m\angle OAB = 90^\circ$ $m\angle ABO = 90^\circ - 70^\circ = 20^\circ$ $m\angle CBO = 90 - 70 = 20^\circ \ \Rightarrow m\angle ABC = 40^\circ$

Scanned with CamScanner

تأكد من فهمك

1



في ΔABC ، $BN = NC$

$\therefore \overline{AN} \perp \overline{BC}$

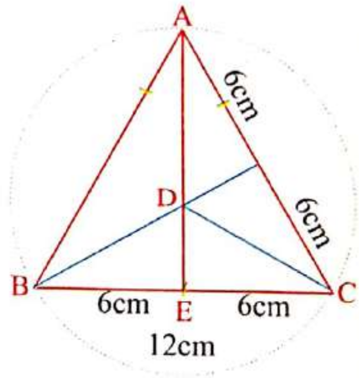
أي أن : $\overline{AN}$ أحد محاور المثلث

K نقطة تقع على $\overline{AN}$

اذن K نقطة تقاطع محاور المثلث ABC

وحسب مبرهنة المحاور فإن نقطة تقاطع المحاور هي مركز الدائرة المحيطة بالمثلث .

2



بما أن المثلث متساوي الأضلاع اذن الاعمدة المقامة على أضلاعه تنصفها وتلتقي في نقطة واحدة هي نقطة تقاطع محاوره .

نقطة تقاطع المحاور هي مركز الدائرة المحيطة به .

$(AC)^2 = (AE)^2 + (EC)^2$

$144 = (AE)^2 + 36$

$AE = \sqrt{108} = 6\sqrt{3}$ cm

$\overline{AE}$ مستقيم متوسط ، أي إن :

$DE = \frac{1}{3} AE$

$= \frac{1}{3}(6\sqrt{3}) = 2\sqrt{3}$ cm

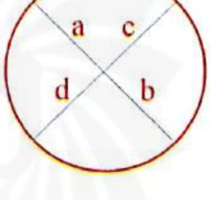
$(DC)^2 = (DE)^2 + (EC)^2$

$(DC)^2 = (2\sqrt{3})^2 + (6)^2 \quad = 12 + 36 = 48$

$DC = \sqrt{48} = 4\sqrt{3}$ cm نصف قطر الدائرة

3

تطبيق علاقة (1)



$a.b = c.d$

$x(4x) = (2)(8)$

$4x^2 = 16$

$x^2 = \frac{16}{4} = 4 \Rightarrow x = 2$

$AB = 8 + 2 = 10$

4

تطبيق علاقة (1)

$(9)(4) = 12x$

$x = \frac{36}{12} \quad \Rightarrow \quad x = 3$

$AB = 12 + 3 = 15$

Scanned with CamScanner

تأكد من فهمك

5

تطبيق علاقة (2)

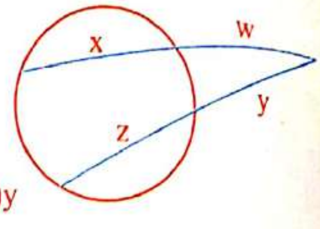
$x(x+5)=4(9)$

$x^2+5x-36=0$

$(x+9)(x-4)=0 \quad \Rightarrow \quad x=-9$ يهمل

$x=4$

$AB = 5+4=9$



$w(w+x) = (z+y)y$

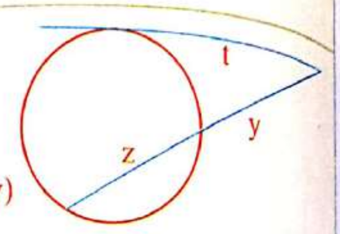
6

تطبيق علاقة (3)

$x^2=12(16)$

$x^2=192=\sqrt{4^2\times 2^2\times 3}$

$x=AB=8\sqrt{3}$



$t^2 = y\,(z+y)$

7

تطبيق علاقة (3)

$(6)^2 = x(x+x+1)=x(2x+1)$

$36=2x^2+x \quad \Rightarrow \quad 2x^2+x-36=0$

$(x-4)(2x+9)=0$

$x=4 \qquad AB=x+x+1=9$

تدرب وحل التمرينات

8

$(AC)^2=(AB)^2+(BC)^2$

$=36+36 \;=72 \quad \Rightarrow \quad AC=6\sqrt{2}$

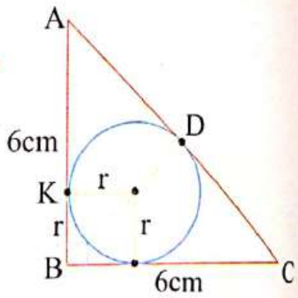
$AD=DC$ العمود النازل من رأس زاوية قائمة في مثلث متساوي الساقين

$AD=AK=3\sqrt{2}$ مماسان لدائرة من نقطة خارجة عنها

$r=6-3\sqrt{2}$ cm نصف القطر الداخلية للمثلث

$A=r^2\pi$ مساحة الدائرة الداخلية للمثلث

$=(6-3\sqrt{2})^2\pi \;\approx\; 3.13\pi\ cm^2$



9

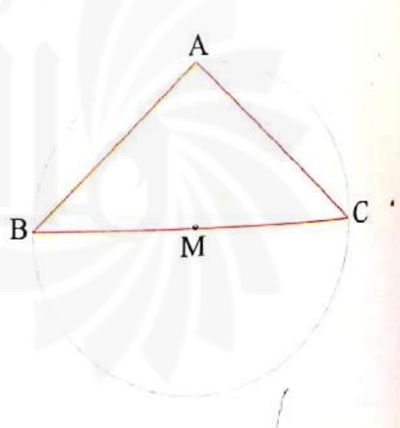
في ΔABC القائم الزاوية في A

$AB=AC$

$AM \perp BC$ العمود النازل من رأس زاوية قائمة في مثلث متساوي الساقين

أي أن AM أحد محاور المثلث

النقطة M منتصف الوتر BC فتكون نقطة التقاء محاور المثلث وهي مركز الدائرة التي تمر برؤوس المثلث ABC وقطرها BC



Scanned with CamScanner

تدرب وحل التمرينات

10

$(4)(10) = x(x+3)$ تطبيق علاقة (3)

$x^2 + 3x - 40 = 0$

$(x-5)(x+8) = 0$

$x = 5$, $AB = 5 + 3 = 8$

11

$2(x+3) = (3)(5)$

$2x + 6 = 15 \Rightarrow 2x = 9$

$x = 4.5$, $AB = 2 + x + 3 = 9.5$

12

$2 = 3(3+x)$ تطبيق علاقة (3)

$36 - 9 = 3x$

$27 = 3x \Rightarrow x = 9$

$AB = 3 + 9 = 12$

13

$x^2 = 3\,(12)$ تطبيق علاقة (3)

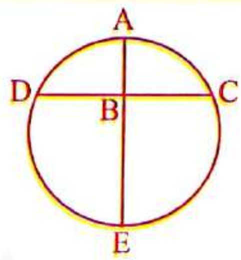
$x^2 = 36 \Rightarrow x = 6$

$AB = 6$

تدرب وحل مسائل حياتية

14

لكي نجد قطر الدائرة نرسم المحور $\overline{DC}$ والمحور $\overline{AE}$ ينصفه .



$DC = DB + BC$ لأن $\overline{AB}$ هومحور $\overline{DC}$

$DB = 75\ m$, $BC = 75\ m$

$AB = 60\ m$

$AB \times BE = DB \times BC$ علاقة (1) $\therefore DB = 75\ m$, $BC = 75\ m$

$60 \times BE = 75 \times 75$

$BE = \frac{5625}{60} = 93.75\ m$

$AE = AB + BE$

$= 60 + 93.75$

$AE = 153.75\ m$ قطر الدائرة AE يساوي

15

$(AB)^2 = AC \times AM$ تطبيق علاقة (3)

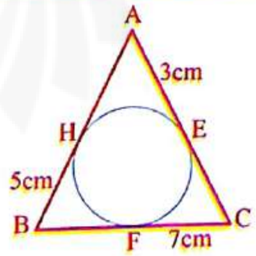
$(AB)^2 = 8200 \times (8200 + 12800)$

$= 8200\,(21000) = 172200000$

$AB = 13{,}122.5$

16

مبرهنة المماسات

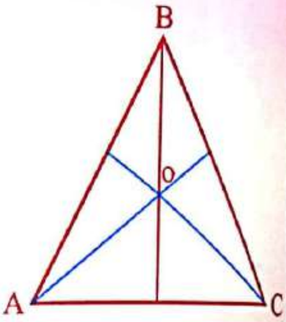


$CE = 7\ cm$, $AH = 3\ cm$, $BF = 5\ cm$

$\therefore AC = 10\ cm$, $AB = 8\ cm$, $BC = 12\ cm$

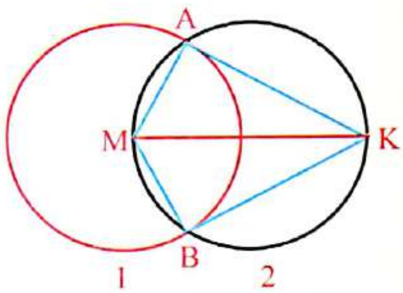
$P = 10 + 8 + 12 = 30\ cm$ المحيط

Scanned with CamScanner

فكّر	17	تطبيق علاقة (3) $x^2 = 4\,(10)$ $x^2 = 40 = 4 \times 10 \quad \Rightarrow \quad x = 2\sqrt{10}$
	18	مبرهنة فيثاغورس $(AC)^2 = (BC)^2 + (AB)^2$ $(15)^2 = (x+2)^2 + (10)^2$ $(x+2)^2 = 125 \quad \Rightarrow \quad x+2 = 5\sqrt{5}$ $x = 5\sqrt{5} - 2$
	19	$BE = 13$, $EC = 10$ } مبرهنة المماسات $BC = 13 + 10 = 23$
اكتب		في $\Delta\ ABC$ المجاور يتقاطع محور AC و CB في O . ارسم الدائرة التي مركزها O والمحيطة بـ $\Delta\ ABC$. في الشكل $OC = OB$ لأن O تقع على محور CB وبالتالي O تقع على محور AB أي أن محور AB يحوي O . $\because\ OA = OC = OB$ نستطيع أن نرسم دائرة مركزها O تمر بـ رؤوس ABC . 

سلسلة الناجح في الرياضيات

Scanned with CamScanner

تأكد من فهمك	1	$m\widehat{BE} = 2\, m\angle BDE = 2 \times 80 = 160$
	2	$m\angle ABC = \frac{1}{2}(m\widehat{AC}) = \frac{1}{2}(25) = 12.5^\circ$
	3	$m\angle CAB = \frac{1}{2} m\, \widehat{CB}$ $m\angle CAB = \frac{1}{2}(60) = 30^\circ$
	4	$m\angle ACB = 90^\circ - 40^\circ = 50^\circ$
	5	$m\, \widehat{BN} = 2m < BCN = 2(40) = 80$
	6	$m\angle CKA = 90^\circ$
	7	$m\angle MNB = \frac{1}{2} m(\widehat{NB}) = \frac{1}{2}(256) = 128^\circ$
	8	$m\angle CBA = \frac{1}{2}(55) = 27.5^\circ$
	9	$m\, \widehat{BN} = 2m < B = 2(52) = 104$
	10	$\overline{KB}\ ,\ \overline{KA}$ نصل $\overline{MB}\ ,\ \overline{MA}$ $m\angle MAK = 90^\circ$ زاوية محيطية تقابل القطر $m\angle MBK = 90^\circ$ زاوية محيطية تقابل القطر $\overline{KB}\ ,\ \overline{KA}$ مماسان للدائرة 
	11	$\because\ m\angle KNA = \frac{1}{2}(m\widehat{BC} + m\widehat{AK})$ $\therefore\ m\angle KNA = \frac{1}{2}(20 + 204) = \frac{1}{2}(224)$ $m\angle KNA = 112^\circ$
	12	$25 = \frac{1}{2}(x - 30)$ $50 = x - 30 \Rightarrow x = 80$
تدرب وحل تمرينات	13	$\because\ m\angle HBC = \frac{1}{2}(m\widehat{CH} + m\widehat{AK})$ $\therefore\ m\angle HBC = \frac{1}{2}(102 + 35)$ $\therefore\ m\angle HBC = \frac{1}{2}(137) = 68.5^\circ$

Scanned with CamScanner

تدرب وحل تمرينات	14	$360 = 180 + 140 + R \Rightarrow R = 40$ $m\angle x = \frac{1}{2}(180 - R) \Rightarrow m\angle x = \frac{1}{2}(180 - 40) = 70^\circ$
	15	$180^\circ - 92^\circ = 88^\circ \Rightarrow m\angle x = 180^\circ - 88^\circ = 92^\circ$ $180^\circ - 116^\circ = 64^\circ \Rightarrow m\angle y = 180^\circ - 64^\circ = 116^\circ$
تدرب وحل مسائل حياتية	16	$m\angle ADE = \frac{1}{2} m\widehat{AE}$ .... (1) $m\widehat{AE} = m\widehat{AB} + m\widehat{BE}$ .... (2) $m\widehat{BE} = 2m\angle BCE = 2 \times 30 = 60$ .... (3) نعوض 3 في 2 $m\widehat{AE} = 60 + 42 = 102$ .... (4) نعوض 4 في 1 $m\angle ADE = \frac{1}{2}(102) = 51^\circ$
	17	$32 = \frac{1}{2}(m\widehat{ADB} - m\widehat{AB})$ .... (1) $m\widehat{ADB} = 360^\circ - x \Rightarrow m\widehat{AB} = x$ بالتعويض في 1 $32 = \frac{1}{2}[(360 - x) - x)$ $64 = 360 - 2x \Rightarrow 2x = 296 \Rightarrow x = 148$
فكر	18	أولاً : نجد قيمة x $2x + 20 + x + 130 = 360$ $3x + 150 = 360 \Rightarrow 3x = 360 - 150 = 210 \Rightarrow x = \frac{210}{3} = 70 = m\widehat{EC}$ $\because m\angle CAB = \frac{1}{2}\widehat{AEC} \Rightarrow m\angle CAB = \frac{1}{2}(m\widehat{AE} + m\widehat{EC})$ بالتعويض $m\angle CAB = \frac{1}{2}(70 + 130) \Rightarrow m\angle CAB = \frac{1}{2}(200) = 100^\circ$
	19	$m\angle B = \frac{1}{2} m\angle AOC \Rightarrow m\angle COB = \frac{1}{2}(90^\circ) = 45^\circ$ $180^\circ - 45^\circ = m\angle D = 135^\circ$
اكتب		$m\angle y = \frac{1}{2}(m\widehat{CB} - m\widehat{ED})$ $m\angle x = \frac{1}{2}(m\widehat{CB} + m\widehat{ED})$ $m\angle x + m\angle y = \frac{1}{2}(m\widehat{CB} + m\widehat{ED} + m\widehat{CB} - m\widehat{ED})$ $m\angle x + m\angle y = mCB$

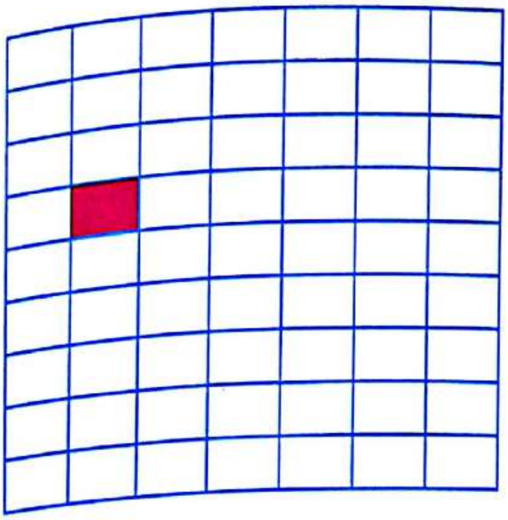
Scanned with CamScanner

خطة حل المسألة

- 1

هناك 7 أعمدة من المقاعد ، في كل عمود 9 مقاعد

عدد المقاعد = $7 \times 9 = 63$ مقعداً .



- 2

$6 \Rightarrow 80$, $12 \Rightarrow 160$, $18 \Rightarrow 240$, $24 \Rightarrow 320$,

$30 \Rightarrow 400$, $36 \Rightarrow 480$ لتر

يبقى 20 لتراً لملء المعرض

كل دقيقة يصب في الحوض $\frac{40}{3}$ ،

الزمن لسعته 20 لتراً هو $20 \times \frac{3}{40} = 1.5$ دقيقة

يمتلىء الحوض في 37.5 دقيقة

- 3 عدد الكرات في الطبقة السفلى = 4×4 تساوي 16

عدد الكرات في الطبقة فوقها = 3×3 تساوي 9

عدد الكرات في الطبقة فوقها = 2×2 تساوي 4

عدد الكرات في أعلى الهرم = 1×1 وتساوي 1

عدد الكرات جميعها = $16 + 9 + 4 + 1 = 30$ كرة

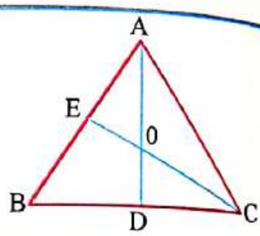
- 4

دقيقة	عدد القطع
5	1
10	2
15	3
20	4
لا تحتاج	5

نحتاج الى اربع مرات لقطع الخشبة لتكوين خمسة قطع لأن القطعة الخامسة لا تحتاج الى قص ، لذلك كل خمسة دقائق تُقص قطعة خشب واحدة .

اذن ثلاثة قطع يحتاج الى 15 دقيقة

Scanned with CamScanner

	الإجابة
[5- 1] تدريب	$P=8(L)=8(2.5)=20cm$ $V_1=\frac{1}{3}(4)^2(10)\pi=\frac{160}{3}\pi\ cm^3$ $V_2=\frac{1}{3}(2)^2(8)\pi=\frac{32}{3}\pi\ cm^3$ $V_1-V_2=\frac{160}{3}\pi-\frac{32}{3}\pi=\frac{128}{3}\pi\ cm^3$
[5- 2] تدريب : 1	$OE=\frac{1}{3}(EC) \quad =\frac{1}{3}(24)=8cm$ $AO=\frac{2}{3}(AD) \quad =\frac{2}{3}(12)=8cm$ 
تدريب : 2	$\frac{AC}{FE}\overset{?}{=}\frac{BC}{DF}\overset{?}{=}\frac{AB}{DE}$ $\frac{4}{8}=\frac{4}{8}=\frac{6}{12} \Rightarrow$ المثلثان متشابهان ونسبة التشابه هي $\frac{1}{2}$
[5- 3] تدريب	$\frac{EB}{BL}=\frac{DA}{AK}\Rightarrow\frac{6}{2}=\frac{12}{AK}$ $AK=4$
[5- 4] تدريب	$m\angle ABO=30^\circ \ , \ m\angle BAO=90^\circ$ $\therefore\ AB=4\ cm \Rightarrow \therefore\ BC=4\ cm$ المماسان المرسومان من نقطة خارج الدائرة متساويان
[5- 5] تدريب	$(x-2)(3)=(2)(x)$ $3x-6=2x \Rightarrow 3x-2x=6 \Rightarrow x=6$ $AB=2+x \Rightarrow AB=2+6=8$ $DE=3+(x-2) \Rightarrow DE=3+4=7$
[5- 6] تدريب	$\overline{OB}\perp\overline{AC} \Rightarrow m\angle B=90^\circ$ $m\angle x=90^\circ-50^\circ=40^\circ$ $m\angle z=\frac{1}{2}m\angle BOC$ محيطيه = $\frac{1}{2}$ المركزية $=\frac{1}{2}(50)=25^\circ$ $m\angle y=90^\circ-25^\circ=65^\circ$

Scanned with CamScanner

	الإجابة
1	$P=n\times L \Rightarrow P=11\times 3=33\ cm$ $A=\frac{1}{2}\times L\times H\times n$ $=\frac{1}{2}(3)(5.11)(11)\approx 84.3\ cm^3$
2	$A=r^2\pi=9\pi \Rightarrow r^2=9 \Rightarrow r=3$ $\ell^2=r^2+h^2$ $25=9+h^2 \Rightarrow h^2=16 \Rightarrow h=4$ $S.A=(2\pi r).\ell$ $=(2\pi)(3)(5)=30\pi\ cm^2$ $V=\frac{1}{3}B\ .h$ $=\frac{1}{3}(9\pi)\ .4 \Rightarrow V=12\pi\ cm^3$
3	$\because\ \frac{a}{b}=\frac{10}{15}=\frac{2}{3}$ $\frac{a^2}{b^2}=\frac{\text{مساحة } \Delta ABC}{\text{مساحة } \Delta KLM}$ $\frac{(2)^2}{(3)^2}=\frac{24}{\text{مساحة } \Delta KLM}$ $54=\frac{24\times 9}{4}=\ \Delta KLM \text{ مساحة}$ $\therefore\ A(\Delta KLM)=54\ cm^2$
4	$\frac{AC}{CB}=\frac{DF}{DB} \Rightarrow \frac{(x-2)+4}{12+6}=\frac{4}{6}$ $\frac{x+2}{18}=\frac{2}{3} \Rightarrow 3x+6=36 \Rightarrow 3x=30 \Rightarrow x=10$
5	i) $C=180^\circ-101^\circ=79^\circ$ $D=180^\circ-96^\circ=84^\circ$ ii) $d+3d=180^\circ \Rightarrow 4d=180^\circ \Rightarrow d=45^\circ \Rightarrow 45^\circ\ ,135^\circ$ الزاويتان هما $C+2C=180^\circ \Rightarrow 3C=180^\circ \Rightarrow C=60^\circ \Rightarrow 60^\circ\ ,120^\circ$ الزاويتان هما

Scanned with CamScanner

	الإجابة
6	i) $35=\frac{1}{2}(x-40) \Rightarrow 70=x-40 \Rightarrow x=110$ ii) $m\angle x=\frac{1}{2}(152-73) \Rightarrow m\angle x=39.5^\circ$ iii) $m\angle x=\frac{1}{2}[160-(360-160-108)] \quad =\frac{1}{2}[160-92]=34$ iv) $m\angle x=\frac{1}{2}[(360-108)-108]=72$
7	i) $m\angle AOC=180^\circ-(20^\circ+35^\circ)=125^\circ$ ii) $m\widehat{DC}=35$ iii) $m\widehat{DB}=20$ iv) $m\angle DOA=125^\circ+35^\circ=160^\circ$

الاختيار من متعدد

	الإجابة 5
الدرس [5-1]	1 d 2 d 3 b 4 a 5 $b=225\pi$ 6 a 7 d 8 $d=10.5\pi$
الدرس [5-2]	1 a 2 b 3 c 4 a 5 c 6 a 7 c
الدرس [5-3]	1 a 2 d 3 a 4 c 5 d 6 d ط
الدرس [5-4]	1 b 2 c 3 c 4 a 5 d 6 c 7 c
الدرس [5-5]	1 d 2 b 3 c 4 a 5 a 6 c 7 b 8 b
الدرس [5-6]	1 d 2 b 3 d 4 a 5 c 6 c 7 $b=112$

Scanned with CamScanner

سلسلة الناجح في الرياضيات

حلول تمرينات الفصل السادس

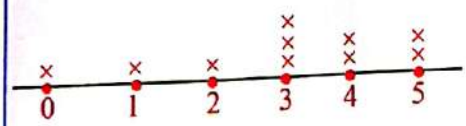
الاحصاء والاحتمالات

موقع مدرستنا

Scanned with CamScanner

الإجابة

ت	وسط الحسابي	وسيط	منوال	مدى
1	7	7	5,6,7,8,9	4
2	سم22.43	20	لايوجد	30
3	5.25	5	8	8

1	(انظر الجدول ت 1)
2	(انظر الجدول ت 2)
3	(انظر الجدول ت 3)
4	الوسط الحسابي = 3 ، الوسيط = 3 ، المنوال = 3 ، المدى = 5 
5	25%
6	65%
7	27%
8	12%
9	i) $p(R) = \frac{5}{8}$ ii) $p(W) = \frac{3}{8}$ iii) $p(W) = \frac{3}{7}$
10	i) $p(a) = 1 - \frac{2}{7} = \frac{5}{7}$ ii) $p(a) + p(b) = 1$ ، $p(a) = 3\,p(b)$ ، $p(b) = \frac{1}{4}$, $p(a) = \frac{3}{4}$
11	مستقلان
12	غير مستقلين (مترابطان)
13	مستقلان
14	غير مستقلين (مترابطان)
15	مستقلان
16	عدد الطرائق 6 — C A B, B A C, A B C, C B A, B C A, A C B

Scanned with CamScanner

		الإجابة
تأكد من فهمك	1	المجتمع : 30 شخصاً دخلوا المكتبة العينة : كل سادس شخص دخل المكتبة اسلوب جميع البيانات : دراسة مسحية نوع العينة : متحيزة (لأن سبب دخول المكتبة هو المطالعة)
	2	المجتمع : عمال المصنع العينة : 100 عامل الاسلوب : دراسة مسحية نوع العينة : غير متحيزة (اجابات مختلفة)
	3	المجتمع : حيوانات الحديقة العينة : حيوان من كل مجموعة الاسلوب : دراسة مسحية نوع العينة : غير متحيزة (لأن الاختيار بصورة عشوائية)
	4	الوسط الحسابي (لعدم وجود قيم متطرفة)
	5	(لوجود قيمة متطرفة 54) المقياس الأنسب الوسيط و كذلك المنوال (لوجود قيم متكررة)
	6	الوسط الحسابي (لعدم وجود قيم متطرفة) ، المنوال (لوجود قيم متكررة)
تدرب وحل تمرينات	7	المجتمع : عمال المعمل العينة : عامل من عمال المعمل الاسلوب : دراسة مسحية نوع العينة : متحيزة
	8	المجتمع :طالبات المدرسة العينة : كل عاشر طالبة الاسلوب : دراسة مسحية نوع العينة : غير متحيزة الأختيار عشوائي (الهوايات مختلفة)
	9	(لوجود قيمة متطرفة 26) المقياس الأنسب الوسيط
	10	(لوجود قيمة متطرفة 20) المقياس الأنسب الوسيط و كذلك المنوال (لوجود قيم متكررة)
	11	الوسط الحسابي (لعدم وجود قيم متطرقة) ، المنوال (لوجود قيم متكررة)، الوسيط

Scanned with CamScanner

الإجابة		
المجتمع : اطباء مستشفى مدينة الطب العينة : طبيب من كل قسم	12	تدرب وحل مسائل حياتية
نوع العينة : غير متحيزة (الاختيار عشوائياً) .	13	
الوسيط ، المنوال	14	
الوسيط ، المنوال	15	
ممكن: 21 , 6 , 5 ,④, 3 ,2 , 1 الوسيط = 4 الوسط الحسابي = 6	16	فكر
الوسط الحسابي ليس الأنسب لوجود القيمة المتطرفة (20)	17	
الدراسة ليست موثوقاً بها ، لأن العينة التي اختيرت صغيرة (50) طالباً فقط من طلاب مدرسة ثانوية .	18	
تقبل جميع الإجابات الصحيحة		اكتب

Scanned with CamScanner

إجابات تمرينات الدرس [2-6]

		الإجابة
تأكد من فهمك	1	اختلاف الفترات بين قيم البيانات .
	2	عدم انتظام التدريج.
	3	النسبة 13 الى 7 لاتمثل نسبة موثوقاً بها لأن العينة صغيرة (20) شخصاً .
	4	جميع الملابس في المخزن الأول رياضية (أي كل ماباعه في الفترة الزمنية بدلات رياضية) في حين أنّ المخزن الثاني يحتوي على ملابس رياضية وألعاب وأن 90 بدلة رياضية باعها يعد انجازاً له .
تدرب وحل تمرينات	5	يوحي الرسم بأن الشوكلاته والبسكويت متقاربة ولكن البيانات تؤكد ان الشوكلاته تقابل 10 طن في حين أنّ البسكويت يقابل 1 طن (عدم انتظام التدريج) .
	6	يوحي الرسم بتقارب الأشياء من حيث العدد والحقيقة هناك اختلاف كبيرة بين اعداد المواد المعروضة .
	7	لأن العينة العشوائية صغيرة جداً (6 أشخاص فقط) .
	8	32 طالب يفضلون القدوم بواسطة سيارة الأجرة وهي تقريباً نصف الطلاب الذين اجابوا عن السؤال وهو بالتأكد أقل من نصف الطلاب الذين سألوا وهم 100 طالب (صغر حجم العينة) .
تدرب وحل مسائل حياتية	9	يوحي الرسم بان قدرة ثعلب المياه هي نصف قدرة فرس النهر ، في حين أنّ البيانات غير ذلك ، قدرة ثعلب المياه (5) ساعات وقدرة فرس النهر (15) ساعة وهي $\frac{5}{15}$ وتساوي $\frac{1}{3}$ (عدم انتظام التدريج) .
	10	يوحي الرسم بان عدد الأشخاص الذين يفضلون الكتب الفنية 5 أمثال الذين يفضلون الكتب العلمية . في حين أنّ الصحيح هو ضعفها (بسبب عدم انتظام التدريج) .
	11	لاختلاف موسم السفر.
	12	لأن كتلها مختلفة .
فكر	13	الرسم يكون غير مضلل : * يبدأ التدريج من الصفر . * ثبوت طول فترات البيانات .
	14	لأنه استعمل الوسط الحسابي وهناك قيمة متطرقة هي 965 لذلك الوسط الحسابي لايعد مقياساً مناسباً . أو : أن هناك أربع قيم هي 100 , 125 , 120 , 170 أقل من الوسط الحسابي(265).
	15	نقطتان هما : * بداية الرسم البياني من الصفر * الفترات البيانية ثابتة . * انتظام التدريج .
أكتب		تقبل جميع الإجابات الصحيحة .

Scanned with CamScanner

		الإجابة
تأكد من فهمك	1	$4!\times 2! = [(4)(3)(2)(1)][(2)(1)] = 48$
	2	$(3+2)! = 5! = (5)(4)(3)(2)(1) = 120$
	3	$\frac{9!}{6!} = \frac{(9)(8)(7)6!}{6!} = 504$
	4	$(7-5)! = 2! = (2)(1) = 2$
	5	$3! + 2! = (3)(2)(1) + (2)(1) = 8$
	6	$p_8^8 = 8! = (8)(7)(6)(5)(4)(3)(2)(1) = 40320$
	7	$p_4^{10} = \frac{10!}{(10-4)!} = \frac{(10)(9)(8)(7)(6!)}{6!} = 5040$
	8	$C_3^8 = \frac{8!}{5!\,3!} = \frac{(8)(7)(6)\,5!}{5!\times 3\times 2\times 1} = 56$
	9	$\binom{9}{0} = 1$
تدرب وحل تمرينات	10	$2!\times 6! = [(2)(1)][(6)(5)(4)(3)(2)(1)] = 1440$
	11	$4!\times 3! = [(4)(3)(2)(1)][(3)(2)(1)] = 144$
	12	$0!\times 1! = (1)(1) = 1$
	13	$p_0^{10} = 1$
	14	$\binom{10}{1} = \frac{10!}{(10-1)!\,1!} = \frac{(10)(9!)}{9!\times 1} = 10$ أو مباشرة : $\binom{10}{1} = 10$
	15	$C_5^9 = \frac{9!}{(9-5)!\,5!} = \frac{(9)(8)(7)(6)5!}{(4)(3)(2)(1)\,5!} = 126$
	16	$p_3^7 = \frac{7!}{(7-3)!} = \frac{(7)(6)(5)4!}{4!} = 210$
	17	$p_1^{15} = 15$
	18	$C_{100}^{100} = 1$

Scanned with CamScanner

		الإجابة
تدرب وحل مسائل حياتية	19	$C_3^5 = \frac{5!}{2!\,3!} = \frac{(5)\,(4)3!}{(2)\,(1)3!} = 10$
	20	$P_3^5 = \frac{5!}{(5-3)!} = \frac{(5)\,(4)(3)2!}{2!} = 60$
	21	$C_2^4 = \frac{4!}{2!\,2!} = \frac{(4)\,(3)2!}{2!\,(2)\,(1)} = 6$
	22	$C_5^7 = \frac{7!}{2!\,5!} = \frac{(7)\,(6)5!}{(2)\,(1)5!} = 21$
	23	$C_{10}^{12} = \frac{12!}{(12-10)!\,10!} = \frac{(12)\,(11)10!}{(2)\,(1)\times 10!} = 66$
	24	$C_6^9 = \frac{9!}{(9-6)!\,6!} = \frac{(9)\,(8)(7)6!}{(3)\,(2)(1)6!} =$ ~~84~~ 126
	25	$C_3^4 = \frac{4!}{(4-3)!3!} = \frac{(4)3!}{1!\,3!} = 4$
فكر	26	i) $\frac{15!\,9!}{14!\,10!} = \frac{(15)\,14!\,9!}{14! \times 10 \times 9!} = \frac{3}{2}$ ii) $\frac{5!}{3! \times 1!} \times \frac{6!}{5! \times 4!} = \frac{(6)\,(5)4!}{(3)\,(2)\,(1)\,4!} = 5$
	27	$C_4^7 = \frac{7!}{3! \times 4!} = \frac{(7)\,(6)\,(5)\,4!}{(3)\,(2)\,(1)\,4!} = 35$ اختيار اللجنة من دون تحديد
	28	$n \neq m\,, r = 0$ أو $n = m\,, r = 1$, Ex: $C_0^{10} = p_0^{20} = 1$ أو $C_1^{10} = p_1^{10} = 10$
	29	$P_3^5 = \frac{5!}{3!}\,, C_3^5 = \frac{5!}{3!\,3!} \Rightarrow P_r^n = r!\ C_r^n$
	30	$\frac{n!}{(n-1)!} = 9 \Rightarrow \frac{n(n-1)!}{(n-1)!} = 9 \Rightarrow n = 9$
اكتب		$P_2^5 = \frac{(5)\,(4)3!}{3!} = 20$ تقدم 5 أشخاص لشغل منصبين محددين . بكم طريقة يمكن ذلك

Scanned with CamScanner

		الإجابة
تأكد من فهمك	1	$E_1 = \{(1,1),(2,2),(3,3),(4,4),(5,5),(6,6)\}, n \times m = 36$ $P(E_1) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$
	2	$E_2 = \{(1,2),(2,4),(3,6)\}$ $P(E_2) = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$
	3	$E_3 = \{(4,6),(6,4),(5,5)\} \quad P(E_3) = \frac{3}{36} = \frac{1}{12}$
	4	$E_4 = \{(1,1),(2,2),(1,2),(2,1),(1,3),(3,1)\}$ $P(E_4) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$
	5	الاحتمالات السابقة نظرية
	6	يضاف كرة زرقاء يصبح في الكيس 6 كرات الاحتمال نظري $P(E) = \frac{2}{3} = \frac{4}{6}$
	7	الاحتمال تجريبي $P(E) = \frac{13}{25} = 0.52 = 52\%$
	8	$E_1 = \{(1,4),(4,1),(2,3),(3,2)\} \Rightarrow P(E_1) = \frac{4}{36} = \frac{1}{9}$ $E_2 = \{(5,6),(6,5)\} \Rightarrow P(E_2) = \frac{2}{36} = \frac{1}{18}$ الحدثان متنافيان $P(E_1 \text{ or } E_2) = \frac{1}{9} + \frac{1}{18} = \frac{3}{18} = \frac{1}{6}$
تدرب وحل تمرينات	9	$E_2 = \{(3,6),(6,3),(4,5),(5,4),(6,6),(5,5)\} \Rightarrow P(E_2) = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$
	10	$E_3 = \{(6,6)\} \Rightarrow P(E_3) = \frac{1}{36}$
	11	$P(E) = \frac{15}{100} = \frac{60}{400}$ اذن عدد الاشخاص سيكون 60 شخصاً
	12	$\Omega = \{1,2,3,4,5,6,7,8,9\}$ $E_1 = \{1,3,5,7,9\} \Rightarrow P(E_1) = \frac{5}{9}$ $E_2 = \{2,4,6,8\} \Rightarrow P(E_2) = \frac{4}{9}$ $P(E_1 \text{ or } E_2) = \frac{5}{9} + \frac{4}{9} = \frac{9}{9} = 1$

Scanned with CamScanner

		الإجابة
تدرب وحل مسائل حياتية	13	$\frac{1}{4} = \frac{2}{8}$ اذن اللون أخضر
	14	$P(E) = \frac{20}{60} = \frac{1}{3}$
	15	$P(E) = \frac{15}{25} = \frac{3}{5}$, $P(E) = \frac{60}{100} = 0.60 = 60\%$
	16	$P(E) = \frac{3}{22}$ احتمال أنّ تكون العينان زرقاً $P(E_2) = 1 - P(E_1)$ $= 1 - \frac{3}{22} = \frac{19}{22}$ احتمال أنّ عينيه ليستا زرقاً
فكر	17	$P(G) = \frac{3}{6}$, $P(R) = \frac{1}{6}$ 2 $P(G \text{ or } R) = \frac{3}{6} + \frac{1}{6} = \frac{4}{6} = \frac{2}{3}$ عدد الأجزاء يساوي 6: أحمر 2 ① ، أزرق 1 ② ، أخضر 3
	18	$P(R \text{ or } B) = P(R) + P(B)$ اجابة سارة صحيحة لأن
أكتب		النظري: العدد 2 يدل على عدد مرات حدوث الحدث، العدد 9 يدل على عدد عناصر فضاء العينة التجريبي: العدد 2 يدل على عدد مرات حدوث الحدث، العدد 9 يدل على عدد مرات أجزاء التجربة

Scanned with CamScanner

الاحداث المركبة

		الإجابة
تأكد من فهمك	1	$P(E_1) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ $P(E_2 \text{ after } E_1) = \frac{2}{5}$ $P(E_1 \text{ and } E_2) = P(E_1) \times P(E_2 \text{ after } E_1) = \frac{1}{2} \times \frac{2}{5} = \frac{1}{5}$ حدثان مترابطان
	2	$P(E_1) = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$ $P(E_2) = \frac{1}{8}$ $P(E_1 \text{ and } E_2) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{8} = \frac{1}{16}$ حدثان مستقلان
	3	$P(H) = \frac{1}{2}$ $P(T) = \frac{1}{2}$ $P(H \text{ and } T) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ حدثان مستقلان
تدرب وحل تمرينات	4	$P(R) = \frac{5}{15} = \frac{1}{3}$ $P(B \text{ after } R) = \frac{4}{14} = \frac{2}{7}$ $P(R \text{ and } R) = \frac{1}{3} \times \frac{2}{7} = \frac{2}{21}$ مترابطان
	5	$P(G) = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$ $P(3) = \frac{1}{3}$ $P(G \text{ and } 3) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{6}$ مستقلان
	6	$P(E_1) = \frac{2}{6} = \frac{1}{3}$ $P(E_2) = \frac{1}{6}$ $P(E_1 \text{ and } E_2) = \frac{1}{3} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{18}$ مستقلان

Scanned with CamScanner

		الإجابة
تدرب وحل مسائل حياتية	7	$P(E_1) = \frac{15}{30} = \frac{1}{2}$ $P(E_2 \text{ after } E_1) = \frac{5}{29}$] حدثان مترابطان $P(E_1 \text{ and } E_2) = P(E_1) \times P(E_1 \text{ and } E_2) = \frac{1}{2} \times \frac{5}{29} = \frac{5}{58}$
	8	$P(E_1) = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$ $P(E_2) = \frac{5}{10} = \frac{1}{2}$] مستقلان $P(E_1 \text{ and } E_2) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$ الاحتمال لاختيار الكتابين
فكر	9	سالي حلها صحيح
	10	$E_1 = \{3, 4, 5\} \Rightarrow P(E_1) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ $P(E_2) = \frac{1}{2}$] مستقلان $P(E_1 \text{ and } E_2) = \frac{1}{2} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$
	11	صندوق يحتوي على 10 بطاقات بثلاثة أشكال مختلفة (3□ ، 2○ ، 5△) ، سحبت بطاقتان عشوائياً دون ارجاع ، مانوع البطاقتين المسحوبتين اذا كان احتمال سحبهما $\frac{1}{15}$.
اكتب		تقبل جميع الإجابات الصحيحة رمي حجري النرد مرة واحدة ، سحب كرة من صندوق وسحب كرة اخرى دون اعادة الكرة الأولى .

Scanned with CamScanner

خطة حل المسألة (انشئ نموذجاً)

1

	مرتبة الالاف	مرتبة المئات	مرتبة العشرات	مرتبة الآحاد
عدد الأعداد	1	3	2	1

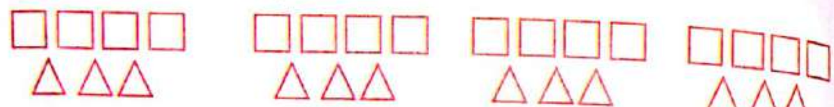
عدد الأعداد الأكبر من 4000 يساوي $1 \times 3 \times 2 \times 1 = 6$

2

نرمز لشتلات البرتقال بالرمز □

نرمز لشتلات التفاح بالرمز △

مجموعات $28 \div 7 = 4$



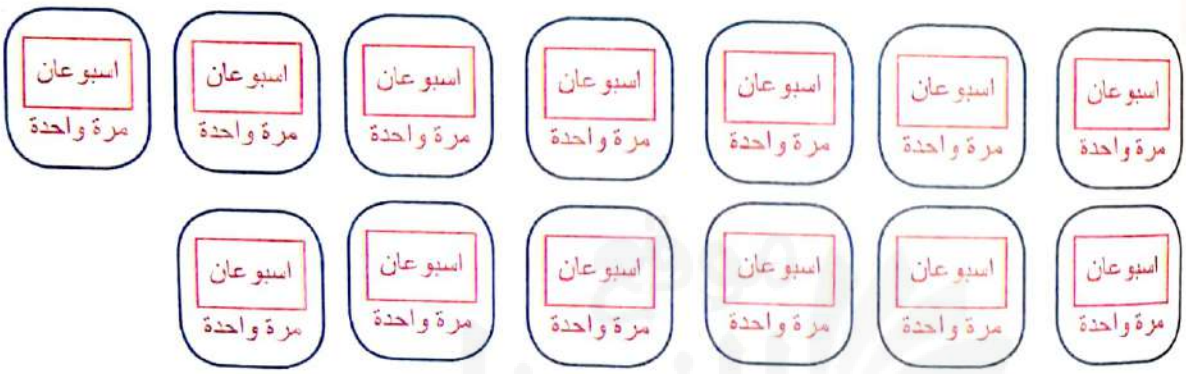
عدد شتلات البرتقال $4 \times 4 = 16$

3

عدد أيام 6 أشهر $6 \times 30 + 3 = 183$

عدد الاسابيع $183 \div 7 \approx 26$

عدد مرات السقي في 6 أشهر $26 \div 2 = 13$



4

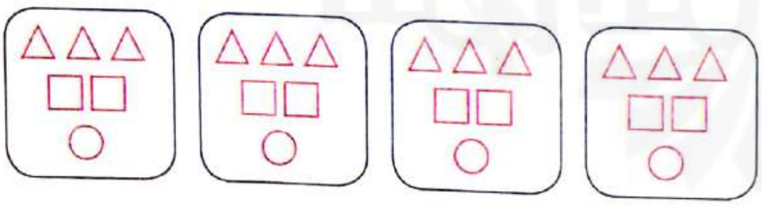
$24 \div 4 = 6$

في كل مجموعة 6 قطع

عدد △ = 12

عدد □ = 8

عدد ○ = 4



Scanned with CamScanner

	الإجابة
[6- 1] تدريب:1	المنوال
تدريب:2	i) العينة: 20 طالباً ii) المجتمع: طلاب المدرسة iii) نوع العينة: غير متحيزة (عشوائياً)
[6- 2] تدريب:1	الصفر ، مختلفة الاطوال ، اختيارها.
تدريب:2	غير المضلل يبدأ بالصفر ، الفترات متساوية، انتظام التدريج .
تدريب:3	لغرض الدعاية / التنزيلات.
[6- 3] تدريب:1	ترتيب : $p_4^6 = \frac{6!}{2!} = 360$
تدريب:2	طريقة : $C_4^8 = \frac{8!}{4!\ 4!} = 70$
تدريب:3	$C_5^{10} = \frac{10!}{5!\ 5!} = 252$
[6- 4] تدريب:1	i) تجريبي ii) $P(E) = \frac{15}{50} = \frac{3}{10}$ iii) $P(E) = \frac{1}{2} = 0.5$, 50%
تدريب:2	i) نظري ii) $P(E) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$ iii) $P(E) = \frac{5}{10} = 0.5$, 50%
[6- 5] تدريب:1	i) مستقلان ii) $P(R) = \frac{4}{16} = \frac{1}{4}$, $P(B) = \frac{3}{15} = \frac{1}{5}$ $P(R \text{ or } B) = \frac{1}{4} + \frac{1}{5} = \frac{9}{20}$ iii) $P(R \text{ or } B) = \frac{9}{2} = \frac{45}{100}$ 0.45 , 45%
تدريب:2	$P(E_1) = \frac{2}{5}$, $P(E_2) = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}$ $P(E_1 \text{ and } E_2) = \frac{2}{5} \times \frac{1}{2} = \frac{1}{5}$

Scanned with CamScanner

	الإجابة
1	) المجتمع 100 طالب ، العينة 30 طالباً .) دراسة مسحية . i) العينة غير متحيزة ، لان هذه العينة تتكون من طلاب أختيروا عشوائياً .
2	بيانات المضللة :) عندما تكون الفترات غير متساوية .) اذا لم يبدأ التدريج من الصفر .) اذا كان حجم العينة المختارة صغيراً جداً .
3	i) $C_0^5 = \frac{5!}{(5-0)!0!} = 1$ ii) $P_0^5 = \frac{5!}{(5-0)!} = 1$ iii) $C_{10}^{10} = \frac{10!}{(10-10)!10!} = 1$ iv) $P_{10}^{10} = \frac{10!}{(10-10)!} = 10!$ v) $C_5^7 = \frac{7!}{(7-5)!5!} = \frac{(7)(6)\,5!}{(2)(1)5!} = 21$ vi) $P_5^7 = \frac{7!}{(7-5)!} = \frac{(7)(6)(5)(4)(3)\,2!}{2!} = 2520$
4	$C_3^8 = \frac{8!}{(8-3)!3!} = \frac{(8)(7)(6)5!}{5!\,(3)(2)(1)} = 56$
5	i) الأحتمال تجريبي ii) $P(E) = \frac{5}{25} = \frac{1}{5}$
6	i) الاحتمال نظري ii) $E = \{4\} \Rightarrow P(E) = \frac{1}{6}$, $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$
7	$P(E) = \frac{10}{20} = \frac{1}{2}$ عدد السيارات = 20

Scanned with CamScanner

	الإجابة					
الدرس [6-1]	1 b	2 c	3 c	4 c		
	5 a	6 d	7 c			
الدرس [6-2]	1 c	2 b	3 c	4 c		
الدرس [6-3]	1 c	2 b	3 d	4 a		
	5 d	6 d	7 d	8 b		
الدرس [6-4]	1 c	2 d	3 c	4 b	5 b	6 d
الدرس [6-5]	1 c	2 c	3 b	4 c	5 b	6 c

سلسلة الناجح في الرياضيات

موقع المناهج

Scanned with CamScanner

تعد سلسلة كتب الرياضيات للمرحلة المتوسطة امتداداً لسلسلة كتب الرياضيات للمرحلة الابتدائية والتي تعد تطبيقاً عملياً لمشروع تطوير المناهج الدراسية العراقية الذي نفذته وزارة التربية/ المديرية العامة للمناهج بالتعاون مع منظمة اليونسكو وقد منحت السلسلة فرصاً لأبنائنا للتمكن من كفايات تتعلق بالتفكير والتعلم والمواطنة والعمل وتكونت السلسلة من :

* كتاب الطالب
* دليل المدرس

رقم الإيداع في دار الكتب والوثائق ببغداد (٣٢ لسنة ٢٠١٩

استناداً الى القانون يوزع مجاناً ويمنع بيعه وتداوله في الأسواق

الطبعة الأولى ١٤٤٠ هـ - ٢٠١٩م

مطبعة العصامي

Scanned with CamScanner